

波 研 所
图 书

出版社

地震成像理论及方法

〔美〕 J.F. 克莱鲍特 著

许云 译

石油工业出版社

内 容 提 要

本书是作者《地球物理数据处理基础》一书的续篇，阐述了地震成像的物理意义和数据处理的方法。它不仅论述了波数频率域方法、克希霍夫求和法、有限差分法，还论述了倾斜叠加、多次反射、速度估计、波场横向变化等有关问题。

本书的重点是物理意义的阐述，数学推导较少，适合研究生和大学高年级学生阅读。每章备有思考题和习题，可作参考教材和自学之用。

本书是作者及其科研集体多年研究地震成像方法的科学总结，有较高水平和学术价值，包含了不少新颖的概念，故可供地震生产工作和地震科研工作方面的人员参考。

Imaging the Earth's Interior

J. F. Claerbout

Blackwell Scientific Publications

First Published 1985

地震成像理论及方法

[美] J.F. 克莱鲍特 著

许云 译

石油工业出版社出版

(北京安定门外安华里二区一号楼)

北京海淀昊海印刷厂排版印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 16开本 $16\frac{1}{2}$ 印张400千字 印1—2,000

1991年1月北京第1版 1991年1月北京第1次印刷

ISBN 7-5021-0477-1/TE·458

定价：4.95元

序 言

反射地震学家是要获得地层内部的映像。直到60年代为止，成像都是按一种特定方式实现的。在1968年至1972年这段时期内，我构思出一种直接基于波动方程的新型成像方法，并经过了野外观测的检验。以前都是从简化了的假想模型出发，利用波动方程来预测观测结果，而在常规的数据分析中则未采用波动方程。我提出的有限差分的成像方法在石油勘探工业中很快就得到了推广应用，随后，有许多其他人士也迅速参与其事，并作出了一些重要改进。早期的特定成像方法经过重新解释，亦按照波动理论加以完善了。

由工业部门资助，在斯坦福大学成立了一个名为SEP（斯坦福勘探计划）的小组，专门从事这项技术的研究。在48个资助单位中，许多单位都设有自己的具有良好素质的研究部门。70年代中，取得许多进展的十年就这样开始了，在80年代，继续大步前进。

写作本书之目的萌生于向进入勘探领域的新手讲授这许多新概念中最精采部分的需要，考虑到来自地球物理领域以外的人很多，我已使地球物理专门术语保持至最低限度，并且对每个术语均作了定义。因此，料想本书不仅对有志于石油勘探的人们，而且对所有从事波场分析之学科领域中的专业人士都将有所裨益。

我以前写的《地球物理数据处理基础》^①一书出版于1976年，最近业已重版。该书内容涉及反射地震数据处理的很多基本问题，诸如Z变换、傅氏变换、离散线性系统理论、矩阵、统计学，以及层状地层构造理论等等。该书也介绍过波动方程成像方法，然而，现在看来，进行广泛增补已变得很有必要了，本书就是由这些增补演化而成。这两本书之间的不同之处约占90%，重复的部分占10%，这是出于使本书能独立成书之目的。

本书对石油勘探中所采用的数据处理技术的整个领域进行了紧凑精练的总结回顾，它是斯坦福大学勘探地球物理课程中的基本教科书，不过，我并未奢求这本书是包罗万象的百科全书，对于反褶积与静校正这样一些重要的处理方法，只是略加叙述，一带而过，对于层析成像方法的实际应用这类内容亦复如是，而其他一些技术方法，诸如射线追踪（参阅Cerveny, 1977）及许多种类的正演模拟方法等，则均略而未提。很遗憾，仅有关偏移方法的文献就已够浩瀚的了，以致对象Kirchhoff偏移方法在理论方面的一些显著贡献（参阅Berkhout, 1980）也不得不舍弃了。

地震成像是一项从数学与物理学中汲取了许多内容的课题，这些题材按照一种逻辑顺序将一项概念建立在另一项概念的基础之上；我是按类似顺序选择组织本书内容的，这样组织内容有利于想透彻理解材料内容的新入学的学生。四处散布的一些有关实际问题难免为逻辑结构所遗漏，为此，书末附有详细索引和上百篇涉及多种问题的参考文献，以供读者查考。

更为广泛的论述反射地震学的专题教科书有Waters（1981）与Sengbush（1983）的著作，着重于石油勘探方面的描述性讨论反射地震学的书，有Sheriff（1980）与Anstey（1980）等的著作。Aki与Richards（1980）以及Kennett（1983）诸人写的书是关于天然

^①该书的中文译本于1979年由石油化学工业出版社出版。——译注

地震学方面的补充读物。

我还试图使本书适合于那些想学习这些概念而对数学只想作略读的读者们的需要，个别章节（各节都是一讲）在进行数学分析之前都尽可能地使之包含有实际问题的描述说明，各章本身也是按此方式安排，因此，比方说，在你读第一章读到中途时，你可以跳过去直接去读第二章。

波动现象恰好是美妙的几何学研究对象，利用很少一点数学分析就能学到很多内容，但是，你应该是事前已经通晓了微积分、复指数和傅里叶变换等基本知识，之后再开始读本书为好。

理论与实践之间总是存在有“空白”的。许多书都没给你提供有关“空白”之所在及其范围的确切线索——即使是勘探地球物理方面的书籍也不例外。对这种“空白”，没必要感到困惑不安，这正是研究课题活力所在——任何科学具有发展活力都是如此。“空白”就是一个活动目标靶子，它涉及范围的大小就看你采取什么观点研究它了，所以，我得冒些风险告诉你，该作什么，不该作什么；什么是重要的和什么是不重要的。观点总是超越于事实的。你要是既不了解某些观点，又不了解实际，你的知识就不会是完整的知识。当我解释说明理论与勘探实践之间的脱节时，以及当解释说明应该作什么而看来还没这样作的时候，你将会既获得观点又获得事实^①。

①在中译本中做了节译。——译注

目 录

引论	(1)
第一章 成像方法概论	(4)
1.1 爆炸反射面	(4)
1.2 起二维滤波作用的波场外推	(12)
1.3 四种广角偏移方法	(18)
1.4 物理基础	(28)
1.5 旁轴波动方程	(37)
1.6 二维傅氏变换技巧	(42)
1.7 典型程序	(45)
第二章 为何采用时空域处理	(52)
2.1 波场外推方程	(55)
2.2 有限差分	(61)
2.3 单频波的程序	(69)
2.4 分裂法与全分离法	(76)
2.5 递归倾角滤波	(82)
2.6 延迟坐标	(85)
2.7 (t, x, z) 空间内的有限差分	(88)
2.8 稳定性简介	(92)
第三章 炮检距——另一种维数	(96)
3.1 吸收作用与微聚焦	(100)
3.2 倾角影响	(105)
3.3 以双平方根方程实现观测排列延拓	(112)
3.4 双平方根方程的意义	(119)
3.5 叠加与速度分析	(125)
3.6 偏移与速度估计	(136)
3.7 横向速度变化	(145)
第四章 波场外推的技巧	(152)
4.1 波场外推的物理问题与修饰处理问题	(153)
4.2 各向异性弥散与波场偏移精度	(162)
4.3 频散与波场偏移精确度	(168)
4.4 吸收边界	(174)
4.5 傅氏变换偏移方法的调整	(178)
4.6 阻抗	(183)
4.7 精度——承包人的观点	(195)

4.8 Muir与Godfrey的保险稳定法	(201)
第五章 若干发展前沿	(205)
5.1 径向记录道	(206)
5.2 倾斜叠加	(208)
5.3 Snell波与斜坐标	(215)
5.4 根据线性时差校正确定层速度	(221)
5.5 多次反射与当前实际	(227)
5.6 多次反射处理方法的前景	(237)
5.7 剖面成像	(246)
5.8 未来十年的展望	(249)
参考文献	(251)

引 论

石油勘探是从地震测深开始的。用计算机将回声处理成可以揭示出许多地质历史的映像。就全球范围而言，回声测深与映像处理就构成了大约每年40亿美元的经济活动。

1. 观测的意义

石油与天然气的存在，对地震反射的直接影响很小。岩石体积比烃类的体积要大很多倍，不过，利用各种不同类型岩石之间的分界面，是可以很好对比追踪反射的。多孔隙岩石中的烃类可以自由流动，流体有升起的趋向，岩石分界面的形状可以告诉我们什么地方可能有烃类聚集。在北海中部发现石油与天然气是反射地震方法极为成功的一个例子。当以反射地震学方法确定井位的第一口勘探井正在钻进之际，谁也不可能预料他们是否会钻遇石油，可是，一旦当北海下面不论什么地方发现了石油，人们就会对如此确定的井位比随机定位的那些井确实是更有利得多这一点抱有更大的信心。事实证明，的确如此。

在一口井已经钻完并完成了测井之后，反射映像就变得更为有价值了，因为根据它就可以知道相应于每个回声反射应是什么岩石类型。地震学通常能够提供关于距井若干距离之处岩石类型的出色的精确图像，特别有价值的是可以了解岩石沿什么方向上倾和地层在什么地方被断层所断裂。地震学提供这种信息，其费用比多数钻井费用低得多。在转移至海上进行石油勘探时，地震费用降低一个数量级，而钻井费用则要升高一个数量级。

2. 观测资料的可重复性

反射地震资料数量庞大，它不是用铅笔在一张纸上画的记号，而是一盘接一盘的高密度磁带。有些地震资料很容易理解，但是有许多却不那么容易，尤其是初次试验时的资料。虽然许多资料不易理解而且看上去还有噪音和随机干扰，但值得注意的是这种资料在试验中是可重复的。我们发现，用这种资料进行工作，可以认识到越来越多的东西，于是受到鼓舞而继续作下去。因为在以常规方法采集的数据中仍然有许多信息隐藏其中，所以本书主要集中于占主导地位的野外数据观 布置，即通常具有近地表震源与接收器的单次测线。各种观测技术仅作说明而不加以研究。

3. 作为成像工具的计算机

哲学家提出问题：“何谓认识？”。作为技术人员，我们的回答是：只要现实世界存在，在我们心中也就存在它的一个映像。所谓认识，也就是意味着这二者是相似的。为有助于形成映像，我们使用了显微镜、望远镜、摄影机、电视机等等这样一些成像装置。在本书的描述中，计算机则是地震回声测深的成像工具。

计算机作为成像工具，在许多方面是颇为理想的。望远镜是受其组成部件质量限制的，而计算机所形成的映像，很大程度上是受我们对数学、物理学和统计学的理解深度所限制，而不是受计算机内在特性的限制。要是用雷达或者超声波来成像，计算机容量就会成为一个现实问题，可是地震回声测深的信息含量（频带宽度）正好是大致与当今计算机的容量相匹配。

4. 为何有趣？

许多年轻人似乎都以揪住棘手的理论问题不放为乐事，可是一旦到了需要实际应用的时候，他们往往失望地发现，这个理论在某些方面是离题的，或是不适合于当前的问题。一开始的时候，这会减少对于实际问题的兴趣，但是最终许多人会达到这种境界：把实际问题看成是比原有数学模型更为有趣的事。为什么会这样呢？

生活也许是像一种计算机游戏。我曾经注意到，学生们最喜爱的游戏并不是那些具有一种预先决定的内在逻辑结构的游戏，他们喜欢可以允许他们在玩游戏时能逐步揭露其规律的游戏。当由于应用自己个人的一些概念而使游戏老受挫折的时期能够告终，那确实是乐趣无穷的。可是，要成为有趣的事，游戏就必须有若干规律，而你经过相当数量的努力必须能够揭露出它们。很幸运，反射地震学连同现代计算机，就为我们提供了这样一个类似的环境。有时，游戏可能总是失败，这时需要别人给你一点提示，使你克服某些障碍，进入一个新的境界，达到较高的水平。阅读这本书并不像是玩这种游戏，它倒更像是给你题解大全或是锦囊妙计，有助于你达到更高水平。

这些策略妙计大多数是新概念，其中许多概念的形成时间都不超出十年。所以选择它们，是因为它们确实起作用，虽然并不总是、但往往是可令人满意的。我已经抑制了想把许多虽尚未经充分试验但是颇有发展前途的策略妙计包括在内的强烈愿望了。

实践问题不但是比理论问题更深入一层，而且从根本上来说它们还会产生更为有意义的理论。例如，我在大学一年级物理实验室内曾经想根据简单试验导出牛顿定律，我应从实验中发现力等于质量乘加速度，当然，我没发现事实确实就是如此，试验似乎进行得并不顺利，因为还存在有尚未考虑到的摩擦力。对你来说，现在摩擦确实就是一个有趣的主题了。物理学家、化学家、冶金学家、地球科学家，全都了解牛顿定律，但愿他们都懂得摩擦力！

你们现在所拥有的理论书籍，除两种较早期的理论处理方法如：成层介质数学物理理论、时间序列分析之外，都还没有写出，也不可能涉及到我们数据资料中的一些最有趣的方面。有的人认为我们仅仅有涂改玷污的数据！反射地震数据资料是可以重复回放的，我们的问题中有许多实际是从理论产生的，而不是从数据产生的。

5. 计算机与电影

这本书包括有一系列计算机程序，这些程序是用于解说例子和作为练习，也可作参考之用。尽管还不能保证它们是尽善尽美，但是我作这本书中的许多图件时，它们曾起过作用，因而它们应当也能为你服务。你将注意到，这是类似于FORTRAN的一种程序语言，在1.7节开头部分就有这种程序的叙述说明。由于每人备有不同类型的图形输出装置，你自己要想采用这种程序，那你就得精通这类装置，以便能将它们的输出接通至你的绘图设备。

电影实际就是许多画面的集合，在一台计算机中，它只不过就是一种必须以某种方式使之转换为光亮画面（图形元素）的浮点数三维矩阵。目前，少数人已配备有可将这样一种三维矩阵直接转换成电影的设备。在我的实验室中，这种转换是在一种高质量录像计算机终端（AED512）上完成的。电影的潜在能力是一种很有价值的财富，它增强了我们对数据资料的理解和对数据处理的理解。学生们因亲眼见到自己进行的程序工作能立即形成可用录像磁带转录的一部电影，从而大大受到鼓舞。与其它图形显示装置相比，这种装置很容易维修保养，进行研究工作的学生和攻读硕士学位课程的研究生都会使用它，利用它作课外作业练习。

包括快速直接存取 (DMA) 计算机接口在内, 这类设备的费用不超过一万美元。就真正有效地采用这类显示方法的经验而言, 你还应当具有可对内存大于几兆字节的一种计算机进行物理控制的手段, 如果你不是已经具备这点, 处理成本费用将会增加大约十倍。

6. 有事可干吗?

反射地震成像方法主要应用于石油勘探。烃类不同于核能, 它是一种非再生能源, 而且还有迹象表明, 在年轻一代有生之年期间, 石油生产一定会下降。这是不是就意味着年轻人应回避研究这方面的问题呢? 我想, 当然不是如此。就长期的观点来看, 随着地球上人口的继续增加, 很难想像人们会失去对地壳进行研究的兴趣; 就较为中期的观点看, 随着能源蕴藏丰富程度的减少, 势必激起更大的勘探能源的努力; 就短期的观点看, 从事能源勘探的工人在今天是很需要的, 而且现在还不存在以煤或核能为能源的飞机。在任何情况下, 本书所讨论的技巧、物理概念在计算机上的实现方法等, 将始终是具有普遍适用意义的。

7. 本书阅读指南

第一章与第三章阐述反射地震学成像的基本概念。第二章与第四章的内容为分析被观测波所需之计算机方法技术。第五章阐述先进的成像概念。在斯坦福大学, 第一章至第三章是硕士研究生一个学期的讲授课程内容, 在选修根据本书开出的课程之前或之后, 这些学生同时还选修一门根据《地球物理数据处理基础》开出的课程。你也许想不学习有关方法技术就能对概念有所理解, 那你就不妨试着只读第一章和第三章内容, 不过, 第二章内容因其具体性质和它所包含的例子, 将会增进你的理解能力, 不妨也读一读。第四章内容适合于那些想了解高质量完成任务时涉及到一些什么问题的技术人员, 或者适合于那些希望通晓各种方法的技巧与精度限制的非常熟练的解释人员。第五章阐述一些新颖的成像概念, 它们在原理上看来是正确的, 但是因各种并非全都能为我所知的原因, 它们均尚未获得广泛实际应用。容忍得了数学的解释人员也许会赞赏第五章, 因为这一章的宗旨就是解释事情是如何和为什么总是按他们在实践中作的那种方式而完成的, 不过, 对于那些希望去发展新型回声成像方法技术的人, 第五章内容才真正会具有主要的吸引力。

第一章 成像方法概论

1.1 爆炸反射面

脉冲波震源、检波器（有时像个拾音器）和多记录道波形显示系统是反射地震勘探的基本设备。测线沿地表布置，对海上勘探而言，测线可以是指勘探船航道，在这种情形下，接收装置称作水听器。大约每25米震源激发一次，并在附近记录回声。由于穿透地层的地震波波长比勘探船还长，震源和水听器几乎没有什么方向调谐能力，因此，回声可同时从几个方向到达。解释这些观测结果，是地球物理学家和地质学家的共同任务。地球物理学家承担定量的、物理的和统计方面的任务，他们的主要目标（因而也是主要指导写作本书的目标）就是根据这些回声作出有关地层内部的良好图像。

1. 有力的类比

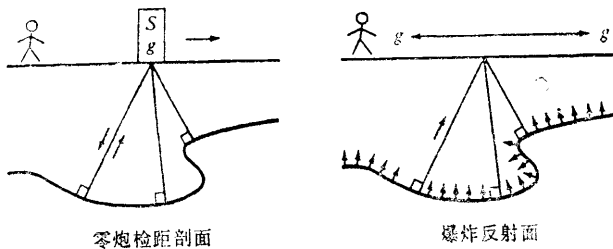


图1.1-1 沿地表面所有位置移动的自激自收方式回声采集（左图），“爆炸反射面”想象模型（右图）

的，把观测的与假设的这两种波场想像成确实是相同的波场，这在概念上有很大的好处。如果它们相同，那么实际完成的成千炮记录就可忽略不计，从而可把注意力只集中于一个假设的记录上。在实际的与想像的这两种情形之间，有一种明显的差异，那就是：在实际野外观测系统中，波必须首先向下传播，然后沿同一路程向上返回地表，而在假设的观测记录中，波只向上传播；前者是双程射线路程，后者是单程射线路程。野外实际观测记录的旅行时间应除以2；在实际工作中，分析野外观测记录资料（双程时间）时都假设波速等于其真值的一半。

2. 惠更斯二次点源

海面的波浪具有可与地震勘探采

图1.1-1所示是两种波动传播情形，第一种情况是实际的野外回声测深方法，第二种情况是一个想象的观测记录情况——地层内的反射面突然同时爆炸激发，从假设的爆炸震源产生的波向上传播至地面，为假设的一组检波器所接收。

在图中要注意，实际野外记录情形下的射线路程看起来同想象的爆炸反射面情形下的那些射线路程是一样的

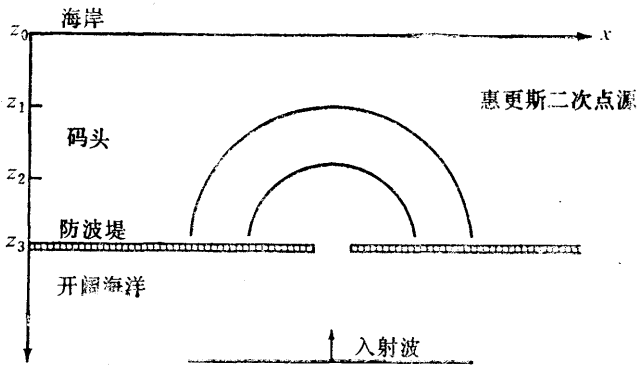


图1.1-2 通过防波堤空隙的波具有半圆形波阵面（波长的长度可与空隙大小相比时）

用的波长相比的波长（15米至500米），不同之处就是海浪移动缓慢，容易观察。假设有像有一很长的平行于海滩的码头防波堤，该堤有一很狭小的入口，恰可容许船只通过。这种情形如图1.1-2所示。来自开阔的公海而入射在防波堤上的平面波将形成一个通过该堤空隙的波。能观察到的一件事实就是：波阵面在码头内部变成为一个以该空隙为圆心的半圆弧。波浪的这种波束与经过窗户射入的光线之间的差别只在于波长与孔穴大小之比值不同而已。

线性性质是所有弱振幅波（不是指近岸处泡沫迸溅的碎浪）的一种性质，这意味着防波堤有两个空隙就要形成两个半圆形波阵面，两圆相交处的波浪高度就等于两个高度的线性相加结果。有趣的是考虑一下一个具有许多洞穴的防波堤，在洞穴非常多这种极限情形下，防波堤消失了，剩下的只不过是一个紧挨着一个的空隙，许多半圆形波阵面形成的仅是入射平面波。双曲线形的时距曲线亦复如此，图1.1-3所示是密度由左至右逐渐增大的许多双曲线，所有非垂直角度方向上的波必然按某方式彼此叠加，使得除该平面波存在之外，其他一切均被压制抵销。

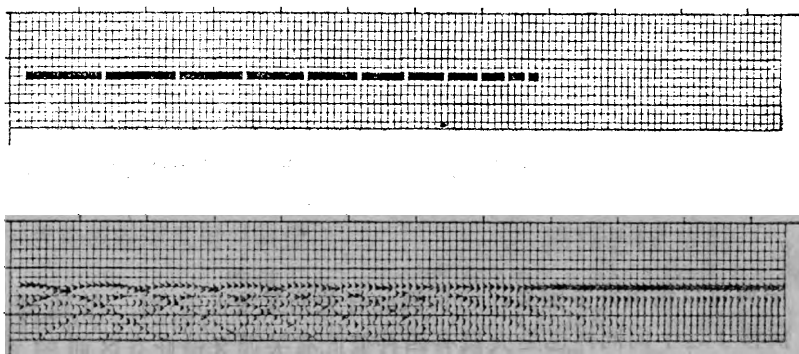


图1.1-3 具有许多洞穴的堤（顶部）及堤外所见到的 (x, t) 空间内的波（底部）

设将直角坐标系置于海面上，使海岸沿 x 轴方向，而 z 轴方向则可测度距海岸的距离。为适合与反射地震学进行类比，假设人们活动只限于海岸（相当于反射地震中的地表面），他们在那里进行波动观测——把波浪的高度作为坐标 x 与时间 t 的函数来加以观测记录。他们根据这种数据可以作出关于在 (x, t) 平面内防波堤上存在有一个向外开口的空隙的推断。图1.1-4(a)所示是波浪从海洋到达海岸的时间，最接近开口处之波浪最先到达，用什么数学表达式来确定 (x, t) 平面内所见到的到达时间曲线形状呢？

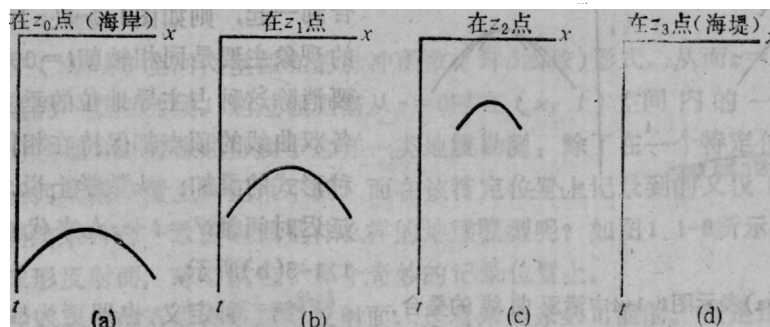


图1.1-4 左端的图表示在海岸上所见波浪之双曲线型时距曲线，右侧各图表示朝向海洋方向的距离增大时，各个相继的到达时间曲线（ x 轴业已压缩，不同于图1.1-2）（据Gonzalez）

波浪是一圈圈不断扩展着的圆。环绕点 (x_s, z_s) 以速度 v 不断扩张的圆其方程为

$$(x-x_s)^2 + (z-z_s)^2 = v^2 t^2 \quad (1.1.1)$$

想像时间 t 为一常数时，即作一个快镜头拍摄时，则式(1.1.1)就是那个圆的方程。设令 z 为常数时，它就是在该 (x, t) 平面内的一个双曲线方程。若在 (t, x, z) 三维体积内考虑，式(1.1.1)就是一个圆锥方程；各种不同 t 值时的横切面表现为各种不同大小的圆；各种不同 z 值时的切片表示为各种不同的双曲线。图1.1-4所示是四种双曲线，自左至右，第一个双曲线是在海岸上 $z_0=0$ 观测到的；第二个是在指向海洋方向的某个距离 z_1 上假想的一组观测结果；第三个是在距海岸更远一些的距离 z_2 上假想的一组观测结果；第四个是在始终都接近于防波堤的距离 z_s 上的一组观测结果，在该种情形下，双曲线业已蜕化为一个点。所有这些双曲线均属于一个双曲线簇，每个双曲线均具有相同的渐近线。该渐近线相应于在开口空隙处转动将近90度角度的一种波，该波沿大约平行于海岸的方向移动着，移动速度即波浪速度 dx/dt （为适合于对这种水波的类比，假定波浪的速度是一个与水深无关的常数）。

② 如果原始的入射波是个正脉冲，那么，惠更斯二次震源必然应由正极性与负极性二者组成，才能使所有波动因相消干涉而彼此抵销，只有平面波存在。所以，惠更斯二次震源的波形是有相移的。在下一节，将求出惠更斯二次震源的数学表达式。船工水手们熟悉的另一种现象是：惠更斯半圆的最大振幅是位于直接指向海岸的方向上。由防波堤移动至海岸的波浪其振幅衰减至零，在光学中，这种随角度而出现的振幅减弱，称作倾斜因子（obliquity factor）。

3. 偏移定义

*run*这个词，字典可以给出许多定义，它们彼此有关而又彼此有别。在地球物理勘探中，*migration*（偏移）这个词同样也是大概有四种彼此有关而又彼此有区别的意思，最简单的意思是像*move*（移动）这个词的意义。当位于 (x, z) 平面内某个位置上的物体在随后时刻 t 时又位于另一个不同的位置上，于是我们就说它移动了。类似地，当位于地球物理观测 (x, t) 空间内某个位置上的波至（往往也称作同相轴），又可在较大的深度 z 上出现在不同测线的不同位置上，于是我们就说它偏移了。

③ 什么意义

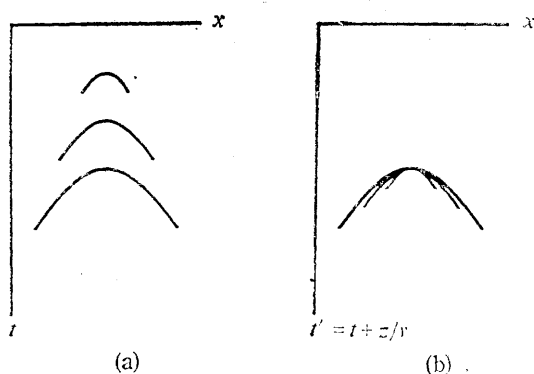


图1.1-5 (a)表示图1.1-4中诸双曲线的叠合，(b)表示对叠合再配合以称作延迟 $t' = t + z/v$ 的时移，使双曲线顶部彼此重叠（据Gonzalez）

为更清楚看出这点，试想像图1.1-4是取自一部影片的几个镜头画面。在影片放映时，深度 z 就开始从海岸位置的深度（地表面）一直改变到防波堤位置的深度。把这些镜头画面叠合到一起，则如图1.1-5(a)所示。电影中发生的现象主要是同相轴朝 $t=0$ 方向向上偏移了。要消除这种占主导地位的垂直转移的影响，使各双曲线的顶点都保持在相同位置上进行另一种形式的叠加。从数学上说，这就是用所谓的延迟时间轴 $t' = t + z/v$ 来代替时间轴 t ，如图1.1-5(b)所示。

第二种定义，也即更为准确的偏移定义是：在 (x, t') 空间中的同相轴随深度 z 之改变而发生的移动。在消除垂直时移之后，还有残余

即 [1.1-5 (b)] 图中几条双曲线未重合。

时间移动，那就主要是由某种波形变化引起的了。按照这种定义，双曲线顶点或者水平地层是不偏移的。

① 什么意思

图 1.1-5 中的双曲线实际上是延伸至无限远的，但是图中每一个双曲线都在某个时间上截断，这个时间等于 $\sqrt{2}$ 乘该双曲线顶点的时间，所以图中所示双曲线仅是描述在与垂直方向呈 45 度角的范围之内的射线。务必记住这一点：双曲线极小值时间与任何其它到达时间的比值等于传播角度的余弦值。每个双曲线都是截止于 45° 出射角的射线。注意，图形上各双曲线的端点可用一条直线联起来，还有，各双曲线端点上的斜率均相同，对于任何波阵面，波的传播角度在物理空间内为 $\tan\theta = dx/dz$ ；对于任何地震同相轴，当你设想波阵面以角度 θ 与地面相交时，你就会发现，斜率 vdt/dx 就等于 $\sin\theta$ 。所以，在物理空间 (x, z) 内沿一直线移动的能量就沿数据空间 (x, t) 内的一条直线而偏移。随 z 之增大，沿所有角度传播的能量就一起聚集在一焦点上，这个焦点位于爆炸反射面，它就是防波堤内的开口空隙。这就是偏移的第三种定义，即，偏移即是以某种方式将观测数据 $\frac{dx}{dz}$ 作为 x 与 t 之函数的波浪高度——从海岸延展至防波堤的过程。这第三种定义并不过分强调移动本身，而是强调自起点至终点时的变换。（这种定义似乎是我们需要的）

斜率
为 $\tan\theta$

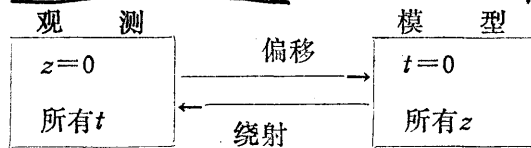
波场反向外推

为更深入一步理解，只靠防波堤的例子是不行的，需要有更具普遍性的例子。防波堤的例子局限于仅在某个特定深度 z 上形成惠更斯二次震源，但是为解释偏移的意义，还需要有在其他各种深度上的二次源。为此，现在提出一种可移动数据使 z 值不断增大的波场外推过程，按照下式构制爆炸反射面映像：

② 指的是不是波前

映像 $(x, z) = \text{波场}(t=0, x, z)$ (映像定义成 $t=0$ 时 (1.1.2))

这第四种偏移定义还与偏移的反义词，即绕射的定义有联系：刻的波场)



有时把绕射看作是形成与扩展双曲面的自然过程，偏移则是完成其反过程的计算机处理。

在第三章中将出现使用偏移一词的另一种情形，在该章中，水平坐标可以是炮点与检波点之间的中点 y ，或者是炮检距 h 。在 (y, t) 平面和 (h, t) 平面内全都可以将双曲面向下延拓，在 (y, t) 平面内，这种向下延拓称作偏移或成像，而在 (h, t) 平面内则将它称作聚焦或速度分析。

4. 数据资料中的脉冲

惠更斯绕射在 (x, z) 空间内呈孤立的脉冲函数（即 δ 函数）形式，从而 $z=0$ 时在 (x, t) 空间内就可使它成为一支双曲线。逆过程则需从 $z=0$ 时在 (x, t) 空间内的一个 δ 函数开始。这种倒过来的过程可以想像成是属于这样一类地震勘测：除了在一个特定位置上能记录到回声之外，在任何其他位置上均记录不到，而在该特定位置上记录到的又仅仅只是一个回声。同这样的观测结果符合一致的应该是什么样的地层模型呢？如图 1.1-6 所示，这种地层必须包含有一个球形反射面，球心就位于那个奇妙的记录位置上。

这里指波场外推

自然过程会在地层内部形成许多球形反射面，这看来是未必可能的。但是当我们注意业经处理过的地球物理资料时，往往可看到剖面上有那么一些球形反射面。显然，这类输入数据中包含有一些与此处所解释的波动传播理论不尽符合一致的脉冲。这点说明，为什么石油

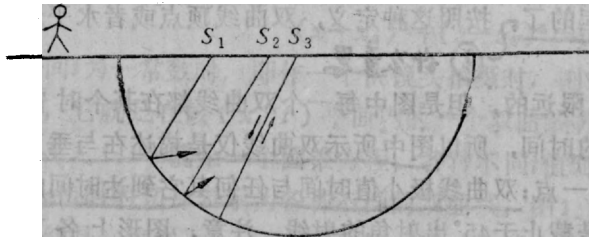


图 1.1-6 当地震震源 S 准确位于半圆形反射面的圆心时，那时且仅仅在那时，才会有一个回声反射至位于震源点上的检波器

这种半圆形反射面是根据仅只在地面一个位置上记录到一个回声这种数据记录方式作出的逻辑推论

勘探人员即使他们个人并不打算编写什么处理程序，可他们却不得不研究反射地震数据处理方法。要理解认识原始数据资料，那太复杂了。经过处理的资料可以给出一个地层模型，但是它的可靠性难以断定。你也许从未打算去造一辆汽车，但是当你独自驾车远行进入沙漠时，那还是谨慎一点好，应该尽你所能去了解熟悉关于汽车的知识才是。

5. 手工偏移

已知在点 (x_0, t_0) 上的地震同相轴其斜率为 $p = dt/dx$ ，试确定偏移后之位置 (x_m, t_m) 。

设想有一平面波阵面与地表面呈夹角 θ ，在时间 dt 内传播距离为 dx ，假设速度为 v ，我们就得出以可观测测量表示的波动传播角度

$$\sin\theta = \frac{v dt}{dx} = pv \quad (1.1.3)$$

(1) 垂直旅行路程因 (见 P7-5)

$$t_m = t_0 \cos\theta = t_0 \sqrt{1 - p^2 v^2} \quad (1.1.4a)$$

(2) 而小于有角度倾斜时的路程。由旅行时间 t_0 及速度水平分量 $v \sin\theta$ 得出偏移之后的横向位置为

$$x_m = x_0 - t_0 v \sin\theta = x_0 - t_0 p v^2 \quad (1.1.4b)$$

考虑到双曲线是向其顶点作偏移，就会明白为什么式(1.1.4b)中包含有一负号。式(1.1.4a)与式(1.1.4b)是反射地震资料人工偏移的基本方程，它们告诉你偏移至何点，但是它们并未告诉你斜率 p 会如何变化。由(1.1.1)知 $\frac{dx}{dt} = \frac{x - x_0}{\sqrt{t^2 - t_0^2}}$

6. 反射面变陡

不是 x_2 ， v 是要求得

理论上是双曲线顶点

设有一垂直分界面，这是倾斜地层的一种极限情形，它的反射，即双曲线的一支渐近线，却具有非垂直的陡度，这证实偏移将使倾斜地层的视陡度增大。我采用视陡度一词，是因为它是在 (x, t) 平面内所看到的已经变陡了的地层之斜率。偏移结果实际是沿 z 轴方向分布的，但是为形成偏移时间剖面，总是使 z/v 重合在 t 轴上。当我们说一个双曲线偏移至其顶点时，我们考虑的当然是偏移时间剖面。让我们将变陡过程作为一个角度函数来加以研究一下。

设原点 (x_0, t_0) 邻近有一点 $(x_{0+}, t_{0+}) = x_0 + \Delta, t_0 + p\Delta$ ，根据方程(1.1.4)，这个邻域偏移至

$$t_{m+} = (t_0 + p\Delta) \sqrt{1 - p^2 v^2} \quad (1.1.5a)$$

$$x_{m+} = x_0 + \Delta - (t_0 + p\Delta) p v^2 \quad (1.1.5b)$$

现在我们可计算出偏移之后的同相轴因倾斜而形成的斜率 p_m 为

$$p_m = \frac{dt_{m+}}{dx_{m+}} = \frac{dt_{m+}/d\Delta}{dx_{m+}/d\Delta} = \frac{p}{\sqrt{1 - p^2 v^2}} = \frac{\tan\theta}{v} \quad (1.1.6)$$

所以，像直角坐标空间内的斜率一样，偏移时间剖面上的斜率暗示着倾斜角度的正切，而未偏移的时间剖面上的斜率则是该角度的正弦。

倾斜层在偏移时有斜率变化，而双曲线的两翼在向下延拓时却未改变斜率，这事看起来就是倾斜角度的正切

似乎有点自相矛盾，其实不然。一个原因是偏移等于向下延拓再加上成像（选择 $t=0$ 时）；另一个原因则是一个双曲线是在一个深度上由一个震源所形成的一种特殊同相轴，而倾斜层却是由不同深度的许多点震源之叠加结果所形成。图1.1-7即是表明形成一线状反射面的许多点如何由绕射形成为一线形反射，以及形成一线形反射的许多点是如何偏移至一线状反射面的。

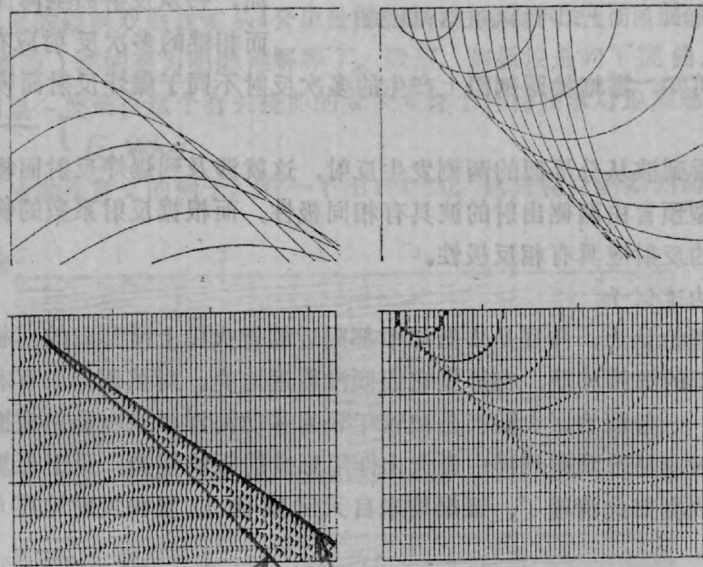


图 1.1-7

左图是许多双曲线的叠加结果。各支双曲线之顶部沿一条直线分布，该直线就像是反射面，不过并不是一条连续直线，而是一系列的点。相长干涉形成一个向一侧倾斜的视反射

右图表示许多半圆的叠加结果。各个半圆的底部沿一条直线分布，该直线代表观测到的平面波。不是平面波分解成一系列反射到达点，而是现在要把每个反射点解释成来自一个半圆状反射镜面。把所有反射镜面加起来，就形成了一个陡倾斜反射面

7. 爆炸反射面概念的限制

爆炸反射面概念是有力而又巧合的类比。对于全部时间是从事于解释而不是从事于处理的人来说，将爆炸反射面概念喻之为必不可少的拐棍还不够，它还是仅有的运输工具！可是，对于我们这些从事于数据处理的人来说，这个爆炸反射面概念却有一个严重的缺点，现在还没有一个人已经解决了如何把这概念推广应用于非零炮检距记录资料的问题，然而，大多数资料却都是以相当大的炮检距进行记录的。在现代海上地震勘探中，不是用^①一个水听器，而是成百个串接在一条电缆上，拖在船后。记录系统的电缆长度典型的是二至三公里，勘探钻井可达三公里左右的深度，所以，实际上，地层倾角可以很大。这就涉及到新问题和新机会了，不过所有这些要到第三章才会讨论。

再者，即使是零炮检距记录，这个爆炸反射面概念在定量上也不正确。该概念能有效成立的范围，将在第三章中阐述，此刻只对三个明显缺点作些注释：图1.1-8所示是无法用爆炸反射面模型加以预测的射线，这类射线在零炮检距剖面中却会出现。为适应这种情况，就只得假设存在有速度横向变化。（这并非不是由速度横向变化产生的）

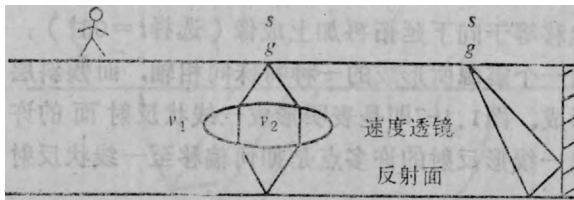


图1.1-8 爆炸反射面模型解释不了的两支射线，
然而零炮检距剖面上却可能存在这种射线

其次，爆炸反射面概念无法解释多次反射。设有双程旅行时间为 t_1 的一个平缓海底，由海底形成的多次反射应在时间 $2t_1, 3t_1, 4t_1, \dots$ 等可预测到，而按照该爆炸反射面概念来解释，则第一次的多次反射应该从反射面至海面然后由海面至反射面，再从反射面至海面，总时间为 $3t_1$ ，从而相继的多次反射应在时间 $5t_1, 7t_1, \dots$

② 画不出这个例子

时出现。由此可知，零炮检距剖面上产生的多次反射不同于爆炸反射面模型产生的那些多次反射。

我们能够看到波从分界面的两侧发生反射，这就涉及到爆炸反射面模型的第三个缺点，爆炸反射面模型预言由两侧出射的波具有相同极性，而根据反射系数的物理意义则只能说相反两侧所形成的反射应具有相反极性。

8. 板块构造例子

板块构造理论认为，洋底是由海洋中部附近的脊火山上所形成的薄板块构成的，这些板块向海洋最深部的海槽移动，在那里它们倾没重返地壳。对该理论最有利的证据就是洋底缺失古老的岩石，一般而言，大陆都是被较年轻的移动海洋板块所推挤碰撞的古老岩石。有很多种方法可以极容易地观察到洋中脊火山作用形成的板块建造，至于板块是否真正在海槽中碰撞那就无法观测如此清晰了。证据均来自天然震源位置和反射地震学，图1.1-9所示是

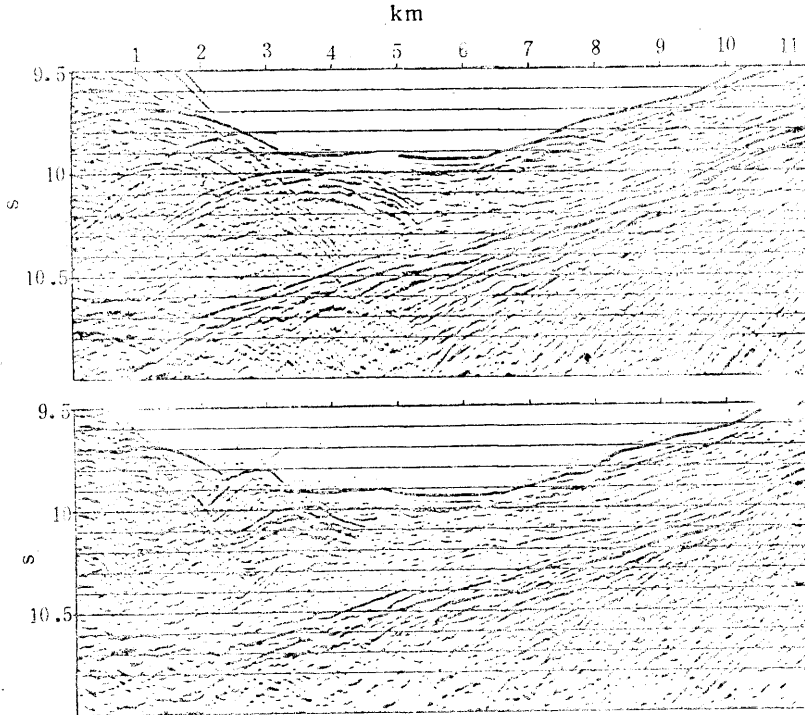


图1.1-9 上图是通过日本海槽的一条11公里长的测线的反射资料（东京大学海洋学研究所），
下图所示为偏移处理之后的结果（Ottolini）

日本海槽的一些反射资料，有两组反射占优势地位，即海底反射和向左方下倾的较深地层，后者可假设是开始倾没入地壳的一个板块的顶部；像近地面张力断裂那样，我们可将它作为向下挠曲的证据来加以研究（最顶部地层是与板块作松散接触的新近沉积海相软地层）。

注意，图1.1-9的顶部不是零时间，时间轴是从9.5秒至11.0秒，在9.5秒以前没有反射——我们要等待波在船与洋底之间传播。1公里至3公里周围的双曲线形反射同相轴因偏移归位形成成为引人感兴趣的“块状”。注意看一下8公里附近的海底地形和偏移与未偏移剖面之间的差异。偏移之后，海底的绕射双曲线就从4公里处的板块反射附近消失了，许多断裂（尤其是6.2公里处的一个断裂）都能更为明确地解释了。最后，如板块是向下挠曲，可是根据所给资料，这点并不明显，要解决这个有关挠曲的疑问实际上还得要求对地震速度的横向变化作更详尽的分析。

② why

作为一个具有石油勘探意义的例子，看一下图1.1-10，这是得克萨斯州海上勘探的资

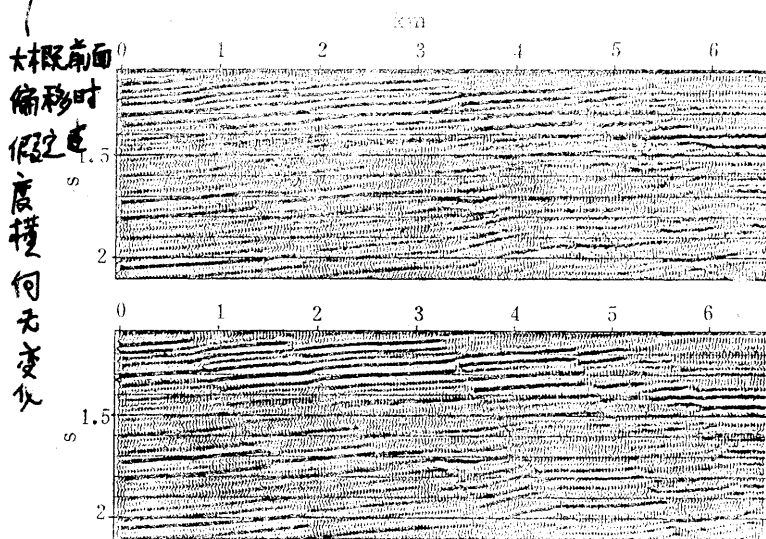


图1.1-10 上图是墨西哥海湾沿得克萨斯海岸海上勘探测线的6.5公里长的反射资料；下图为偏移处理的结果（Rothman）

料。[沉积物在沿岸河流进入墨西哥海湾处沉降，增加的重量引起沿着陡断层发生滑塌。在钻井可以证实有一透水砂岩层之后，可将相应之反射沿上倾方向外推，与图1.1-10资料上那样一些最邻近的断层倾斜相接。该断层很可能破坏了形成烃类向上运移聚集的渗透性通道的连续性。在这个深度上的砂岩可具有25%的孔隙率。假定地震波速度为2.2公里/秒，从而可导出图1.1-10资料与实际物理体积之间的比例关系，对含油体积与图1.1-10上同一体积的比值进行比较，可作出储量判断，由此你就可明白良好的成像是有多么重要了。]

② 怎么解释

习 题

(1) 试证明毕达哥拉斯定理，即：直角三角形的斜边长度 ut 决定于关系式 $x^2 + z^2 = v^2 t^2$ 。

提示：

- (2) 试计算图1.1-9中双曲线两翼的传播角度。
- (3) 利用习题2所得结果导出板块的倾伏角度。
- (4) 试问日本海槽有多深（水层速度为1.5公里/秒）？

利用P₇

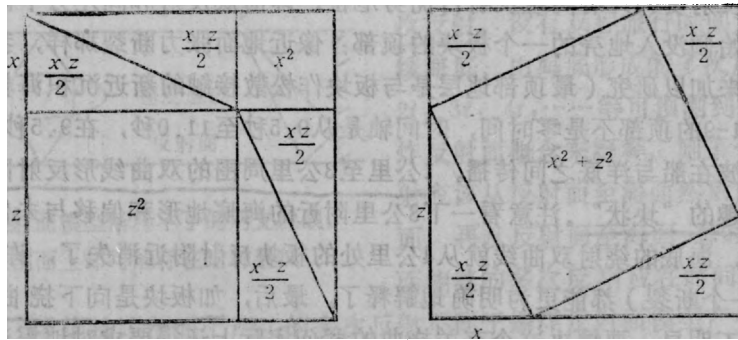


图1.1-A

(8) 试问在图1.1-10上外海位于何方向? 为什么?

1.2 起二维滤波作用的波场外推

一个脉冲函数 (δ 函数) 可由许多正弦谐波 (或复指数函数) 的叠加构制出来, 这是傅氏分析的主要思想之一。在时间序列的研究中, 就是用这种方法构制滤波器的脉冲响应。在空间函数的研究中, 则用这种方法来形成一个物理点源。

把时间特性与空间特性合在一起, 就可将傅氏分量解释为单频平面波, 物理光学 (以及与它有关的反射地震学) 就成了滤波理论的一种推广情形。我们在本节中将研究惠更斯二次震源在傅氏空间中的数学形式, 就波场的空间外推而言, 它就是一种二维滤波。

1. 射线与波前

图1.2-1所示是与垂直方向呈 θ 角度向下移动进入地层的的一个射线, 垂直于该射线的是波阵面。根据基本的几何关系, 波阵面与地表面之间的夹角也是 θ 。射线按速度 v 而增加其长度,

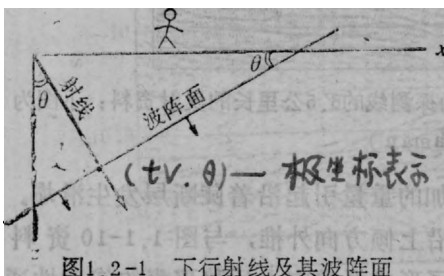


图1.2-1 下行射线及其波阵面

在地表面上观察到的则是视速度, 即波阵面与地面交点之移动速度, 这种速度即为 $v/\sin\theta$, 比速度 v 要快。类似地, 波阵面与垂直轴之截点的速度 (即垂直视速) 为 $v/\cos\theta$ 。如图1.2-1所示波阵面那样的直线, 其数学表达式应为

$$z = z_0 - x \tan \theta \quad (1.2.1)$$

在这表达式内, z_0 是波阵面与垂直轴之间的截距。使该截点下行移动, 用适当的速度乘以时间来代替它, 则

$$z = v \frac{t}{\cos \theta} - x \tan \theta \quad (1.2.2)$$

解出时间, 得

$$t(x, z) = \frac{z}{v} \cos \theta + \frac{x}{v} \sin \theta \quad (1.2.3)$$

式(1.2.3)可告诉我们关于波阵面通过任何特定位置 (x, z) 时的时间。对于任意形状具有时移的波形, 其表达式以 $f(t-t_0)$ 表示。时移 t_0 用式 (1.2.3) 定义, 可得出一个表示以某种波形沿射线移动的波场表达式

$$\text{移动波场} = f \left[t - \frac{x}{v} \sin \theta - \frac{z}{v} \cos \theta \right] \quad (1.2.4)$$

2. 傅氏空间内的波

由正弦谐波的叠加，可构成任意函数。经常出现的正弦谐波和复指数函数都是常系数线性偏微分方程的解，这就是它们出现的一个原因。之所以提到偏微分方程，是因为大多数物理定律都是可用偏微分方程表达的。

对时间函数应用傅氏积分时，我们要遇到傅氏积分核 $\exp(-i\omega t)$ 。将式(1.2.4)中的任意函数具体化为函数 $\exp[-i\omega(t-t_0)]$ 的实部，得

$$\text{运动着的余弦波} = \cos\left[\omega\left(\frac{x}{v}\sin\theta + \frac{z}{v}\cos\theta - t\right)\right] \quad (1.2.5)$$

要把傅氏积分应用到空间坐标轴 x ，必须定义空间圆频率。由于我们处理问题时最终将会遇到大量空间坐标轴（炮点是三个坐标轴，检波点是三个坐标轴，中心点与炮检距也是三个坐标轴），所以就采用这样的约定：对字母 k 加一个下标，用以表示对何种坐标进行傅氏变换。因此， k_x 就是沿 x 坐标轴的空间圆频率，而 $\exp(ik_x x)$ 则为其傅氏积分核。对每个坐标轴和傅氏积分核而言，还有一个 i 取什么符号的问题，此处采用大多数物理书籍中所采用的符号约定，即与式(1.2.5)所取符号一致的约定。如此选择的理由将在以后的1.6节中讨论。采用这种约定，波就是沿空间坐标的正方向移动，因而 (x, z, t) 空间的傅氏积分核将取为

$$\begin{aligned} \text{傅氏积分核} &= e^{ik_x x} \cdot e^{ik_z z} \cdot e^{-i\omega t} \\ &= \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)] \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

使式(1.2.5)等于式(1.2.6)的实部，可知角度与速度均与傅氏分量有关，应该牢记这些关系！

$$\sin\theta = \frac{vk_x}{\omega}, \quad \cos\theta = \frac{vk_z}{\omega} \quad (1.2.7)$$

由此可导出具有同等重要性的关系，将上述角度定义代入熟悉的关系式 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ，就得出以标量波动方程波散关系而知名的一项极重要关系。

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \quad (1.2.8)$$

我们以后将会遇到波散关系和标量波动方程。式(1.2.8)的重要性在于：它能使我们区分出一个实际是波场的无序函数同一个任意函数之间的差别。对任何一种函数 $p(t, x, z)$ ，进行傅氏变换使之变为 $P(\omega, k_x, k_z)$ ，现在对 P 的任何非零值所相应的 (ω, k_x, k_z) 体积作一下考察。显然，当且仅当 P 的所有非零值具有可满足式(1.2.8)的坐标时，它才会是一种波场。更有甚者，在实际情形下， $z=0$ 时的 (x, t) 依从关系通常是已知关系，而关于 z 的依从关系则是未知的。于是，假定 P 是一个波场就可以求出关于 z 的依从关系，因而根据式(1.2.8)能就关于 z 的依从关系做出推断。

3. 偏移可改善水平分辨率

在原理上，偏移就是将一些双曲线转换成一些点。实际上，双曲线并不蜕化成点，它是蜕化成一个焦点。焦点具有可测度的大小尺度。说偏移效果“良好”，是因为它增加了空间分辨率，它把一个很大的双曲线压缩成一个细小的焦点。为定量描述偏移改善分辨率的作用，必须定义双曲线的尺度和焦点的尺度。图1.2-2所示是测定双曲线尺度的各种不同方法。

双曲线由地震脉冲组成，所以，根据主能量脉冲在时间轴上的各零交点之间的距离，可粗略大致估计双曲线的 ω 频宽。典型的频宽值是50赫兹，不过你也可能遇到四倍高一点或四倍

低一点的值。决定深度分辨率的因素是关于地震波速度的知识，速度的典型值为3公里/秒，

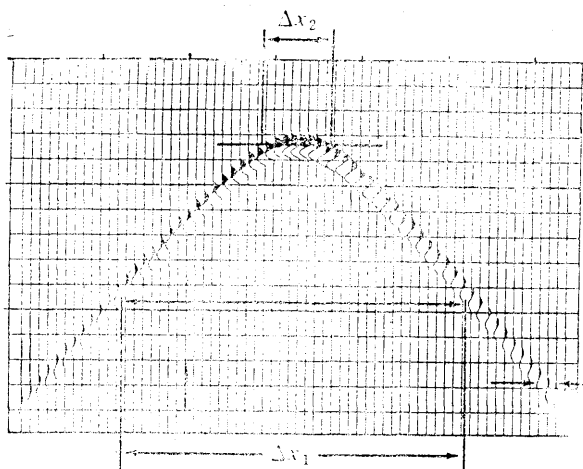


图1.2-2 双曲线宽度参量的测定

不过你再一次可能会遇到四倍大一点或四倍小一点的速度。取这些值意味着地震波长为 $v/f=60$ 米，但是有效地震波长是实际波长的一半，之所以为一半，是由于在爆炸反射面计算中取了速度 v 值的二分之一；或者与此等价，是由于将地震波长理解为被平分为上行部分与下行部分了。习惯上，分辨率限定为大约为有效波长的二分之一，或者大约为15米。地震分辨率是否应取半波长（15米）或更小一些的值，这是个可以争论的问题，它涉及到关于信噪比的考虑，超出了

我们现在研究的范围。

横向分辨率需要估计双曲线宽度和焦点宽度。图1.2-2表示有三种双曲线宽度定义，最宽的 Δx_1 大约包括双曲线四分之三的能量；其次是宽度 Δx_2 ，称作弗莱涅带(Fresnel Zone)，它是在初至正好改变极性时的两个时间上穿过双曲线的横截距离。第三种是最小的可测宽度，位于远离双曲线顶部的侧翼上，这类宽度 Δx_3 是所求出的最短水平方向波长。所谓分辨就是误差范围大小的研究，所以，使误差本身精确并没什么特别用处，主要知道 $\Delta x_1 > \Delta x_2 > \Delta x_3$ 也就可以了。空间波数 k_x 的谱宽度大约为 $1/\Delta x_3$ 。偏移究竟可以形成多么小的焦点呢？这点将受到空间波数 k_x 谱中可达到的频宽所限制；焦点的范围大小将与 Δx_3 大体相同。

图1.2-3是表示弗莱涅带概念的几何图形。弗莱涅带就是一个球面波与一平面的相交截面，亦即球面波穿过该平面达到半波长深度时的截面。弗莱涅带宽度 Δx_2 有什么意义呢？试想像你自己是在柏林市，那里有一堵“柏林墙”，你也许不被允许走近它。假如墙上有一个洞，

频宽越大， Δx_2 越小

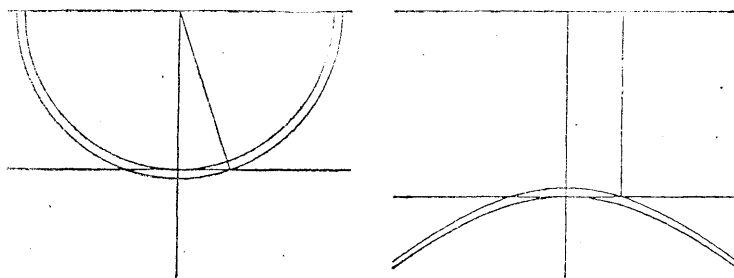


图1.2-3 (x, z) 空间内的弗莱涅带(左)及(x, t) 空间内的弗莱涅带(右)

你现在向墙那一边的一位朋友大声打招呼。声音的响度是如何依赖于墙洞的大小 ΔX 呢？这并非明显易见，然而理论上和实验中众所周知的事实是：墙洞比弗莱涅带大，就会引起声音稍微衰减，可是比较小的墙洞又会限制声音的传播，限制的程度与该墙洞的大小成比例。

(波动传播相当于一种褶积滤波，从沿反射面分布的一个区域 Δx_2 (或地下一个区域 Δx_1) 至地面上某一点这个范围内的信息，均受其影响。)波动传播的逆过程，即偏移，则相

why

WDLIM

水平反射面

当于一种反褶积处理。横向分辨率的高低归根结蒂要受资料的空间频宽所限制。

即使是在反射面未表现出有倾角的地方，也可能还需有求于偏移。当要求必须在小于 Δx_s 的精度范围之内来选定一个井位时，解释人员就得仔细检查振幅或波形沿着反射面有何细微变化出现；偏移使这些振幅变动与波形变动沿着反射面发生变化并有水平方向移动，所移动的距离就大约等于弗莱涅带。 $\odot W D I M$

地震波速度随深度而增大是造成分辨率受限制的原因，这是反射地震学中的一项基本事实。由此而出现：波越深地传播进入地层时，由于速度不断增大，它们的空间波长就越长。垂直分辨率的情形简单说来就是这样：波长越长分辨率就越低。水平分辨率的情形也类似，只不过水平波长是在地表面上直接测定的。图1.2-4就是说明这种情形。图中所示是浅部散射体和深部散射体形成的双曲面，浅部双曲线顶部到达时间早且有较陡渐近线，深部双曲线顶部到达时间晚且有不太陡的渐近线。不太陡的渐近线有比较长的水平波长。尽管速度随深度而增大，地面上所测定的水平波长在同一深度并不改变(1.5节证明，这暗示着 Snell定律)。所以，横向空间分辨率随深度之增大而变坏。上述关于分辨率降低的原因综合起来，就可以解释说明为什么在较晚的旅行时间上出现高频能量损耗。 $\odot W M Y$

② 水平波长如图中所示

浅部双曲线顶部到达时间早且有较陡渐近线，深部双曲线顶部到达时间晚且有不太陡的渐近线。不太陡的渐近线有比较长的水平波长。尽管速度随深度而增大，地面上所测定的水平波长在同一深度并不改变(1.5节证明，这暗示着 Snell定律)。所以，横向空间分辨率随深度之增大而变坏。上述关于分辨率降低的原因综合起来，就可以解释说明为什么在较晚的旅行时间上出现高频能量损耗。 $\odot W M Y$

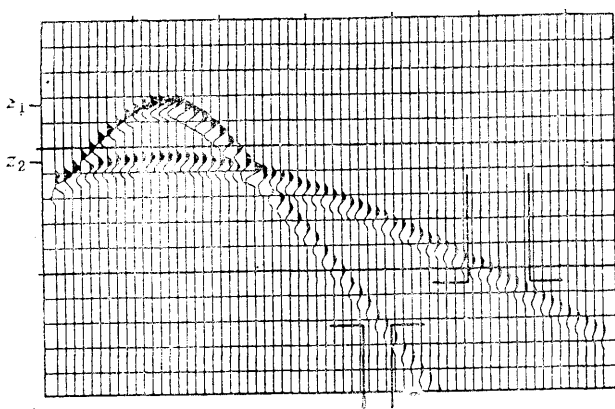


图1.2-4 速度随深度而增大的地层所形成的双曲面
由图可观察到横向的波长随深度之增加而变得更长，由此可知，横向分辨能力随深度之增加而降低

4. 二维傅氏变换

在更深入一步讨论之前，且先回顾一下关于二维傅氏变换的若干基本事实。二维函数在计算机内以矩阵内的数值代表。计算机内的一维傅氏变换是一种向量运算。二维傅氏变换可以采用一系列一维傅氏变换来进行计算，你可首先变换矩阵的每一列向量，然后再变换矩阵的每一行向量；换一种办法，先进行行向量后进行列向量的变换也行。用图形表示如下：

$$\begin{array}{ccc} p(t, x) & \longrightarrow & P(t, k_x) \\ \downarrow & & \downarrow \\ P(\omega, x) & \longrightarrow & P(\omega, k_x) \end{array}$$

该图有个符号问题要注意，我们不能继续采用通常的符号约定：以小写字母代表物理空间域，以大写字母代表傅氏变换域，因为那种约定不可能包括混合对象 $P(t, k_x)$ 和 $P(\omega, x)$ 。看来，与其是创造一些新符号，还不如最好是让读者利用该图所示上下关系去妥善处理这个符号问题。函数的自变量必须有助于函数的命名，不要相混。

图1.2-5所示是对典型的深海地震资料进行这些变换的一个例子。

在深海，沉积物均属细粒并缓慢沉积为平缓而又规则的水平地层。缺少像砂岩那样的具有渗透性的岩石，大大降低了从深海寻找石油的可能性。细粒页岩覆盖在不规则的基底火成岩之上。在 $P(t, k_x)$ 的图中，低 k_x 值处有很强的谱，表示沉积地层具有横向连续性； k_x 的这种谱延伸至很大 k_x 值，致使深层资料可能受到一点空间假频影响(采样点过稀)，这表示存在

$\odot W D I M$

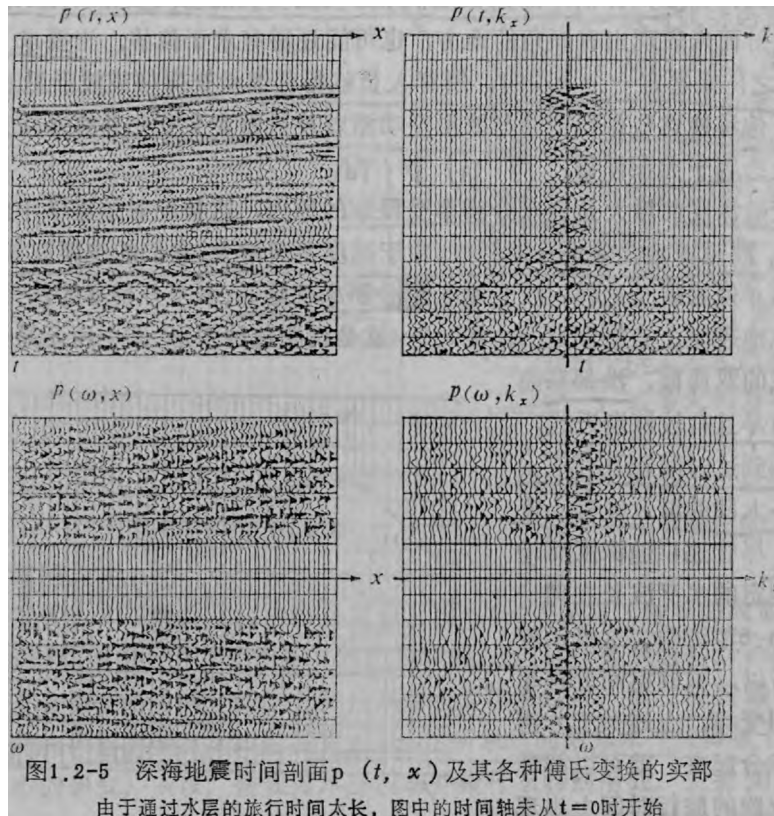


图1.2-5 深海地震时间剖面 $p(t, x)$ 及其各种傅氏变换的实部
由于通过水层的旅行时间太长，图中的时间轴未从 $t=0$ 时开始

有火成岩。 $P(\omega, x)$ 的图形表示该资料包含的不是低频能量，能量在很大 ω 时并不如所预料那样很快衰减，这表明存在有时间方面的假频。在 $p(t, x)$ 图形中，这种假频现象在阶梯状外形的海底初至中也是很明显的。倾斜的海底在 (ω, k_x) 空间内表现为能量以某一种角度通过原点。

总而言之，一个地震记录集合的二维傅氏变换仅只涉及对每一地震记录进行两次一维傅氏变换的计算，这是很幸运的事。为证实上述处理办法确实是实现二维傅氏变换，让我们列出一些方程。首先说一下，任何 x 与 t 的函数均可表示为谐波函数之叠加和（傅氏变换中采用的符号约定将在1.6节中解释），即

$$p(t, x) = \iint e^{-i\omega t + ik_x x} P(\omega, k_x) d\omega dk_x \quad (1.2.9)$$

这种逆傅氏变换中的积分核具有波的形式——沿 x 轴的正方向传播的波。同样地，在正傅氏变换中，为保持积分核是一个沿正方向传播的波，两个指数的符号均应改变。式中，为方便起见，比例因子与无穷积分限均已略去。（离散计算时，积分限与比例因子均各不相同，何必为此操心费事？）重积分可加括号，以表明要首先完成时间方面的变换

$$\begin{aligned} p(t, x) &= \int e^{ik_x x} \left[\int e^{-i\omega t} P(\omega, k_x) d\omega \right] dk_x \\ &= \int e^{ik_x x} P(t, k_x) dk_x \end{aligned}$$

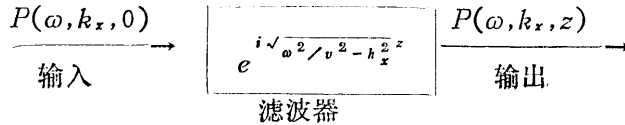
括号内的量是就每个 k_x 完成的对 ω 的傅氏变换。换一种方式也行，将 k_x 积分放在括号内首先完成运算，那意味着首先完成行运算而不是列运算（或者反之）。正是函数 $\exp(-i\omega t + ik_x x)$ 分离为两个指数之乘积的这种可分解性，才使进行这种重积分的计算轻而易举而又节省时间。

5. 输入输出关系

将数据资料向下延拓是偏移过程的核心部分。已知在地表面 $z=0$ 这个平面上的输入数据，我们必须构制出在深度 z 上可被记录到的数据。这点在傅氏变换域内很容易做到，这种方法可被看作是直接乘以某个复指数的乘法运算，即 **(时域中的卷积运算频域变成相乘)**。

$$P(\omega, k_x, z) = P(\omega, k_x, 0) e^{i k_x (\omega, k_x) z} \quad (1.2.10)$$

既然运算是傅氏变换域内的一种乘法，那就能够用图解方式描述它：



在频率 ω 域内和波数 k_x 域内，向下延拓都是一种乘积关系，那么该滤波器在时间和空间域内看来又像是什么呢？原来它像是一种圆锥，粗略地说，这是 $x^2 + z^2 - v^2 t^2$ 的一个脉冲函数；更精确地说，这是惠更斯二次波震源，前面曾经用海洋波浪通过防波堤的一个空隙洞穴为例说明过它。将防波堤内多种多样空穴的响应相加起来，那就是遍及 x 轴的褶积，将许多入射海波叠加起来，那就是遍及时间 t 的褶积。

现在让我们来看一下为何向下延拓滤波器会具有所述数学形式。 (ω, k_x) 平面内的每一点都与一正弦平面波有关，随深度而发生变化也将是正弦函数形式，即 $\exp(ik_x z)$ ，对该正弦波而言，求解出方程(8)就可直接求出 k_z 的值：

$$k_z = \pm \left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2 \right)^{1/2} \quad (1.2.11a)$$

$$= \pm \frac{\omega}{v} \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2} \right)^{1/2} \quad (1.2.11b)$$

$$= \pm \frac{\omega}{v} \cos\theta \quad (1.2.11c)$$

选择正号意味着 $\exp(-i\omega t + ik_x z)$ 是一下行波（因为 z 随 t 之增大而增大时相位将保持恒定）；选择负号则形成一上行波。爆炸反射面概念要求有上行波，所以我们几乎总是采用负号，不论我们是进行偏移还是进行模拟。

取 $e^{i\phi}$ 形式的输入输出滤波器看来是没有振幅比例因子的相移滤波器，这对我们计划进行反褶积处理是一个好兆头，因为这意味着关于信噪比的顾虑，对于偏移处理要比对于普通的滤波处理少得多了。

因为横波 v 小，所以波数大

(?) 假设你能在普通地震频率范围内观测到某些横波，请问空间分辨率较之通常情形是好一些、是一样、还是变坏了？为什么？

(2) 试对本书中有关野外资料上的双曲线形初至浏览一下并测定其弗莱涅带宽度，在没有零炮检距记录之处，有效的近似必须是沿一倾斜的直线测定 Δx_z 的大小。

(3) 试对图1.2-5中的 $P(\omega, x)$ 图形内之水平“成层”现象作出解释。该“层”之间距由什么决定？“层”的斜率由什么决定？(横向不均匀性、纵向不均匀性导致频谱畸变)

(4) 波场随时间的演变由下式描述

地震波传播

$$f(x, z, t) = \iint [P(k_x, k_z, t=0) e^{-i x(k_x, k_z) t}] e^{i k_x x + i k_z z} dk_x dk_z$$

设 $P(k_x, k_z, 0)$ 为常数, 表示 (x, z) 空间中位于原点上的一个点源; 令 t 非常大, 意即被积函数中的相位 $\varphi = [-\omega(k_x, k_z) + k_x(x/t) + k_z(z/t)]t$ 是随 k_x 与 k_z 之变化而急速改变。假设仅当该相位为平稳相位时, 即 $\partial\varphi/\partial k_x$ 和 $\partial\varphi/\partial k_z$ 均为零时, 该相位才对积分有显著影响。试问同相轴应位于 (x, z, t) 空间内何处?

(2) 波场向下延拓以下式表示

$$p(x, z, t) = \iint [P(k_x, z=0, \omega) e^{i k_x(\omega, k_x) z}] e^{-i \omega t + i k_x x} d\omega dk_x$$

设 $P(k_x, 0, \omega)$ 为常数, 表示在 (x, t) 空间内原点上的一个点源。试问同相轴应位于 (x, z, t) 空间内何处?

1.3 四种广角偏移方法

本节所述反射地震资料的四种偏移方法均为现代生产环境中出现的方法。它们是易于处理广角射线问题的一类方法, 同时又是难以应用于处理速度横向变化问题的一类方法。

1. 旅行时间深度

偏移处理程序的输出, 理想的应是 (x, z) 平面中的图像, 可实际上垂直坐标轴几乎从来不是深度 z , 而是垂直旅行时间 τ 。在恒速地层情形下, 该时间与该深度由一个比例因子联系起来, 比例因子的意义就是: 与 (x, z) 平面相比, (x, τ) 平面的垂直比例放大了。在地震普查工作中, 垂直方向往往放大五倍左右。到了业已充分缩小勘探范围以便定井位的时候, 采用的垂向放大比例因子很可能是 1 左右 (即没有放大)。

旅行时间深度 τ 的定义通常包括波下行传播和上行传播二者的时间, 这相当于使岩层速度隐含有因子 2。地震时间剖面一般是按爆炸反射面波场解释的, 为使之一致, 在波场分析时要使岩层速度 v_{true} 减半, 即

$$\tau = \frac{2z}{v_{true}} = \frac{z}{v_{half}} \quad (1.3.1)$$

地震资料解释中的第一项任务就是计算出垂向放大的近似数值。这个数值恐怕不会打印在数据说明中, 因为速度还未真正已知。再者, 速度通常随深度而增大, 意味着垂向放大随深度而减小。对于速度分层介质, 时深转换公式为

$$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{v} \quad \tau(z) = \int_0^z \frac{dz}{v(z)}$$

或

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{1}{v} \quad (1.3.2)$$

2. 绕射扫描与等时线扫描^①

绕射扫描与等时线扫描是所有已知方法中最易于理解的偏移方法。

(x, z) 空间内的圆或 (x, t) 空间内的双曲线这类圆锥截面的方程为

$$z^2 + x^2 = v^2 t^2 \quad (1.3.3a)$$

转换为旅行时间深度 τ 时, 则

① 原文中的 *hyperbola-summation method* 按国内现已熟悉通用的术语, 译为绕射扫描, *semicircle-superposition method* 则译为等时线扫描。——译者

$$\tau^2 + \frac{x^2}{v^2} = t^2 \quad (1.3.3b)$$

式中， v 为速度。

图1.3-1是等时线扫描方法的图解说明（图件及其标题说明均取自Schneider的经典论文〔1971〕）。取数据场使之包含有少量几个脉冲函数时，输出应是适当的一些半圆之叠加结果，各个半圆代表单个脉冲所形成的那种球形反射面地层模型。取数据场为各具有一个千个采样点的一个千个地震记录道时，则输出就是一百万个半圆的一种叠加结果。既然地震记录既有正极性又有负极性，于是半圆将半数是以负极性叠加，最终叠加结果看起来差不多会很像个样子。确实，除了在 (x, τ) 空间内的一个孤立脉冲之外，各半圆几乎处处都可能彼此相互抵销。发生这事，你可能会正确地猜出： (x, t) 空间内的输入数据剖面就是一种惠更斯二次震源，即能量是沿一双曲线集中分布的。这点将引导我们转向绕射扫描方法的讨论。

偏移的绕射扫描方法如图1.3-2所示。方法的基本思想是要在 (x, τ) 空间的某个时间

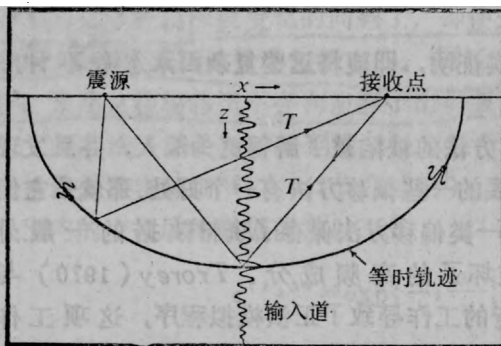


图1.3-1 等时线扫描方法示意图

图中所示代表按炮检距中点位置的深度（也可用时间）显示的一个输入记录道所发生的过程。将这个记录道的各个振幅值沿一个曲线分布，构成地下界面，该曲线代表震源至反射点再至接收器的旅行时间为常数之各点的轨迹。如速度为常数，则这些曲线是以震源与接收点为焦点之椭圆。按这种处理办法构成的图形，简单说就是以记录道振幅信息调制的波阵面图。它本身显然不是一个有用的界面映像，但是当由相邻一些记录道（不同炮检距的共深度记录道）的类似图形构成图形时，由于在古典的惠更斯原理意义上的波阵面之间发生相长干涉与相消干涉，就产生了有意义的地下界面映像。例如，相邻记录道的波阵面会全部相交于一个绕射源上，相长叠加而形成以强振幅斑点形式出现的一个绕射体映像，其垂向与水平方向的分辨率由脉冲频宽及水平扫描半径所控制。另一方面，在有反射界面情形下，来自邻近记录道的波阵面均与该界面相切，从而由于相邻波阵面重叠部分的相长干涉而形成反射面映像。在没有反射体与散射体之界面的区域内，波阵面由于随机叠加而趋于抵销

② 指哪些

① 如何给定深度值

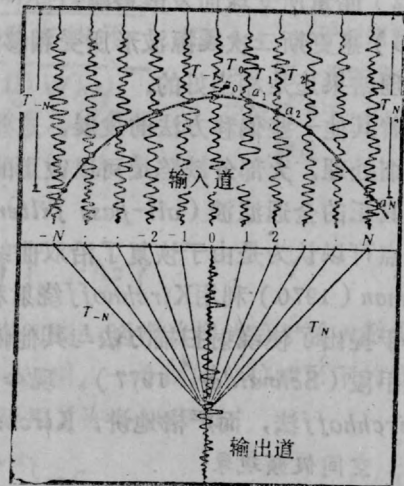


图1.3-2 绕射扫描方法示意图

这个处理过程代表如何由图上部所示多次叠加记录道组成的输入记录道集合产生出一个输出记录道，图下部的输出记录道是反映如何沿所示旅行时间曲线进行输入振幅求和而得出 (x, z) 点上的各个振幅值。这个曲线定义为绕射双曲线。如果在所示输出点上的地下界面中存在有一个绕射源，则在该点将应形成强振幅。这个过程也适用于反射面，因为一个反射面可以看成是连续的一系列绕射源，其各自的映像合并产生一光滑连续分界面

② 这条曲线如何定

上用扫描办法形成一个点，而不是像等时线扫描方法那样，把一百万个半圆彼此叠加在一起逐点形成 (x, τ) 空间内的各个点。为在 (x, τ) 空间的输出结果中形成一个固定点，试想像有式 (1.3.3b) 所示的一种双曲线，使其顶部位于 (x, τ) 空间的相应位置上。把该双曲线所接触到全部数据值相加起来，所产生的值就作为 (x, τ) 空间内适当位置上的输出结果。按同样方法将 (x, τ) 空间内所有其他位置均填满。

我们可以怀疑绕射扫描方法究竟是比等时线扫描方法好一点还是坏一点，或者它们是否是等价的。相反的数据处理过程——或根据数据来建立模型——就是根据模型构制合成记录。把以上所述两种偏移处理程序作一点改变，就可以变成模拟程序，这时，你不是进行双曲线求和（译注：即绕射扫描 *hyperbola summation*）或半圆叠加（译注：即等时线扫描 *semicircle superposition*），而是进行双曲线叠加（*hyperbola superposition*）或半圆求和（*semicircle summation*）。我们也可以怀疑上述两种偏移处理程序是否真正就是模拟程序的逆过程。有一些需要加以考虑的因素：

(1) 惠更斯二次震源波形振幅对角度的依从关系（即倾斜函数）；

(2) 能量所受球面发散影响；

(3) 惠更斯二次震源波形所受相移影响。事实证明，即使将这些复杂因素忽略不计，所得处理结果还是相当好的。

随着其他一些偏移方法的发展，这些早期偏移方法的缺陷被了解得更为深入，并且发现只要仔细处理，大部分缺陷是可以改正的。后期发展的一些偏移方法有一个好处，那就是它们实现了真正的全通滤波（*all-pass filter*）。这样一类偏移方法保存了资料数据的一般外貌，这点可以认为是由于恢复了沿双曲线积分所破坏了的高频成分。Trorey (1970) 与 Hilterman (1970) 利用 Kirchhoff 绕射积分所进行的工作导致了正演模拟程序，这项工作成果终于提出了使绕射扫描方法与其他偏移方法能够符合一致（至少对于恒速情形是如此）的定量手段 (Schneider, 1977)。现今的通用术语中将任何绕射扫描或等时线扫描方法都称作 Kirchhoff 法，而严格地讲，Kirchhoff 积分仅能应用于恒定速度的情形。

3. 空间假频现象

积分一定会对高频成分有破坏作用

① 完球

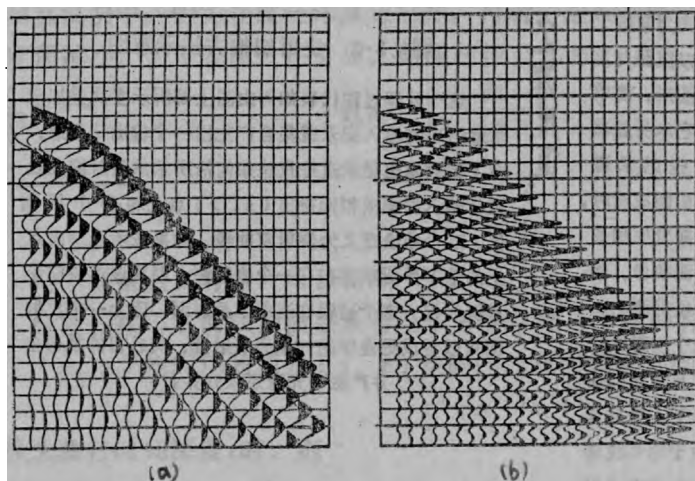


图1.3-3 空间采样不足的合成数据

为更好地看出初至角度的模糊程度，可从图侧以掠射角度来看

空间假频现象意味着沿空间坐标轴的数据采样不足，这种困难如此普遍存在，所有偏移方法都必须考虑它的影响。

数据应按每波长多于两个点进行采样，否则波至方向就变得难以捉摸。图1.3-3所示是沿 x 轴采样密度不足的合成数据，你可看出，在高频和陡倾角时，假频问题变得很严重了。① WDLN

对受空间假频影响的资料进行偏移，现在还没有什么普遍适用的可以自动校正其影响的方法，在这类场合下，人可能比机

器做得更好，因为人在识别真斜率时是很熟练的。然而，当资料经过适当采样处理时，以波动方程为基础的计算机偏移方法得出的结果还是比人工方法强多了。当代地震勘探通常都是沿测线进行适当采样的，不过在垂直方向往往存在困难。

各种绕射扫描型的偏移方法存在有偏移算子本身受空间假频影响的危险，应该仔细处理以求避免这点。首先要认识到，你应该沿双曲线的轨迹进行积分。每记录道只有一个采样点参与的求和过程，是一种很粗略的近似，最好像图1.3-4所示那样使更多采样点参与求和。

在双曲线呈陡倾斜之外，算子受假频影响的可能性就增大。在生产中，受假频影响的算子往往是出现在海底反射之上，尽管海底可能是平坦的，可是由于双曲线的陡倾斜翼穿过海底反射，于是算子在那里就获得了一种受干扰的外貌特征。

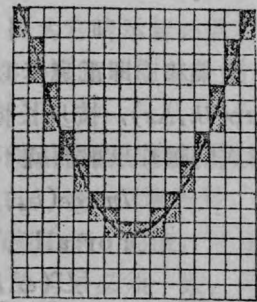


图1.3-4 对于低速双曲线轨迹，积分将需要每记录道多于一个采样点

4. 相移偏移方法 (Gazdag法)

相移法用 $\exp(ik_x z)$ 直接进行向下外推，然后估算 $t=0$ 时 (反射面在 $t=0$ 时激发) 的波场。所有广角偏移方法中，属它最容易处理速度随深度变化的问题了，即使是相位角和倾斜函数的影响，也都能正确地自动包括在内。同Kirchhoff偏移方法不一样，采用这种相移法不存在使算子出现假频的危险。

相移法开始是对时间剖面进行二维傅氏变换 (关于二维傅氏变换的某些实际细节，在1.7节内讨论)，然后把所有在 (ω, k_x) 平面内的变换后的数据值乘以下式

$$e^{ik_x \Delta z} = \exp\left\{-i \frac{\omega}{v} \left[1 - \left(\frac{vk_x}{\omega}\right)^2\right]^{1/2} \cdot \Delta z\right\} \quad (1.3.4)$$

向下延拓至某一个深度 Δz 。输出偏移剖面的时间采样间隔 $\Delta \tau$ 通常选择为等于输入数据的时间采样率 (往往是4毫秒)，所以，选取深度为 $\Delta z = v \Delta \tau$ 时，一个时间单位情形下的向下延拓算子为 C ，数据将多次乘以 C ，从而就是将它向下延拓了许多 $\Delta \tau$ 步长。

见形式和机理

$$\exp\left\{-i\omega \Delta \tau \left[1 - \left(\frac{vk_x}{\omega}\right)^2\right]^{1/2}\right\} = C \quad (1.3.5)$$

其次的任务是成像。在每个深度上完成一个逆傅氏变换之后，接着就选定其在 $t=0$ 时的值 (反射面在 $t=0$ 时激发)。很幸运，仅需在 $t=0$ 时的一个点上完成傅氏变换，所以这也就是全部所需要的计算了。由于 $t=0$ 时的值只是各个 ω 频率分量之和，计算特别容易 (将 $t=0$ 代入逆傅氏积分就可知道)。最后就是进行 k_x 至 x 的逆傅氏变换。从上行波 u 计算出映像的偏移过程可以总结如下：

作用

$$U(\omega, k_x) = FT\{u(t, x)\}$$

For $\tau = \Delta \tau, 2\Delta \tau, \dots$, 地震记录时间轴末端{

For all k_x {

$$Image(k_x, \tau) = 0.$$

For all ω {

● 关于RATFOR程序的说明，见1.7节。括号符号 { } 内为语句，符号 FT [.....] 表示对符号 [.....] 内的函数完成傅氏变换。——译者

$$\begin{aligned}
C &= \exp(-i\omega\Delta\tau\sqrt{1-v^2k_x^2/\omega^2}) \\
U(\omega, k_x) &= U(\omega, k_x) * C \\
Image(k_x, \tau) &= \mathcal{F}(k_x, \tau) + U(\omega, k_x) \\
\} & \quad \text{Image} \\
\} & \\
image(x, \tau) &= \mathcal{F}[X(k_x, \tau)] \\
\} & \quad \text{Image}
\end{aligned}$$

逆偏移（即正演模拟）的处理与此非常相似，从很大深度上其值为零的上行波开始，乘以 $\exp(ik_x\Delta z)$ ，按步长将该波向上推进；随着通过地层的每个深度水平，由各该深度水平上形成的爆炸反射面就不断加进上行波内。模拟上行波 u 的程序为：

$$\begin{aligned}
Image(k_x, z) &= FT[image(x, z)] \\
\text{For all } \omega \text{ and all } k_x & \\
U(\omega, k_x) &= 0. \\
\text{For all } \omega \{ & \\
\text{For all } k_x \{ & \\
\text{For } z = z_{max}, z_{max} - \Delta z, z_{max} - 2\Delta z, \dots, 0 \{ & \\
C &= \exp(+i\Delta z\omega\sqrt{v^{-2} - k_x^2/\omega^2}) \\
U(\omega, k_x) &= U(\omega, k_x) * C + Image(k_x, z) \\
\} \} \} & \\
u(t, x) &= FT[U(\omega, k_x)]
\end{aligned}$$

复指数内取正号是由于对上行波和向上外推需各取一次负号的综合结果；关于 ω 、 k_x 和 z 的三种循环是可互换的，当速度 v 是深度的一个恒定函数时，把复指数 C 的计算移到关于 z 的内循环之外去进行，可以加快程序的运行。

速度很难总是精确已知，所以，尽管它可能是随深度而稳定增大的，但不清楚它的变化规律，但往往还是在一些层内按常数来近似处理，而不是按地震记录上每一千个左右的时间点作缓慢改变。这种近似处理的好处是节省计算的时间。式(1.3.5)内的平方根和正弦与余弦一旦已计算出，就可以多次重复利用式(1.3.5)所示复数乘因子，采用4毫秒的采样率和200毫秒的层厚，该复数乘因子能一直使用50次而后才放弃。

5. Stolt方法

在大多数计算机上，Stolt偏移方法是有充裕余地的一种最快速的方法。就它的许多应用而言，这点将是它最重要的特征。对于恒速地层情形，它是严格而又正确地同惠更斯二次波源概念一致。像其他方法一样，这种偏移方法也可以使之颠倒而成为正演模拟程序。有一个涉及原理问题的缺点，就是Stolt方法处理不了涉及速度随深度而变动的问题。采用坐标轴拉伸处理（见4.5节）来进行近似校正时，这种缺点就能很大部分在实用中得到补偿。还有一个实际应用上的问题，即所有傅氏变换都具有周期性。从原理上说，这完全不成问题，因为在数据周围适当充填以零值就可以解决它。

Stolt方法可简单表示如下：

$$p(x, t) \rightarrow P(k_x, \omega) \rightarrow P(k_x, k_z = \sqrt{\omega^2/v^2 - k_x^2}) \rightarrow P(x, z)$$

现在看一看为什么要这样作。根据波场向下延拓的输入输出关系

$$P(\omega, k_x, z) = e^{i k_x z} P(\omega, k_x, z=0) \quad (1.3.6)$$

完成二维逆傅氏变换，得

$$p(t, x, z) = \iint e^{i k_x x - i \omega t + i k_x z} P(\omega, k_x, 0) d\omega dk_x$$

应用 (x, z) 点上的映像就是时间 $t=0$ 时的爆炸反射面的这种思想，即得

$$(x, z) \text{ 映像} = \iint e^{i k_x x} \cdot e^{i k_x (\omega, k_x)^{-1} z} P(\omega, k_x, 0) d\omega dk_x \quad (1.3.7)$$

上式给出了最终的映像，但是它却是以一种不受欢迎的形式出现的。因为它暗示着必须对每个深度 z 水平来完成一项二维积分。Stolt 处理过程就是将如式 (1.3.7) 所暗示的三维计算转换成一个二维傅氏变换。

到现在为止，还完全没有详细说明如何用上行波来代替下行波。波的方向是根据表达式 $\exp(-i\omega t + i k_x z)$ 中的相位保持恒定所要求的 z 与 t 之间的关系来定义的，如 ω 恒取正号，则 $+k_x$ 将恒属于下行波而 $-k_x$ 则恒属上行波。为描述具有实值（而不是复数值）的波，既需要有正频率 ω 也需要有负频率 $-\omega$ ，因此，下行波的固有特征就是 ω 与 k_x 的符号必须一致，而上行波的固有特征则相反。采用这种分类办法，把式 (1.3.7) 中的积分变量从 ω 改变为 k_x

$$\omega = -\text{sgn}(k_x) v \sqrt{k_x^2 + k_z^2} \quad (1.3.8a) \textcircled{1}$$

$$\frac{d\omega}{dk_x} = -\text{sgn}(k_x) v \frac{k_x}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \quad (1.3.8b)$$

$$= \frac{-v |k_x|}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \quad (1.3.8c)$$

将式 (1.3.8) 代入式 (1.3.7) 并在式中也包括该负号，因而像对 ω 的积分一样，对 k_x 的积分可取从负无限大至正无限大的积分限

$$(x, z) \text{ 映像} = \iint e^{i k_x x + i k_x z} \left\{ P[\omega(k_x, k_z), k_x, 0] \frac{v |k_x|}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \right\} dk_x dk_z \quad (1.3.9)$$

式 (1.3.9) 说明，所得映像是某种二维逆傅氏变换的结果。Stolt 偏移方法就是直接完成式 (1.3.9) 的计算，算法步骤为：

(1) 对资料进行双重傅氏变换，从 $p(t, x, 0)$ 变换为 $P(\omega, k_x, 0)$ ；

(2) 在新网格上对 P 进行重采样，使它成为 k_x 与 k_z 的函数，并以比例因子乘 P （该比例因子可解释为 $\cos\theta$ ） $\textcircled{2}$ ；

(3) 进行逆傅氏变换，变换至 (x, z) 空间。

脉冲应用 Stolt 偏移的实例如图 1.3-5 所示。你可看到预期会有的半圆弧，你还可看到在各个半圆弧的底部还挂着一个半圆弧，这些圆弧不但开口朝上、圆心位于地面 $z=0$ ，而且开口朝下，圆心位于底部 $z=z_{\max}$ ；位于最深位置的脉冲所形成之圆弧影响最大。众所周知，更仔细地进行内插重采样就能压制掉这些圆弧（你把 ω 的均匀网格转换为 k_x 的非均匀网格就

$\textcircled{2}$ 为什么会有半圆弧

$\textcircled{1}$ $\text{sgn}(k_x)$ 表示 k_x 本身所取之符号。根据定义 $\frac{\omega}{v} = k = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ ，其中， v 为速度；为使 ω 的符号与 k_x 的符号

相反，故取此式。——译者

$\textcircled{2}$ 根据定义 $k_z = k \cos\theta$ ，即 $\cos\theta = k_z/k = k_z/\sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ ，这时应将式 (1.3.9) 中的速度 v 视为常数。由此可知， $\cos\theta$ 即积分 (1.3.9) 中的乘因子。——译者

得采用内插方法), 比方说, 用sinc函数^①代替线性内插算子来进行内插就行(见4.5节) 避免弧形干扰的一种简单办法就是干脆躲开该模型的底部, 就是说, 在底部充填许多零即可。

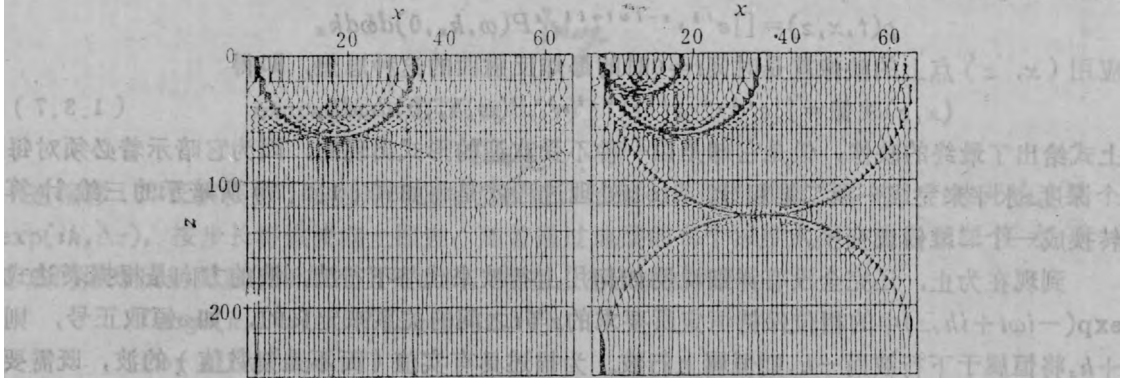


图1.3-5 Stolt方法对脉冲数据的响应

可看到许多半圆弧与计算假象在一起

看来在时间轴上需要充填极其大量的零值, 为保持合理的内存要求, 可按习题(4)所述算法重新加以组织。当然, x 方向有周期性, 所以沿 x 轴也需要充填零值。

6. 绕射扫描法可改进为Kirchhoff法

Schneider (1978) 证明惠更斯二次震源子波的解析表达式为^②

$$FT^{-1}(e^{i k_z z}) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial z_0} \frac{\text{step}(t-r/v)}{\sqrt{t^2 - r^2/v^2}} \quad (1.3.10)$$

式中, r 为震源(爆炸反射面)与接收器之间的距离 $\sqrt{x^2 + (z-z_0)^2}$ 。函数(1.3.10)中含有一项极点和阶跃函数的导数, 由于趋于无限大, 实际上是不可能用图形来表示这个子波函数的。不过, 根据其数学形式, 你立刻会认识到扰动全都集中于所期望的圆锥面上。在该锥面上, 阶跃函数之导数给出一个正脉冲初至, 平方根倒数之导数给出一脉冲, 其负极性之尾巴以 $-3/2$ 次幂阻尼衰减。因为导数是对 z 求导而不是对 r 求导, 所以会出现余弦倾斜因子。

式(1.3.10)说明的是二维惠更斯子波而不是三维子波(在次要的枝节方面有一些不同)。虽然点源产生的波主要是球面波, 可是弯曲地层的聚焦作用却主要是一种二维聚焦, 亦即, 弯曲地层不像是球面而倒更像是柱面。

你也许会奇怪: 为什么严格的逆变换(1.3.10)虽已知而不论谁却还是宁愿采用它的近似。实践证明, 以图形表示式(1.3.10)的困难表现在用它对数据资料进行褶积时有困难, 那也正是为什么普遍公认前述一些Kirchhoff偏移方法在平缓海底反射之上要出现前兆干扰。第二章和第四章的内容大部分是用于讨论将式(1.3.10)推广至变速情形下也能成立, 以及将它推广成为数据网格上比较好的表现形式。

在傅氏变换域内, 惠更斯二次震源函数很简单而且是平滑的, 在矩形网格上计算该函数然后采用1.7节所述程序进行逆变换, 是一桩简易的事。图1.3-6所示是在一个 256×64 网格

① sinc函数形式为 $(\sin u)/u$ 。——译者

② $\text{step}(t-r/v)$ 为阶跃函数。——译者

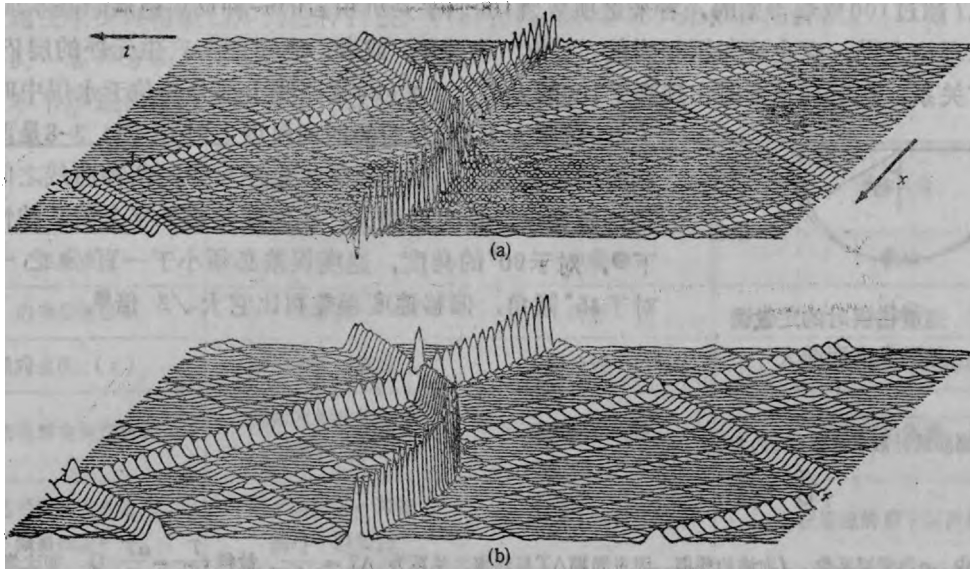


图1.3-6 惠更斯子波(上图)及其平滑时间积分(下图)

点上的计算结果(在实际处理时,将采用大约是 1024×256 的网格,但此处所采用之稀疏网格可提供一种具有适当细节的图形),因为以图形表示一个类似于脉冲偶极子的函数有困难,在图1.3-6的下部又显示了其时间积分的第二种图形。

7. 偏移方法对速度误差的灵敏度

图1.3-7表示偏移的脉冲响应随速度如何变化的情形。注意,偏移资料通常是以时间剖面形式显示的,对于水平成层情形,任何速度误差都没什么影响^①。

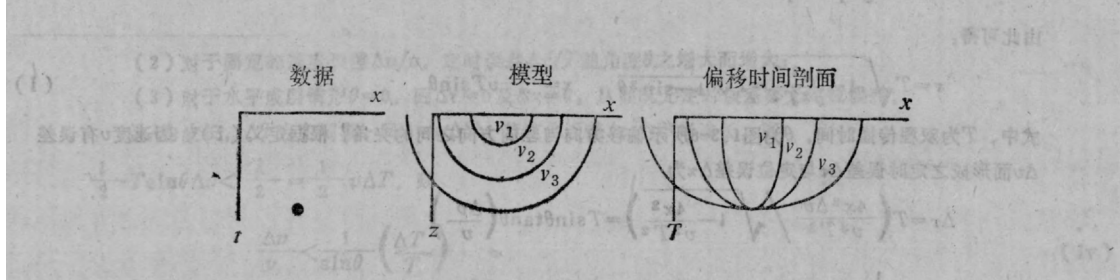


图1.3-7 速度误差灵敏度随角度(可达 90°)而增大。数据脉冲的偏移犹如是速度之函数。三种可能的恒定速度选择均重叠显示在同一个平面上

不同的人有不同的精确度准则。合理的准则应是,半圆弧上的能量之定位误差须小于半波长。对于沿水平方向传播的能量来说,该项定位误差只与主周期 ΔT 和旅行时间 T 有关^①。

① 见下页注释①

比值 $T/\Delta T$ 超过100是难得见的，看来这项数值100似乎是沉积岩的一种反射地震学基本观测参量（从理论上说，它也许与沉积岩的“Q值”有关^①，或者，它可能与产生无序的层内多次反射有关系；在下列情形时出现高于100的大值：（1）传播路程大部分均位于水层中时；

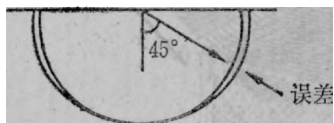


图1.3-8 速度错误时的定位误差随角度而增大

（2）位于大于4秒左右的时间深度上时）。图1.3-8是两种相近的偏移速度情形的比较，由图可知，两种曲线之间的间距随角度之增大而增大。在间距是小于半个波长的情形下^②，对于90°的角度，速度误差必须小于一百分之一；对于45°倾角，偏移速度误差可比它大 $\sqrt{2}$ 倍^③。

① 根据能量耗散率常数 $1/Q$ 的定义：

$$\frac{\pi}{Q} = \frac{\alpha}{f}$$

其中， α 为衰减系数， f 为波的频率。因主周期 ΔT 与频率之关系为 $\Delta T = \frac{1}{f}$ ，故得 $\frac{T}{\Delta T} = \frac{\alpha T}{\pi} Q$ ，即比值 $\frac{T}{\Delta T}$ 与Q值有关。——译者

② 原文为“……在间距是小于一个波长的情形下，……”，显系有误。如果确系小于一个波长，则需

$$\Delta x = \frac{1}{2} T \sin \theta \Delta v < \lambda = v \Delta T$$

从而

$$\frac{\Delta v}{v} < \frac{2}{\sin \theta} \left(\frac{\Delta T}{T} \right)$$

当 $\theta = \pi/2$ 及 $\Delta T/T = 0.01$ 时，应有 $\frac{\Delta v}{v} < 2 \frac{\Delta T}{T} = 0.02$ ，这个结果显然与 $\theta = \pi/2$ 时“速度误差必须小于百分之一”的结论自相矛盾。由此可知，所谓“小于一个波长”显然是“小于半个波长”之误。

③ 在偏移平面 (x, τ) 内的等时线方程为

$$\frac{4x^2}{v^2 T^2} + \frac{\tau^2}{T^2} = 1$$

由此可得：

$$\tau = T \sqrt{1 - \frac{4x^2}{v^2 T^2}} = T \sqrt{1 - \sin^2 \theta}, \quad x = \frac{1}{2} v T \sin \theta \quad (i)$$

式中， T 为双程传播时间， θ 为图1.3-8所示偏移方向与垂向方向之间的夹角。根据定义(i)，因速度 v 有误差 Δv 而形成之定时误差 $\Delta \tau$ 与定位误差 Δx 为

$$\Delta \tau = T \left(\frac{4x^2 \Delta v}{v^3 T^2} / \sqrt{1 - \frac{4x^2}{v^2 T^2}} \right) = T \sin \theta \tan \theta \left(\frac{\Delta v}{v} \right)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} T \sin \theta \Delta v$$

或者

$$\frac{\Delta \tau}{T} = \sin \theta \tan \theta \left(\frac{\Delta v}{v} \right) \quad (ii)$$

$$\frac{\Delta x}{T} = \frac{1}{2} \sin \theta \left(\frac{\Delta v}{v} \right) \quad (iii)$$

由此可知：

(1) 相对定时误差 $\Delta \tau/T$ 与相对定位误差 $\Delta x/vT$ 对相对速度误差 $\Delta v/v$ 之灵敏度分别为 $\sin \theta \tan \theta$ 与 $(\sin \theta)/2$ ，二者均随角 θ 之增大而增大；

速度极少可精确已知到这种程度，所以我们可以怀疑广角偏移的价值。

8. 各种方法之比较与评价

本节所述偏移的三种方法，比较如下：

	绕射扫描与等时线扫描法	相移法	Stolt法
运算速度	慢	中等	极快
内存分配组织	不方便	良好	良好
垂向速度 $v(z)$	采用射线追踪法	易处理	采用拉伸方法近似处理
广角偏移有何问题？	谨防数据假频与算子假频	谨防数据假频	谨防数据假频
是否需相位校正与倾斜校正？	在恒速情形下，可能需作一些努力	对任何 $v(z)$ 均易于处理	在恒速情形下须作校正
有无 $f-k$ 域假频干扰？	无	在 x 轴上有干扰，减弱 f 轴上干扰的方法见4.5节	在 x 轴上有干扰，减弱 (t, z) 中的干扰的方法见4.5节
水平速度 $v(x)$	可使生产程序存在严重的隐患	可用迭代法与内插方法近似处理	尚无已知的程序可处理
能否消除边界影响与不规则采样间隔影响？	极佳	差	差

展望以后几章的内容有可能对做为一类方法的各种广角偏移的质量作些注记，现在就作一点评论将是有帮助的。这类方法最大的弱点就是它们难以处理横向速度变动问题；它们的最大优点是处理广角的能力，但是却被数据采集与处理流程中其他环节的弱点所削弱了。这些弱点即：

(2) 对于固定的速度误差 $\Delta v/v$ ，定时误差 $\Delta\tau/T$ 随角度 θ 之增大而增大；

(3) 对于水平成层情形 $\theta=0$ ，因 $\Delta r=0$ 及 $\Delta x=0$ ，从而既无定时误差亦无定位误差。

设 λ 为波长， ΔT 为主周期，即 $\lambda=v\Delta T$ 。若定位误差 Δx 小于半波长，即

$$\frac{1}{2}T\sin\theta\Delta v < \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}v\Delta T, \text{ 则}$$

$$\frac{\Delta v}{v} < \frac{1}{\sin\theta} \left(\frac{\Delta T}{T} \right) \quad (\text{iv})$$

由式 (iv) 又可得结论：

(1) 对于沿水平方向 $\theta=\pi/2$ 传播的能量，应有

$$\frac{\Delta v}{v} < \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\Delta T}{T} \right) = \frac{\Delta T}{T}$$

亦即 $\theta=\pi/2$ 时的速度误差 $\Delta v/v$ 仅与主周期 ΔT 和旅行时间 T 有关；

(2) $\Delta T/T$ 值一般为0.01，因此，在 $\theta=\pi/2$ 的情形下，相对速度误差 $\Delta v/v$ 必须小于0.01；

(3) 由式 (iv) 可知，当 $\theta=\pi/4$ 时，应有 $\frac{\Delta v}{v} < \sqrt{2} \frac{\Delta T}{T}$ ，亦即 $\theta=\pi/4$ 时的速度误差可比 $\theta=\pi/2$ 时的速度

误差大 $\sqrt{2}$ 倍。——译者

(1) 炮检距所张角度往往很大, 而各种方法却均忽略了它的影响。CDP叠加剖面并非零炮检距剖面;

(2) 甚至连垂直于测线方向的微小倾角都是忽略不计时, 何必再去处理沿测线方向见到的非常大的广角呢①?

(3) 数据总是采样密度不够, 不足以代表陡倾斜资料而又无假频现象;

(4) 速度资料的精度低, 极难证明对广角进行处理的正确性;

(5) 噪音干扰可能会压制掉所有回声反射, 而这也就是意味着存在有一种截止倾角了。例如, 试想像在两秒的时间深度上有含油储层, 该处的数据记录则停止在四秒的时间上, 这意味着倾角在 60° 时就截止了②。

习 题

(1) 波动模拟程序流程简图均假设爆炸反射面为时间的脉冲函数, 试修改程序流程图使波动模拟能包括一项震源波形 $s(t)$ 。

(2) 偏移程序流程简图允许速度随深度而变化, 然而当速度是恒定的深度函数时却可相当快地提高程序的运算效率。试证明如何可作到这一点。

(3) 试作出Stolt算法逆过程的程序流程——就是说, 根据一已知模型作出合成记录。

(4) Stolt算法可加以重新组织, 使得沿 x 轴充零时所需要的内存得以减少。首先沿 x 轴进行傅氏变换, 变换至 k_x 域, 然后从数据所在 (t, k_x) 平面选择恒定 k_x 值的向量; 可将每个向量移至某一长向量的空间内, 然后进行充零和内插。试作出所述程序的流程图。

(5) 已知地震资料是在四秒处截止, 试问可观测到 80° 倾角的最深旅行时间深度是多少?

1.4 物理基础

以前数节已讨论过波传播的几何地震学方面的问题, 以及它们如何与地震成像有关, 现在我们将考虑其物理方面的问题如何与成像有关。传播介质具有质量密度和可压缩性, 讨论波动要考虑物质的加速度向量和压力梯度。静形变、地滚波、剪切、刚性、能量耗散、成层沉积——像这样一些因素, 与映像的构制有什么关系呢?

因为沉积岩的复杂性, 应采用何种数学描述的问题还没有普遍一致的意见。为帮助你认识起指导作用的理论可以作到什么程度, 我将指出理论与现代工业实践之间的一些不一致之处。

1. 碎屑岩沉积剖面

一般而言, 大多数储油岩石都是砂岩。砂岩往往是由水速不足以起搬运作用时在河口附近沉积的沙所形成。在河口, 可发现沙是沿着沙坝的末端沉积下来的, 且往往是沿着大约为 25° 左右的坡度沉积。如图1.4-1所示。尽管沙并非沉积于平坦地层内, 但上述沉积过程却可以形成一种水平地层。

粘土是甚细粒物质(杂质), 在它们沉降而形成页岩之前, 被携运至深水区域。页岩沉

① 意即垂直于测线方向的倾角对沿测线走向的视倾角有很大影响, 而前者在处理中常被忽略不计。——译者

② 偏移时间剖面为 (x, τ) 平面, 未偏移时间剖面为 (x, T) 平面, 时间剖面上的时间深度为 T , 相应的偏移时间深度为 τ , 二者存在下列关系: $\tau = T \cos \theta$, 其中, θ 为偏移角度, 当 $\tau = 2$ 秒, $T = 4$ 秒时, 应得 $\theta = \pi/3$ 。

——译者

积是比砂岩更为水平的一种成层地层。砂岩沉积的具体位置随经过之风暴和季节而变化，在岩石中留下如木纹年轮状的标记。

由于河道与沙坝经常变化，河流三角洲本身就是一种复杂的沉积，它总是沿着海岸线移动；在任何一个时期，三角洲似乎都是遗留下沉积物而向海洋方向移动，但是随后发生的沉降挤压或者海平面升高又可引起它向陆地方向移动。

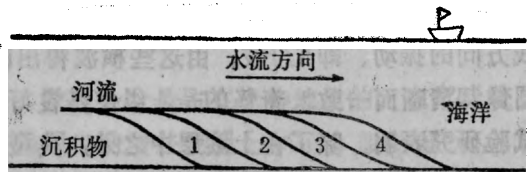


图1.4-1 河流入海处相当陡之斜坡上的砂岩沉积（储油岩石）

砂岩很重要，因为它的孔隙能使石油聚集，而它的渗透性能为石油运移形成通道。页岩也很重要，因为它含有以前时期地球上的生物残迹并因而形成烃类。烃类运移至邻近的砂岩，但总是不会运移至地面，因为砂岩为无渗透性的页岩所覆盖。尽管页岩具有比砂岩稍低一些的速度，可砂岩与页岩的波阻抗性质往往是类似的。地球物理学家要在地面上根据地震波长的尺度（约30米左右）来观察这最终形成互层的砂页岩三维混合体。

砂岩页岩混合体称为碎屑岩。碎屑这个词的意思是破碎。碎屑岩由结晶岩石的碎片所组成，多数沉积岩均属碎屑岩，大多数石油是在碎屑岩内发现的，但在与碳酸盐岩有关的岩石（如灰岩）中也发现了很多石油。碳酸盐岩是在浅海沉积环境由海洋有机物质所形成，许多碳酸盐岩（及碎屑岩）由于缺乏渗透性而使所含石油难以抽取。经历若干还不太清楚的过程之后，碳酸盐岩具有了渗透性。地震学家都知道碳酸盐岩具有的速度比碎屑岩速度要大，典型情形是碳酸盐岩具有比邻近碎屑岩速度大20%至50%的速度。碎屑岩有时也包含有灰岩，在这种情形下，称它为泥灰岩。

2. 年代地层学

看来可能有点奇怪，关于地震反射的准确性质一直没有普遍一致的意见。物理学家倾向于认为反射是由不同类型岩石的分界面、诸如砂页岩接触面所引起的。这种观点存在的麻烦问题是：砂岩与页岩以复杂的方式形成夹层，既可大于也可小于地震波长。许多地质学家，特别是以地震地层学家而知名的一群地质学家，他们有一种不同的概念（见美国石油地质学家协会第26号研究报告：地震地层学——在油气勘探中的应用），他们曾经研究过成千英里的具有测井资料的反射资料，相信一个反射是标志着一个恒定地质年代的地层。他们证实一个连续追踪很长的反射面可以在一端是代表陆源沉积而在另一端则是代表海相沉积，二者之间可以有各式各样的岩石类型。建立在这种假说基础上的资料解释方法就称作年代地层学。在整个全是碎屑岩沉积的地区，地震地层学家的观点看来是相当正确的。但是当存在有碳酸盐岩和其它岩石时，物理学家的观点看来要更为适宜。要进一步详细研究，建议读者读一读Sheriff（1980）所著的书。

与物理学家观点不符

3. 转换横波难以观测

在天然地震学和实验室观测中，可清楚地观察到存在两种波速，速度较快者为压力波（P波）而速度较慢者为横波（S波）。横波可随水平平面内的地面运动而呈极化（SH波），或者在垂直平面内极化（SV波）。理论、野外资料及实验室测定等结果均符合一致。Cherry与Waters（1968）以及Erickson, Miller与Waters等人（1968）曾经成功地在勘探环境条件下采用S波进行了试验工作。

值得注意的是，99%以上的石油勘探工作均忽略了横波之存在。在数学上，是把地层当作是一种流体或一种气体来进行处理的。横波试验工作采用专用设备来产生和记录垂直于测线方向的振动、即SH波。由这些横波得出的地层图像往往为土壤层所削弱，但有时SH波图像却清晰而一致。奇怪的是，纵即使是良好的SH波资料也总是难于与P波图像对比。这些试验研究表明，除了在土壤层中之外，典型情形下的横波传播速度大约为压力波的二分之一，而在土壤层中，横波速度总是慢得多而且变动更大。观测到的横波通常具有比压力波低的频率，其频率与速度均为压力波之二分之一的一种横波应正好具有与压力波相同的波长，从而也就应具有与压力波相同的分辨能力。试验工作确实证明，横波可提供大约与压力波相同的空间分辨能力。大多数地面地震资料只表示运动的垂直分量，而所有海上地震资料则是记录压力波。所以，在常规的观测排列情形下，我们理应从来观察不到SH波，更精确地说，SH波应很微弱，仅仅是由地层偏离简单的成层情形所形成。

反射地震学中有关横波的令人费解之问题是：石油勘探人员采用标准的野外观测系统按常规方法观测由P波至S波的转换，这种企图失败了；而理论却预言以某种角度入射在分界面上的P波应局部转换成SV波。再者，在通常所遇到的以30°至60°角度入射的反射波这种情形下，这些转换波应具有可与P波相比拟的强弱范围。

常规的观测排列和处理在某种程度上是要削弱转换横波的，但是它也削弱多次反射（处理方式非常相同），而我们是随时都可遇到多次波的。再者，转换波的波形特征类似于多次波，可是二者是显著不同的两种波。转换波通常在速度测定中应有所显示（见第三章），图1.4-2所示是一种含有某些多次反射的零炮检距剖面，多次反射很容易识别出来，因为它同

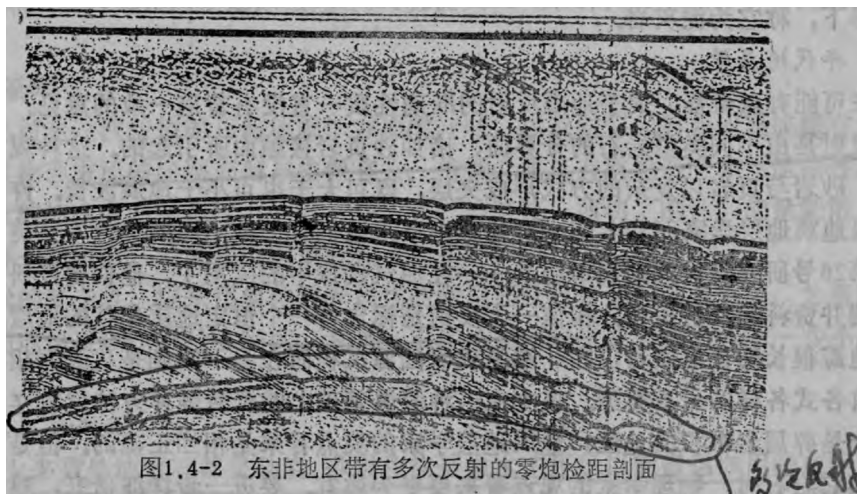


图1.4-2 东非地区带有多次反射的零炮检距剖面

较浅深度的地形模样完全相同。转换波将重复这种地形模样但时间标度比例将大约是3/2而不会严格等于4/2。在具有一种像图1.4-2所示的充分复杂的地形条件下，把转换波误认为是另一种一次反射的可能性将是很低的。

在勘探中，转换波理应具有良好的判断价值，不过，在常规资料中观察出转换波的可能性看来还相当渺茫，以致大多数解释人员都放弃了这种打算。为什么在常规资料中观察不出转换波？可以列举出若干理由：

(1) 在海上地震勘探资料中，因传播路径经过海水层，必然再度转换为P波；

(2) 在陆地资料中, 表层土壤特别易于吸收横波能量;

(3) 垂直分量检波器利于观测P波不利于观测S波, 在近地表处因射线趋于垂直, 尤其是如此。

上述转换波为何会弱于压力波的所有理由中, 没有一个是占有优势地位的。在广泛变化的环境内记录到范围广泛的振幅, 记录数据总是采用自动增益控制 (AGC) 加以显示, 弱振幅似乎尚不足以引致观测失败。关于这个问题, 我们应继续注意研究, 转换波应用于解释无疑会比我们所承认的更为盛行 (我还从未在常规记录上识别出转换横波)。

所以, 虽然转换横波也许会有某天在反射地震学中起一种重要作用, 可我们现在最好还是转向讨论主流问题吧——如何有效处理常规观测的资料。

4. 混响模拟的可靠性

地震学文献包括有大量关于成层介质内的地震波理论的讨论。应用地震学的一个值得注意的问题是: 一般均将层间内部的混响忽略不计。当波从一个分界面反射时, 反射波强度只等于入射波强度很小的一部分, 典型的是小于10%, 这种反射波就是本书主要讨论的一种波。然而, 反射波本身还会反射而又反射, 直至反射无限多次。对于短路程情形, 可以有非常多这样的射线。问题是这些混响是否总能累积达到足以值得去考虑它们的程度。看来答案就是: 这类混响虽可能有意义, 可是地震学家很少能够用这种具体体现混响的相当复杂的理论来改善反射地震勘探资料的解释工作。若干更详尽一些的讨论, 可阅读5.5节。

当有测井记录可资利用, 情况会有些改进, 不过, 这时也还存在有严重的困难。在偏移处理之后最可能获得的横向分辨率大约为20米至50米, 然而, 测井记录并不是一种具有20米至50米数量级横向分辨水平的地层。你若观察过一个由高速公路切割出来的沉积剖面就会懂得, 一个点和一种横跨20至50米范围的横向水平之间是有很大差别的。在实际应用中, 人们都要对测井记录进行垂向平滑处理, 过小的平滑会得出过多的混响, 过多的平滑又会得不出混响。垂向平滑的数量级是一个靠经验决定的参量, 它对所得结果有显著影响。对测井记录进行垂向平均不一定能满意地趋近所需要的水平分辨率。

5. 牛顿粘滞性理论的失败

同样值得注意的问题是: 地震学基本教科书在解释能量耗散参量Q值的频率依从关系时遇到失败。关于能量耗散问题, 最简单的理论处理办法必须对阐述应力与应变关系的胡克定律加上一项应变率。这种理论预言: 高频能量相对耗散应比低频能量相对耗散强一些。可是实验上观测到的却是: 在几十赫兹频率范围上, 相对能量耗散大略是恒定的。另一些简单的牛顿理论则以 $-i\omega$ 的多项式比值来描述应力与应变之比, 这些理论均包含有比例长度及特征频率。它们都未预言Q值为常数。看来, 一切比例尺度的岩石不均匀性似乎应该成为一种成功的理论所应包括的本质属性 (4.6节讨论的即属此种情形)。

6. 反演问题基本特点

物理过程经常可用计算机按其自然面目进行模拟, 计算机内存犹如是物理空间的图形, 而计算中的时间发展演化则犹如是所模拟的现实世界中的时间过程。按这种方式求解问题有一个好处, 就是没有任何关于解的唯一性的疑问, 原始数据与模型离散化的误差不太可能造成灾难性的影响。可是, 勘探地球物理学家极少求解这类问题。我们通常不是把 (x, z) 空间放在计算机内存中并令时间 t 演化发展, 而是把 (x, t) 空间放在内存中并沿深度 z 方向进行外推, 根据地面上的信息 (数据资料) 试图外推出一定深度上的信息, 这才是我们的正

事。稳定的时间演化发展过程实质上并未提供能够保证我们的外推目标是合理的、稳定的或甚至是可能的“存在性证明”。

时间演化发展问题经常称作正演问题，而深度外推问题则称作反演问题。在正演问题中，诸如在利用纵波进行的一种正演问题中，你需要什么和你能得到什么，都是很清楚的。你需要岩石的密度 $\rho(x, z)$ 和不可压缩性模量 $K(x, z)$ ，而且你需要知道初始的震源分布。你能得到晚些时刻时各处的波场，不过你通常只是要地表面上的波场，以便于同某些资料进行比较。在反演问题中，你已知的是震源特性和地面上所观察到的波，你想要确定表征物质性质的 $\rho(x, z)$ 和 $K(x, z)$ 。根据经验已经知道，常规的观测结果是得不出有关 ρ 与 K 之映像或图形的合理估计的。

7. 你能从反射地震学得到什么

很幸运，已经发现 ρ 与 K 的某种函数能够可靠地加以确定并绘制成图。速度 v 与波阻抗 R 由下式给出

$$v = \sqrt{K/\rho} \quad (1.4.1a)$$

$$R = \sqrt{K\rho} \quad (1.4.1b)$$

从数学上说，要反向求解式(1.4.1)是件容易的事，由此得

$$K = vR \quad (1.4.2a)$$

$$\rho = R/v \quad (1.4.2b)$$

实际应用时，式(1.4.2)这种解没多大价值，因为 v 与 R 这两个参量是通过无重迭部分的频谱范围来观察的。波阻抗 R 通过质量良好的反射资料典型频宽为10赫兹至100赫兹的频谱范围而观测到，由于丢失了谱的低频部分，平常都不是说观测波阻抗而是观测其梯度，即反射

②

WDIM

率 $c(x, z) = \nabla \log(R)$ 。

速度 v 是通过非常窄的频宽范围观测到的。速度观测涉及要对旅行时间随炮检距而变化的情形进行研究，这将在第三章内详加讨论。利用这个第二种频宽范围是难以在一个4秒长的时间轴上辨认出十六个独立的速度测定的，所以这种频宽范围就是从零至大约2赫兹^①，如图1.4-3所示。

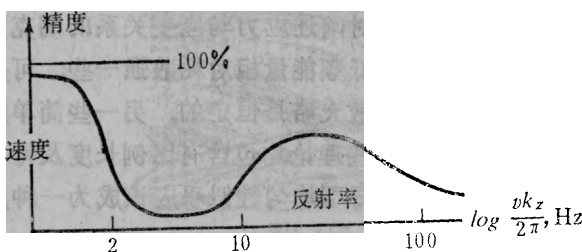


图1.4-3 根据地面地震观测所得信息之可靠性程度 而已。

注意，从2赫兹至10赫兹，存在有一个信息空白段。即使假设岩石物理学可以给我们提供密度 ρ 与不可压缩性系数 K 之间的关系，这个空白也会严重妨碍地震学家在进行钻井之前就能预测测井记录情况的能力，地震学家能够作得可靠一点的只是对已经过滤波处理的测井记录进行预测而已。

上述观测情况使得反射地震学家不得不把“速度”这个词当作一个专用术语来用了。对反射地震学家来说，速度的意思就是指“真速度”的低空间频率部分，“真速度”的高频部分从未称作速度，而是称作反射率(reflectivity)。密度由于几乎无法根据地面反射地震学

①4秒长的时间上可辨认出16个速度测定结果，其平均时间间隔 $\Delta t = 250$ 毫秒，根据读数定理，其频率最高为

$$1/2\Delta t = \frac{1}{2 \times 0.25} = 2 \text{赫兹}。 \text{——译者}$$

来测定，通常都不注意它。

8. 数学反演问题

在数学中，求解一个反演问题的意思就是根据波场来“决定”介质性质，往往是采用一个“收敛序列”来达到这个目的。而地球物理学所指的“决定”究竟是什么意思却不太严谨（或者包括内容太多）。在本书的第一章至第二章中，反射面是根据自激自收概念“决定”的；在第三章中，又同炮检距结合起来了，反射率 $c(x, z)$ 与速度 $v(z)$ 则以观测排列延拓的概念来“决定”；在第五章中，这种概念发展为抑制多次反射然后再令下行波初动时间以前出现的上行波等于零的办法来求取反射的“真”振幅。看来很可能未来的处理方法还要形成一些其他成像概念，也许有可能证明我们的某些“决定”同数学家的那些“决定”是符合一致的，但是这样的符合一致并不是我们的目标。

9. 声波波动方程的导出

声波波动方程描述液体或气体内的声波，另一种更复杂的方程组描述固体中的弹性波。现在从声波情形开始讨论。牛顿动量守恒定律说，气体之内的一个小体积将因有力的作用而加速，力由小体积的相向两端上的压力差所形成。现定义

ρ = 流体每单位体积的质量；

u = x 方向的流体流动速度；

w = z 方向的流体流动速度；

P = 流体内之压力。

牛顿定律说：

质量 \times 加速度 = 力 = - 压力梯度

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.4.3a)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (1.4.3b)$$

因压缩与体积变化而形成能量储集是第二种物理过程。如在 $x + \Delta x$ 点上的速度向量 u 超过在 x 点上的速度，则说流动是发散的。换言之， x 与 $x + \Delta x$ 之间的小体积正在膨胀。这种膨胀必然导致有一压力降，压力降的大小与称作不可压缩性系数 K 的流体性质成比例，在一维情形下，该方程为

压力降 = 不可压缩性系数 \times 速度之散度

$$- \frac{\partial P}{\partial t} = K \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.4.4a)$$

在二维情形下则为

$$- \frac{\partial P}{\partial t} = K \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (1.4.4b)$$

为从式(1.4.3a)与(1.4.4a)得出一维波动方程，首先用 ρ 除式(1.4.3a)并对 x 求导

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} u = - \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.4.5)$$

其次，对式(1.4.4)取时间导数。在固体地球科学中，我们很幸运的是问题中的物质在我们进行试验期间并不改变，这意味着 K 不是时间 t 的函数

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = - K \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} u \quad (1.4.6)$$

将式(1.4.5)代入式(1.4.6),得一维标量波动方程

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = K \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.4.7a)$$

在二维空间内,准确的声学标量波动方程为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = K \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \right) P \quad (1.4.7b)$$

你经常会见到简化形式的标量波动方程,在这种形式的方程中,假设 ρ 不是 x 与 z 的函数。采用这种近似一般有两个理由:一是因观测结果一般都不能确定密度,所以最好是把密度取为常数;二是如果该系数是空间变量的函数,傅氏变换方法求解就无法适用了。在考察这种近似是否成立之前,先考察一下由此会得何种结果。采取这种近似,直接就可将式(1.4.7b)简化成标量波动方程的通常形式

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{K}{\rho} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) P \quad (1.4.8)$$

代入试验解

$$P = \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z) \quad (1.4.9)$$

就可看出这个方程不过是重述前数节中的几何概念,所得就是二维波动方程的波散关系

$$\frac{\omega^2}{K/\rho} = k_x^2 + k_z^2 \quad (1.4.10)$$

早先(1.2节式(1.2.8)),只考虑波的几何性态就建立过类似于式(1.4.10)的方程。在那种处理办法中,已经发现式(1.4.10)中的 K/ρ 就是波速的平方根。物理学与几何学就这样经由下列联系而和谐一致了

$$v^2 = \frac{K}{\rho} \quad (1.4.11)$$

最后,让我们看一下为什么在速度是空间可变时就不能采用傅氏变换方法。设 ω 、 k_x 与 k_z 均是非空间坐标的函数,将(1.4.9)式代入(1.4.8)式内,于是你就得到矛盾结果;如果速度是空间坐标的函数,那么 ω 、 k_x 与 k_z 就都必须是空间可变的。再假设它们全具有空间可变性,于是所得方程将仍然是一种偏微分方程,而不是像式(1.4.10)那样的一种代数方程。

10. 倏逝波^①与地滚波

完成波散关系的物理推导,得

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \quad (1.4.12)$$

我们现在可以对它有一种新考虑,它带来了远比早先根据几何推导所能设想到的更为多的意义。原先只不过把波散关系看成是体现一种几何关系 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$,其中 $\sin\theta = vk_x/\omega$,所以 $\sin\theta$ 超过1是没有意义的,换言之, vk_x 超过 ω 是没有意义的。现在在这里却是有意义的,前面述及两种偏移方法中都隐藏了一个未加解释说明之处,既然数据资料可以是 (t, x) 平面中的一个任意函数,那么它的傅氏变换当然就可以是 (ω, k_x) 平面内的一个任意函数了,于是,实际上总是存在有角度的正弦会大于1的能量,这种情形如图1.4-4所示。应该怎么对待这种能量呢?

在 vk_x 超过 ω 时,最好将熟悉的向下外推算子改写成

^①原文为 *evanescence*, 直译应为“消散波”或“耗散波”、“倏逝波”这种波具有按指数规律迅速变化的性质,而且有意义的是按负指数规律变化的波。——译者

$$e^{\pm i\sqrt{\omega^2/v^2 - k_x^2} \cdot z} = e^{\pm \sqrt{k_x^2 - \omega^2/v^2} \cdot z} \quad (1.4.13)$$

这个式子说明，物理解的深度依从关系是一种增长指数形式或一种阻尼指数形式，这些解称作倏逝波 (evanescent wave)。在最极端情形 $\omega=0$ 时， k_x 是实数，从而 $k_z = \pm ik_x$ 。对于弹性波，这点可用地面在一架停泊飞机的作用下所发生的形变来举例说明。仅当飞机运动速度高于波在地层内之传播速度时，才会有一个波辐射进入地下。如飞机以亚音速运动，这时发生的形变叫作准静态形变。

以具有正弦形皱纹的薄板进行假想试验，也许是一种比较好的物理描述方法。这样的金属薄板有时用作房顶或汽车库大门。皱纹之波长固定了 k_x 值。这样的薄板以速度 V 运动经过你耳朵时，不论 V 是否大于还是小于空气中的声速，你都会听到一种振荡频率等于 $V k_x$ 的声音，但是你听到的声音将随离开该薄板之距离而指数衰减，除非它运动得非常之快 ($V > v$)。在这种情形下，运动着的薄板辐射出的声音会达到很远距离。这就是超音速飞机为什么使用如此大量燃料的原因。

偏移程序对运动速度低于声速的能量应该有什么影响呢？理论上，这种能量应当沿着离开震源远去的方向作指数衰减，在 (ω, k_x) 空间抑制带区域内的阻尼衰减极快速。因而，简单的爆炸反射面理论预言，在速度低时，资料内应该几乎就不存在能量。

但是真实情形是： (ω, k_x) 空间的指数衰减区域内不是有极少量能量，而总是存在大量能量，爆炸反射面概念又一次破产了。处理陆地地震资料时，问题更糟糕。在深处速度较快的岩石内作指数衰减的波可以在低速土壤层中传播，这种能量称作地滚波，图 1.4—5 是一个例子。像起伏变化很大的地表面一样，控制着地滚波的最浅地下界面也是变动很大的，所以虽然图 1.4—5 是一个好例子，但没有一个例子可以真正是典型的。这个资料不是零

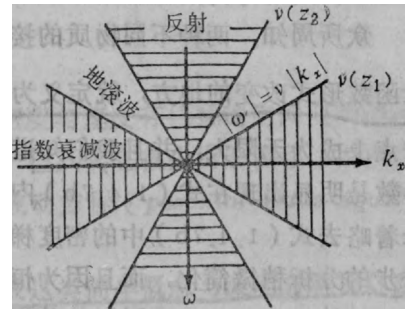


图1.4-4 反射能量的三角形区域 $|\omega| > v(z)|k_x|$ 随速度 v 之增大，因而也就是随深度 z 之增大而变得更窄。地滚波是沿地面传播的能量，而指数衰减波则是地下深处传播的能量

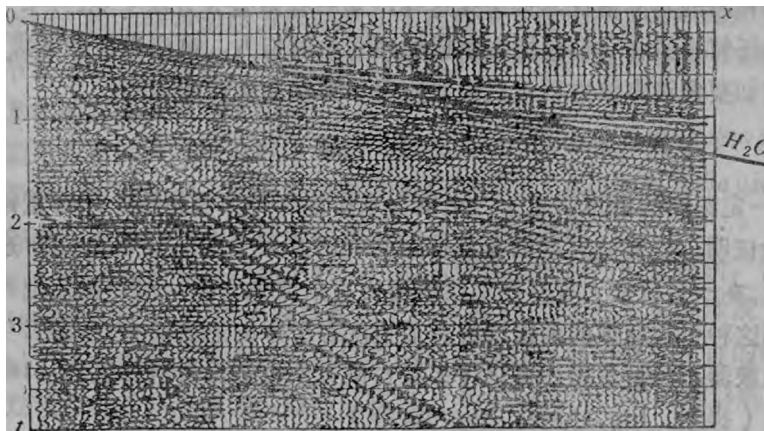


图1.4-5 佛罗里达浅海地震剖面，显示具有频散现象的地滚波

炮检距剖面，炮点在左侧，而右侧各记录道则由离炮点距离逐渐增大的检波器所产生。图上绘有直线，其斜率相应于海水层的速度，较陡的同相轴全是地滚波。在这张图中，存在两类地滚波。有一类其速度大约等于海水层速度的一半；振幅较强的一类其速度大约等于海水层

速度的四分之一，该种到达较迟而振幅较强的一类地滚波具有以频散现象而知名的有趣特征。从上下关系来观察该资料，你应能注意到高频到达早于低频。

由于地滚波指数衰减有效地防止了它受深层目的层的影响，所以地滚波成了不受欢迎的干扰。在实际处理中，应使 (ω, k_x) 空间抑制带区域内的能量衰减掉，用数学语言描述就是说，从模型空间至数据空间、然后又返回模型空间的这种合成映像过程，不是一种恒等变换而是一种等幂变换。

11. 反射与高频极限

众所周知，两种不同物质的接触面可以引起反射。不可压缩性系数 K 或密度 ρ 以空间阶跃函数形式改变的地方，就定义为物质接触面。在一维情形下， $\frac{\partial K}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ 或者二者会在某一点上成为无限大，并且我们知道，任一种都可以形成反射。所以，也许有点奇怪，密度的导数是明显出现在式(1.4.7b)内，而不可压缩性系数的导数却未明显在该式中出现，这意味着略去式(1.4.7b)中的密度梯度，并不会消去所有可能的反射。可是，略去该项会使进一步的分析稍微简化，而且因为恒定密度是一种合理的情形，所以总是略掉该项的。

还存在有一些众所周知的数学条件，在该条件下，一阶项均可略去。现在集中注意一个沿任何特定方向传播的波，这时， ω 、 k_x 和 k_z 都有某种规定的值。在频率趋向无限大的极限情形时，式(1.4.8)内的诸二阶导数项 $P_{,11}$ 、 $P_{,xx}$ 与 $P_{,zz}$ 均趋于无限大的二次幂。假设两种介质逐渐彼此混合，从而使密度梯度 $\partial\rho/\partial x$ 小于无限大，于是从式(1.4.7b)导出式(1.4.8)时出现的形式为 $\rho_x P_x$ 与 $\rho_z P_z$ 的一阶导数乘积项，均可忽略不计，因为这些项在频率趋向无限大时仅趋于无限大的一次幂，因而可在该种极限情形下将其忽略不计。

目的在于计算合成地震记录的理论地震学中，通常要包括这些项，但在目的在于根据地震野外数据作出地层模型的场合——如本书中的场合——一般是忽略这些项的。地层成像比计算合成地震记录要困难得多，忽略这些项的理由往往只不过是为了减少麻烦；为将方程写成二维而不是三维形式（推广至三维通常是可能的，但往往并不要求如此），根据同样的理由也能忽略这些项。此外，总是要忽略这些项以便于采用傅氏变换方法。也许会出现需要这些项使之包括在内的实际情况，如果是这样，采用有限差分方法（见2.2节）不难将它们包括在内。但是任何企图将它们包括在数据处理之中的努力，也应当注意考虑具有类似意义的其它因素，诸如要假设声波方程可以近似应用于弹性介质情形等等。

习 题

(1) 在一定深度的潜水面之下，土壤为水所饱和是典型情形。采用重锤地震仪记录系统的工作经验证明，地震波速度的典型情形是在潜水面上突然跃变为水的速度（ $V_w=1500$ 米/秒）。据说，在一定位置上观察到地滚波要比反射波强一些，所以决定把检波器埋置在地面下。观测到这种引起麻烦的地滚波的传播速度等于水的速度的十分之六。要使地滚波衰减十倍，试问检波器必须埋置潜水面之下多深？假设所得数据资料已包含从10赫兹至100赫兹的所有频率。（提示： $\log_e 10 \approx 2$ ， $2\pi \approx 6$ 等等）

(2) 设有一维波动方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{K(z)}{\rho(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) P = - \frac{K(z)}{\rho(z)^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (1.4E1)$$

现考虑以下列函数作为试验解

$$P(z,t) = P_0 \frac{1}{\sqrt{Y(z)}} \exp \left(i\omega t - i \int_0^z \omega \sqrt{\frac{\rho(\xi)}{K(\xi)}} d\xi \right) \quad (1.4E2)$$

式中

$$P_0 = \text{常数}$$

$$Y \equiv \frac{1}{\sqrt{\rho(z)K(z)}}$$

将试验解 (E2) 代入波动方程 (E1), 试讨论在物性参量允许变化与不同波长情形下的解均能成立这两种要求之间应如何权衡折衷。

1.5 旁轴波动方程

标量波动方程不像傅里叶 (Fourier) 方程, 是允许密度与速度有任意的空间变动的。你也许因为这一点而期望能把它直接用于偏移剖面的生产, 但其实它很少用于偏移, 因而我们将首先回顾一下为什么会这样, 然后我们将会讨论旁轴波动方程 (*paraxial wave equation*), 它是大多数生产性偏移处理的基础。

就基本原理而言, 旁轴波动方程可以说是射线和平面波这类简单概念与波动方程所体现的较深刻概念之间的一种折衷产物。旁轴波动方程也称作单平方根方程 (*Single-square-root equation*), 在第二章中, 它有一个专用名词, 称作抛物线波动方程 (*parabolic wave equation*)。导出抛物线波动方程不是从古典物理的简单概念着手的, 它的建立就像量子物理学中的薛丁格方程 (*Schrödinger equation*) 那样, 颇为转弯抹角, 你必须下点功夫研究, 才看得出为什么需要如此。当我在1970年把抛物线波动方程引进到地震计算中去时, 曾经遇到相当多的怀疑。你很幸运, 多年的经验已经使我能比较好地完成解释它的任务了。对我来说, 也很幸运, 这种方法在工业应用舞台上占有优势地位将会引起你坚持学下去的兴趣。

旁轴波动方程将藉助于傅氏变换方法导出。傅氏变换方法同空间可变系数是不相容的, 由于我们想使速度体现出空间变化, 需要最大限度地避免这种限制性, 所以在傅氏变换域内得到旁轴方程之后, 就将 ik_x 用 $\partial/\partial x$ 代替, 将 ik_z 用 $\partial/\partial z$ 代替。由于现在是在空间域内了, 速度也可以是空间可变的了。所得结果是一种恒可用有限差分方法求解的偏微分方程。这种处理办法已证明是成立的, 但是学习偏移方法的新学生对这种处理还有疑虑, 这是可以理解的。考虑到这点, 本节最后部分将讨论一种不采用傅氏变换方法而导出旁轴波动方程的办法。

1. 为何标量波动方程很少用于偏移

要是偏移真能用标量波动方程处理而不是用旁轴方程, 那事情就能简单一些了。确实, 偏移是可以标量波动方程处理, 而且还有若干潜在的好处 (*Kosloff* 与 *Baysal*, 1983)。但是, 99% 以上的现行工业性偏移应用却是藉助旁轴方程完成的。

采用标量波动方程时的主要问题在于它会产生不希望有的层内多次反射, 但是爆炸反射面概念却是不能处理多次波的。一次反射只能用上行波模拟, 而多次反射既涉及上行路程又涉及下行路程, 实际工作中观察到的多次反射完全不同于爆炸反射面概念预言的结果。对海底多次反射来说, 双程旅行时间深度为 t_0 的海底在 $2t_0$ 、 $3t_0$ 、 $4t_0$ ……等时刻形成海底多次反射; 在基于爆炸反射面概念的模型中, 单程旅行时间深度为 t_0 的海底是在 $3t_0$ 、 $5t_0$ 、 $7t_0$ ……等时刻形成海底多次反射。在制造望远镜、显微镜或摄影机时, 设计者很注意要压制向后反射的光, 因为它在影像上形成背景干扰。与此类似, 在建立一个偏移程序时, 我们不希望有对聚焦成像毫无作用的能量在周围移动。带有空间可变系数的标量波动方程就会产生此类能

量, 如果它是相干能量而且偏移至一次波较弱的某个时间上, 这种不受欢迎的能量就特别麻烦。它之使人烦恼讨厌, 正如在电视屏幕上能见到明亮窗户的反射影子一样令人烦恼。所以, 你如果要试图用标量波动方程来进行偏移, 你就得使速度尽可能地平滑。

采用标量波动方程进行成像时的另一种困难是由于倏逝波所形成的, 这些波是随深度而指数增长或衰变的波。大自然是沿正向时间将波外推, 而我们则将它们向深度方向外推。增长指数有微不足道的扰动、甚至数值上是可舍入的零头, 就能产生很大影响。因为它增长速度快, 所以必须找到某些手段来压制它们。

采用标量波动方程进行成像时的第三个困难源出于初始条件。标量波动方程有一项深度 z 的二阶导数, 这意味着要求在 z 轴上有两个边界条件。因为数据是在 $z=0$ 时记录的, 看来很自然, 这些边界条件就应该是 $z=0$ 时的波场 P 和波场梯度 $\partial P/\partial z$, 可是 $\partial P/\partial z$ 并没有在地面上记录。

幸好, 建立某种整个是在计算机内部运算的成像方法时, 我们有理想的工具可资利用, 这就是无反射透镜。或者说, 我们不是用现实世界的标量波动方程而是用旁轴波动方程。

2. 旁轴波动方程的Fourier导出方法

现在从标量波动方程的波散关系开始

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \quad (1.5.1)$$

取平方根

$$k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2} \quad (1.5.2)$$

在式(1.5.2)内选择负号, 意味着是取上行波而消去下行波。式(1.5.1)是标量波动方程

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

的三维傅氏变换结果, 对式(1.5.2)进行反变换则将给出一个仅为上行波(或下行波)而无其他波的方程。对某个坐标轴的逆傅氏变换只不过是选择下列一种代换的问题

$$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega \quad (1.5.3a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = ik_x \quad (1.5.3b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = ik_z \quad (1.5.3c)$$

对 z 轴进行逆变换之后, 就得一个关于 z 的偏微分方程。速度在该方程中可以取 z 为变量, 对 x 轴也可得类似结果。式(1.5.3)中任何一种代换代入式(1.5.2)而得出的任何一种结果, 就称为旁轴方程, 本书第二章将详细讨论这些方程的意义。在开始这样解释旁轴波动方程之前, 要讨论一下不采用傅氏变换如何导出它。除了获得导致基本偏移方程的清晰思路之外, 这种导出方法还能使我们更好地理解该方程真正能作什么, 以及它如何不同于标量波动方程。

3. 斯涅尔(Snell)波

研究波场很自然要从描述恒速介质内的平面波的方程开始。不过, 在反射地震勘探中, 最浅与最深反射面之间的速度差异一般都超过两倍, 为此, 在分析野外资料时差不多总得包括

速度随深度的变化。除了要迁就适应分层速度 $v(z)$ 以外，地震学理论需要考虑的正是像平面波那样的波。图1.5-1所示就是这样一种理想情形：水平飞行的超音速飞机辐射出的波传播进入地下。

飞机以恒速水平飞行，从 $x=-\infty$ 飞至 $x=+\infty$ 。试想像有一水平平面成层地层，在这种模型中， x 轴上的任何点同 x 轴上任何其他点之间毫无区别，但是地震波速度是逐层变化。可能存在反射、折射、横波及多次反射。不管图形如何，它是随飞机而一起运动的，于是可想像飞机附近的波阵面图像也随飞机而一起运动。即使地层速度是随深度而增大的，该图的顶部

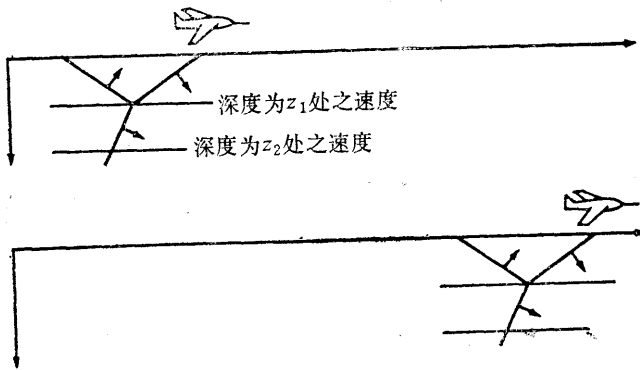


图1.5-1 疾翔的飞机辐射出声波进入地中

由图你可得出结论：在深度为 z_1 之处和深度为 z_2 之处的 $\partial t/\partial x$ 是相同的；在各向同性介质中，这个结论就导出Snell定律

介质中， $\partial t/\partial x$ 不随深度而变化。

波的微分几何关系如图1.5-2所示。该图表明

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\sin\theta}{v} \quad (1.5.4a)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\cos\theta}{v} \quad (1.5.4b)$$

这两个方程定义两个速度（速度倒数）。第一个是沿地表面测定的水平速度，称为水平相速度；第二个是沿钻孔深度方向测定的垂直速度，称为垂直相速度。注意，这些速度全都大于波在介质中的传播速度 v 。由波阵面在坐标轴上的投影得出的速度都大于 v ，而由射线在坐标轴上的投影得出的速度都小于 v 。相速度的倒数称为时差（stepout）或者慢度（slowness）。

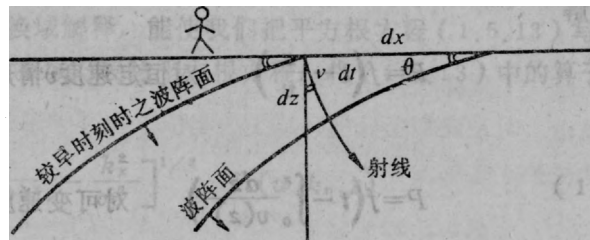


图1.5-2 成层介质 $v(z)$ 中的下行波阵面与射线，波阵面彼此平行平移

斯涅尔定律将波在一层内的传播角度同在另一层内的传播角度联系在一起。式(1.5.4a)沿深度方向应恒定不变，实际上正是斯涅尔定理的证明。确实，我们已经导出的正是斯涅尔定律在地震学中，所有的波均在速度分层介质中传播，所以不能把它们称为平面波。但是我

们需要对接近于平面波的那些波取个名字，将平面波概念推广至成层介质 $v(z)$ 的情形，把它定义为斯涅尔波。一个平面波恰好进入速度 $v(z)$ 随深度而变的某种介质，就变成了一个斯涅尔波，当平面波具有某种传播方向角度时，就用一个斯涅尔参量 $p = \partial t / \partial x$ 来代替斯涅尔波。

值得注意的是，斯涅尔参量 $p = \partial t / \partial x$ 可在地面上直接观测，而 v 与 θ 却没有一个能直接观测。因为 $p = \partial t / \partial x$ 不但可观测，而且沿深度方向恒定不变，所以习惯上都利用这点从式(1.5.4)中消去 θ

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\sin \theta}{v} = p \quad (1.5.5a)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\cos \theta}{v} = \left[\frac{1}{(v(z))^2} - p^2 \right]^{1/2} \quad (1.5.5b)$$

令斯涅尔波通过零时间的原点，则任何其他位置上的斯涅尔波到达时间表达式由下式给出

$$t(x, z) = \frac{\sin \theta}{v} x + \int_0^z \frac{\cos \theta}{v} dz \quad (1.5.6a)$$

$$t(x, z) = px + \int_0^z \left[\frac{1}{(v(z))^2} - p^2 \right]^{1/2} dz \quad (1.5.6b)$$

计算出 $\partial t / \partial x$ 与 $\partial t / \partial z$ ，然后与式(1.5.5)比较，很容易检查证明式(1.5.6b)成立。

斯涅尔波可具有任意波形 $f(t)$ ，利用式(1.5.6)定义一个延迟时间 t_0 ，则位于 (x, z) 位置上的延迟波 $f[t - t_0(x, z)]$ 将为

$$\text{斯涅尔波场} = f \left[t - px - \int_0^z \left(\frac{1}{(v(z))^2} - p^2 \right)^{1/2} dz \right] \quad (1.5.7)$$

4. 时移方程

在已知地面上的波形条件下，预测地层内部的波场，是一项重要任务。对于下行平面波，可用下列时移偏微分方程实现这点

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{v} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.5.8)$$

将试验解

$$P = f \left(t - \frac{z}{v} \right) \quad \text{对恒定速度 } v \text{ 情形} \quad (1.5.9)$$

或

$$P = f \left(t - \int_0^z \frac{dz}{v(z)} \right) \quad \text{对可变速度情形} \quad (1.5.10)$$

代入很容易就能证明确实如此。

对于非垂直入射情形，下述偏微分方程也能成立

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.5.11)$$

该方程的解为

$$P = f \left(t - px - \int_0^z \frac{\partial t}{\partial z} dz \right) \quad (1.5.12)$$

解释式(1.5.11)与(1.5.12)时,要记住 $1/(\partial t/\partial z)$ 是垂向视速度。波场 P 关于深度 z 的偏导数是在恒定 x 时取的,即向下外推波场。只用时移就可达到向下外推效果的这种思想,仅当存在一个斯涅尔波时才成立,就是说,在所有位置上看见的必须是同一个任意时间函数。

将式(1.5.5)代入时,还能使我们把式(1.5.11)改写成各种不同的形式

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\cos\theta}{v} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.5.13a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\left[\frac{1}{(v(z))^2} - P^2\right]^{1/2} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.5.13b)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\left[\frac{1}{(v(z))^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2\right]^{1/2} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.5.13c)$$

式(1.5.13)是一个旁轴波动方程。由于 $\partial t/\partial x = p$ 可沿地表面测定,看来将方程(1.5.13c)同某种观测数据 $P(t, x, z=0)$ 和假设的一种速度 $v(z)$ 结合在一起,将使我们有可能确定 $\partial P/\partial z$ 。这是向下延拓的必要的的第一步,不过必须假设仅存在一个斯涅尔波而不是若干斯涅尔波的叠加才行。不同斯涅尔路程上的不同波形叠加起来,就会造成在不同位置上看到不同时间函数的结果。于是,仅一次时移将达不到向下延拓的目的。幸好,一个逐点可变的复杂波场能够分解成许多斯涅尔波,其中每一个均可用微分方程(1.5.13)或者它的解(1.5.12)来实现向下延拓,这样一种分解方法就是傅里叶分析。

5. 傅氏分解

对地表面上看到的函数 $f(x, t, z=0)$ 进行傅里叶分析时,要求傅氏积分核为 $\exp(-i\omega t + ik_x x)$ 。以速度倒数 $\partial t/\partial x = k_x/\omega$ 沿地表面运动时,傅氏积分核的相位应保持为常数,因而也就是积分核本身保持为常数。这时,只有以与斯涅尔波相同的速度运动的那些正弦分量,才可以使该斯涅尔波具有非零的相关关系。因此,如果扰动是一个斯涅尔波,则除了满足 $p = k_x/\omega$ 关系的那些分量之外,所有傅氏分量均为零。你应当记住这些基本关系

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\sin\theta}{v} = p = \frac{k_x}{\omega} \quad (1.5.14)$$

在理论地震学中,由于利用式(1.5.14)求取一个余弦,结果总是出现平方根函数。

利用斯涅尔参量 p 的这种傅氏变换域解释,能使我们把平方根方程(1.5.13)写成更为有用的形式。但是首先必须在傅氏变换域内表达平方根方程,将(1.5.13)中的算子 $\partial/\partial t$ 用 $-i\omega$ 代替,就可完成这点,结果为

$$\frac{\partial P}{\partial z} = +i\omega \left[\frac{1}{(v(z))^2} - \frac{k_x^2}{\omega^2} \right]^{1/2} P(\omega, k_x, z) \quad (1.5.15)$$

现在,它等价于把微分方程(1.5.15)或者它的解(1.5.12)具体化为如下复指数,

$$P(\omega, k_x, z)e = \exp\left\{i\omega \int_0^z \left(\frac{1}{(v(z))^2} - \frac{k_x^2}{\omega^2} \right)^{1/2} dz \right\} \quad (1.5.16)$$

以后,当我们考虑可横向变化的速度 $v(x)$ 时,这个解(1.5.16)就变成错误的了,然而微分方程(1.5.13c)描述任何局部平面波性态却仍旧有效。但是,在准备处理横向速度梯度问题以前,我们应当更仔细地研究一下垂直速度梯度。

6. 速度梯度

将斯涅尔波场表达式代入标量波动方程中时,我们发现,我们的斯涅尔波的定义并不满足该标量波动方程。不过,这种偏差仅发生在出现有速度梯度时。换言之,如果浅层恒定速度为 v_1 ,深层恒定速度为 v_2 ,则除了在 v_1 变为 v_2 之处外,方程处处可被满足。因透过系数之故,经过分界面时,标量波动方程的解必然表现有振幅变化,我们所定义的斯涅尔波则是一种随深度之变化而只有恒定振幅的波。旁轴波动方程可加以修正,使之能反映透过系数的影响。现在所以很少进行这种修正,其原因可能同恒可忽略密度梯度的原因相同,在它们可改善所得结果、即给出更正确的振幅与可能的微小相移的同时,它们也使方程增加了杂乱干扰的影响,抵销了所得好处。说实在的,如果要求这样作,那么就应当回答其他更深刻的问题,诸如为什么不是利用标量弹性方程的各种不同其他形式而是利用声学方程。

即使修正旁轴波动方程使之能同透过系数影响结合起来,但由于缺乏反射波,它的解将仍然无法满足标量波动方程。但是那好极了,因为正是具有无反射透镜作用的旁轴方程才是数据处理所期望的方程。

习 题

(1) 试设计一种平面波数学表达式,要求它是时间的脉冲函数,传播方向与垂直轴 z 方向所夹角度为 15° 。试在下列域内表示所得结果

- (a) (t, x, z)
- (b) (ω, x, z)
- (c) (ω, k_x, z)
- (d) (ω, p, z)

(2) 试求振幅函数 $A(z)$,当乘以式(1.5.12)中的函数 f 时,可成为分层介质 $v(z)$ 的标量波动方程近似解。对于 $p=0$ 的情形,该解应化简为1.4节中习题(2)的解。

1.6 二维傅氏变换技巧

本节内容是对那些将要从事偏移方法处理的人们有用的提示大全。

1. 傅氏变换中的符号与比例因子

在进行 t 坐标轴、 x 坐标轴与 z 坐标轴的傅氏变换时,必须对每一种坐标轴选择一项符号约定。电气工程师选择了一种约定,而物理学家选择了另一种约定。虽然二者的选择均有良好的理由,可是我们所处的环境更为类似于物理学家的处境,所以将采用他们的约定。对于逆傅氏变换,这就是

$$p(t, x, z) = \iiint e^{-i\omega t + ik_x x + ik_z z} P(\omega, k_x, k_z) d\omega dk_x dk_z \quad (1.6.1)$$

对于正向傅氏变换,空间变量应带有负号而时间变量则带有正号。连续情形下的积分限与比例因子不同于离散函数情形。从解析上说,我们很少在单纯任何一种情形下完成变换,由于积分限与比例因子所需额外的符号通常会增加混乱而不是使讨论更清楚,所以除在它们可起有用作用时以外,式中的积分限与比例因子将全部略去。

符号约定非常重要。因为有很多空间坐标轴(以后还要引入中心点坐标和炮检距空间坐标并进行相应的变换),所以建立一种符号约定是必要的。有些人对符号采用试验选择法,这

多半会因可能的排列组合数目太大而使问题复杂化。我们有充分的理由采用物理学家所选择的符号约定，而且一旦了解了这些理由，很容易记住这些约定。

根据约定，波应沿空间坐标的正方向运动，将空间坐标取为半径时，这点尤其明显。像地球物理震源那样，原子总是从一个点向无限远而不是沿其他路程辐射能量，所以我们将约定总是选择在任何空间轴上沿正向传播的波。在式(1.6.1)中，这点意味着空间频率的符号必须与时间频率的符号相反。这个说明既适用于正变换也适用于逆变换。

现在还剩下一个究竟是对时间坐标取正号还是对空间坐标取正号的问题。空间坐标有许多个，可时间坐标却只有一个，如果选取空间梯度 $\partial/\partial x$ 、 $\partial/\partial z$ 等使之相应于正的 k 向量，即相应于 ik_x 、 ik_z 等，那么，负号数目就最少而且符号改变最少。当然，这就只剩下使时间导数相应于 $-i\omega$ 了。

这种符号约定使我们的处理习惯正好与电气工程师的处理习惯相反，他们很少处理与空间坐标有关的问题，很自然就选择了使 $\partial/\partial t$ 与 $+i\omega$ 相应。据我所知，采纳电气工程师的选择，能列举出的最佳理由只不过是我们是利用电气工程师采用微程序编码所设计制造的阵列处理机进行计算，这时工程师们当然是使用他们自己的符号约定。不过这对将复值时间函数变换至复值频率函数的程序编制无关紧要，因为这时符号约定是在用户控制之下，但是对于将实值时间函数转换为复频率函数的程序，这会造成一些差别。既适用于实值域又适用于复值域的两全其美的办法是：把程序所产生的频率范围想像成不是如程序说明的那样从0至 $+\pi$ ，而是从0至 $-\pi$ 。再一种办法是，你总可取变换的复共轭，它将改变 ω 轴的符号。采用 Stolt 偏移算法时，普通都是首先完成空间变换，结果，阵列处理机的约定最终就同我们的记号一致了。

2. 大矩阵如何转置

非常大的矩阵幸好可以很容易转置，正是这点才使得在小型微机上波动方程地震数据处理是可行的。所谓非常大的矩阵，我的意思是指大到计算机随机存取器容纳不了的一种矩阵。如果随机存取器容得下两倍的数据量，那么转置不过就是取拷贝运算 $T(i, j) = M(j, i)$ 。

对于非常大的矩阵，转置算法既简单又策略，因此，我将用一种纸牌策略为例来描述它。我手上有一副牌，从中去掉九点、十点及K、Q、J等人头牌。令 a 、 b 、 c 与 d 分别代表红桃、黑桃、梅花与方块，然后我把这些牌按下列次序排列（A牌用1表示）

1a、1b、1c、1d、2a、2b、2c、2d、3a………、8d

现在我发牌，顺序交替使牌面朝上，一种全成A堆，一类全成B堆，你瞧：

A堆：1a、1c、2a、2c、3a、3c、………8a、8c；

B堆：1b、1d、2b、2d、3b、3d、………8b、8d。

其次我把A堆放在B堆上面（A在B之前），然后再顺序交替发牌，分成A'堆和B'堆，你瞧：

A'堆：1a、2a、3a、………8a、1b、2b、………8b；

B'堆：1c、2c、3c、………8c、1d、2d、………8d。

现在我把A'堆放在B'堆上面。当我们开始玩牌的时候是所有的一点在一起、所有的二点在一起等等，而现在已成为所有的红桃在一起、所有的黑桃在一起……等等。因此，你瞧，只不过发两次牌，我就把这副牌转置了。原则上，转置矩阵的这种算法只需四盘磁带，几乎无

需磁心存储器。

现在来试一下相反方向的转置。注意，这次我得三次发牌而不是两次发牌，才能恢复原状。这是因为这副牌的红桃、梅花等共有 $2^2=4$ 类，从一点至八点共为 $2^3=8$ 种点。实际上，还有另一种算法能允许我只需停止叫牌两次而不是三次，就能完成相反的转置。按照这种算法，你只需把每件事倒过来作就是了。先是从 A' 堆和 B' 堆开始，轮流交替地从 A' 堆中取一张牌，从 B' 堆中取一张牌，于是就可形成 A 堆；按类似办法再形成 B 堆。然后，重复这种过程，直至恢复原状。在这种处理过程中，第一种算法称作分类算法，而第二种则称作排序算法。用这两种算法，对一个大小为 $2^n \times 2^n$ 的矩阵可以经过 m 或 n 次（按其中之较小者）处理，即可完成矩阵转置。

还有许多可能的推广方法。把牌分成四堆，就可以建立处理维数为4ⁿ的矩阵转置方法，这将减少停止叫牌的次数，但却要求增加磁带驱动器台数。类似地，还可以将任意顺序分解成若干质数顺序，等等。但是，这样讨论就离题太远了。

使停止叫牌的次数极小，其结果就是使磁带数目极大。实际处理中，当你进行矩阵转置时，你并不会利用真正的磁带，其实，你是在一个大容量磁盘上模拟那磁带操作运算，因此，你所选择利用的“磁带”数目将受随机传输速度对顺序传输速度之比值所控制。

3. 无需进行转置的罗卡 (Rocca) 二维傅氏变换

在计算机中完成二维傅氏变换的最直接方法就是重复应用一维傅氏变换。最容易的部分往往是“最快速”的方向，就是说，如果数据矩阵是按列存储——利用FORTRAN程序语言时即如此——则列变换就是重复使用一维变换程序的常见操作。现在讨论行变换。如果把矩阵输入于随机存取器，则每件事就容易作了，可将某个时间上的一行元素作为一个向量处理，对该向量进行傅氏变换，然后置于矩阵的该行。最典型的情形不是把数据输入于随机存取器内，而是输入于“虚内存”，这意味着程序人员能写入 $T(i, j) = M(j, i)$ ，但程序运行却将极慢，因为从磁盘取出整整一页的虚内存才只求出一个数。

从概念上说，沿行的方向处理傅氏变换的一种比较容易的办法是将矩阵转置、对每列进行变换，然后再转置回去。富比奥·罗卡 (Fabio Rocca) 曾提出一种快速而又容易的按行的下标完成傅氏变换的方法。基本的傅氏变换程序都有一定数量的常规计算，诸如计算或调用正弦和余弦。一般来说，执行一个傅氏变换就得每次重复这些常规计算。采用罗卡的方法，则只要完成一次这些常规运算，就可使所有的行均完成傅氏变换，因此，它甚至比直接方法还快。罗卡的方法如下所述。

可将数据矩阵看成是一种行向量，其元素由每一列所组成，在各该列内按下标从小到大的顺序取数，可以在行运算之前或之后用一维傅氏变换将各列加以变换。要完成行运算，只需把普通的傅氏变换程序修正一下即可。办法就是把对行进行的每种标量加法与乘法运算改成对相应列内每一个元素进行相同的各种运算。

数据的存取顺序使罗卡的按行算法在虚内存条件下有很高效率。在具备了现今的虚内存以前，我们是采用环绕着内循环进行读出与写入的办法来实现罗卡的按行算法的。为说明罗卡方法，曾经根据《地震数据处理基础》一书中的一维傅氏变换程序编制过一种按行进行傅氏变换的程序，该程序可将复值时间函数变换为复值频率函数。如果你决定要编制一个从实值至复值的傅氏变换程序，你对实部与虚部要邻接存储的设想应当提高警惕，对于列下标，这种设想是成立的，但是对于行下标却并不成立。

1.7 典型程序

本节的程序曾经形成本书内给出的许多实例，这些程序写得清晰简洁，因而它们对于试验性工作是很出色的。良好的生产程序将比较快速(其倍数从1.01至4左右)，利用各种不同的特殊情况可以提高计算速度。例如，数据是实数的，但这些解说性的程序却假设它是复数的。

1. RAtional FORtran=Ratfor

基本FORTRAN是我们最通用的计算机语言，但是它很难适用于示范解说性的算法讨论。理想的解说性语言是Ratfor语言，Ratfor就是Rational Fortran(合理的FORTRAN)之简称，即完美的FORTRAN之意。藉助于Ratfor预处理器，Ratfor程序很容易转换为FORTRAN程序，由于普遍采用预处理器，Ratfor语言实际上同FORTRAN语言一样通用^①。

如果你已经熟悉FORTRAN语言或者几乎熟悉任何其它计算机语言，你就不会真正需要预处理器或者任何精确的定义了，因为这时Ratfor语言将很容易理解。一行上的各个语句可用“;”分开。几个语句可用{ }组合在一起。Do循环不要求有语句标号，因为{ }定义了范围。假设“if()”为真，则执行{ }后面紧随的各语句。“Else{ }”是执行你愿意让它执行的内容。为了容易读程序，可以利用空格。凡属注释均用#号开始。当大括号{ }仅包含一个语句时，你可以略去该括号。“Break”将使大括号{ }的中止提前结束。

“Break2”可使运行自{ { } }转移出来。当条件()为真时，“While() { }”是重复执行{ }中的语句。“Repeat{ }until()”是在运行末尾进行检查的一种循环。比“do”语句更具普遍性的循环语句是“for(置初值; 条件; 重置初值) { }”语句。

“Next”使运行跳越至任何循环的末端并重新进行条件检查。FORTRAN语言的关系运算符·gt·, ·ge·, ·ne·, 等等可写为>, >=, !=, 等等。逻辑运算符·and·和·or·可写为&和1.。任何对Ratfor预处理器毫无意义的语句，诸如FORTRA语言的输入输出语句，均原封不动地通过。

2. 二维傅氏变换

二维傅氏变换系以一维傅氏变换为基础。存在有一种极为快速地计算一维傅氏变换的方法，称为Cooley-Tukey算法或快速傅氏变换(FFT)，可惜它与傅氏积分很少有相像之处。这种方法如此之快速和有效，你简直会看不出变换是以何种明显方式执行的。所有函数均当作是周期函数，所以物理上有意义的暂态函数必须看作是周期非常长的函数。采用这种快速傅氏变换通常还有进一步的限制条件，即，周期长度必须严格为 2^N 个点，此处的 N 为一整数。要理解这个傅氏变换程序，你应该查阅一下《地球物理数据处理基础》一书或许多电工方面的书籍。为写出和使用二维傅氏变换程序，仅需要了解输入与输出的一维定义。图1.7-1表示人们喜欢在时间轴的中点上使 $t=0$ ，在频率轴的中点上使 $\omega=0$ ，而标准的一维傅氏变换程序则是在向量的一端置 $t=0$ 和 $\omega=0$ 。

试考虑对有八个点的时间函数进行一维傅氏变换。位于第一个向量元素的输出是零频率，代表某一网格的、即函数 $+1, -1, +1, -1, \dots$ 的最高频率之Nyquist频率 π 是位于该八点函数的第五个元素，其后伴随以负频率。最小的非零负频率位于第八个向量元素。如果有第九个元素，那么它会因周期性之故而等于第一个元素。偏移方法的输出不是实数，是初学者

^①Kernighan, B.W. and Plauger, P.J., 1976, Software Tools; Addison-Wesley Publishing Company.

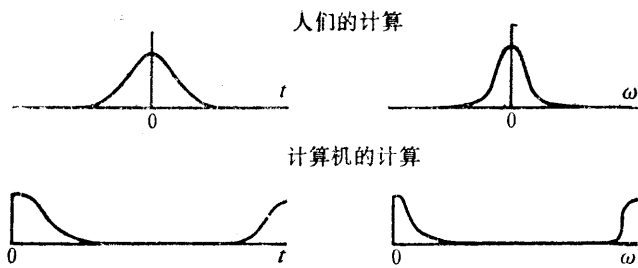


图1.7-1 一维傅氏变换程序的计算机内存安排

时间轴上的某种低频函数，而更多像是空间坐标轴上的某一种低频函数。

```
# Test case for two-dimensional Fourier Transformation
integer it, nt, ix, nx; complex cp(64, 64), cwork(64)
open(4, file='plotfile', status='new', access='direct', form='unformat-
ted', recl=1)
nx=64; nt=64;
do it=1, nt
  do ix=1, nx
    cp(it, ix)=0.
cp(16, 3)=1.; cp(16, 4)=4.; cp(16, 5)=6.; cp(16, 6)=4.; cp(16, 7)=1.
cp(17, 3)=1.; cp(17, 4)=4.; cp(17, 5)=6.; cp(17, 6)=4.; cp(17, 7)=1.
call ft2d(nt, nx, cp, +1., +1., cwork)
write(4, rec=1)((real(cp(it, ix)), it=1, nt), ix=1, nx)
stop; end
```

最基本的二维傅氏变换如下所示

```
# 2D Fourier transform by using 1D program
subroutine ft2d(n1, n2, cp, sign1, sign2, cwork)
complex cp(n1, n2), cwork(n2)
integer n1, n2
real sign1, sign2
do i2=1, n2 # transform over the fast dimension
  call fork(n1, cp(1, i2), sign1) # one-dimensional Fourier transform
do i1=1, n1 { # transform over the slow dimension
  do i2=1, n2
    cwork(i2)=cp(i1, i2)
  call fork(n2, cwork, sign2) # one-dimensional Fourier transform
  do i2=1, n2
    cp(i1, i2)=cwork(i2)
  }
return; end
```

的常见错误；采用单精度算法时，虚部应为实部的 10^{-6} 左右，出现与 $1/N$ 呈正比（ N 为向量长度）的非常大的虚部，表明有程序错误。

下面是对二维程序的检查程序，其中，“Write”语句是局部FORTRAN而不是Ratfor语言。被变换的函数有几分像是时

最后，我们谈一谈一维快速傅氏变换程序。这一个程序是《地球物理数据处理基础》一书第12页●上的FORTRAN语言子程序“fork”之Ratfor语言的翻版。照例， lx 是2的整数幂，输出 $cx(1)$ 是零频率， $cx(lx/2+1)$ 是所谓Nyquist频率，而 $cx(lx)$ 则是最小负频率。算法简短而又策略，除非你参考其他的资料，你休想读得懂该程序。

```
# 1D fast Fourier transform
subroutine fork(lx,cx,signi)
complex cx(lx),carg,cexp,cw,ct
j=1; k=1; sc=sqrt(1./lx)
do i=1,lx {
  if(i<=j) {ct=cx(j)*sc; cx(j)=cx(i)*sc; cx(i)=ct}
  m=lx/2
  while(j>m) {j=j-m; m=m/2; if(m<1)break}
  j=j+m
}
repeat {
  istep=2*k
  do m=1,k {
    carg=(0.,1.)*(3.14159265*signi*(m-1))/k; cw=cexp(carg)
    do i=m,lx,istep
      {ct=cw*cx(i+k); cx(i+k)=cx(i)-ct; cx(i)=cx(i)+ct}
    }
  k=istep
} until(k>=lx)
return; end
```

傅氏变换既有实部又有虚部，有时二者均需显示。但往往是虚部略而不计，这是因为我们用的时间函数大多数是在 $t=0$ 之前就已等于零了，所以，它们的傅氏变换必须满足一定的条件，即实部与虚部必须是通过Hilbert变换而相互联系。狭义地说，一个往往看来像是余弦，另一个看来像是正弦。因此，观察到实部，总是能很容易想像出虚部。图1.7-2是检验程序的输出显示。

3. Stolt偏移

以下所示Stolt偏移程序采用线性内插方法将 ω 轴转换为 k_z 轴，用 $dk_z/d\omega$ 进行标定，影响不太大，因而为使程序简短而将它忽略不计了。（对于习题，有些需要保留）。实例检验的内容是根据脉冲作出半圆波阵面。

```
# Test case for Stolt migration.
```

```
integer it,nt,ix,nx; real vtdox; complex cp(256,64)
```

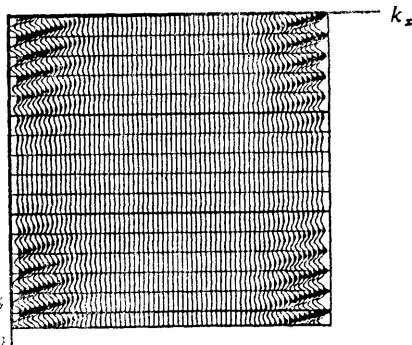


图1.7-2 二维傅氏变换检验程序的输出

●中文译本的第19页，见1979年石油化学工业出版社出版之《地球物理数据处理基础》。——译者

```

open(4,file='plotfile',status='new',access='direct',form='unformatted
recl=1)
nx=64; nt=256; vdtodx=1./4.      #vdtodx=v dt/dx
do it=1,nt
  do ix=1,nx
    cp(it,ix)=0.
cp(32,9)=1.; cp(64,17)=1.; cp(128,33)=1.
call stolt(nt,nx,cp,vdtodx)
write(4,rec=1)((real(cp(it,ix)),it=1,nt),ix=1,nx)
stop; end

#Stolt migration subroutine without cosine weight.
subroutine stolt(nt,nx,cp,vdtodx)
integer ikx,nx,nt,nth,iktau,iom
real om,vkx,wl,wh,aktau,pi,pionth,vdtodx
complex cp(nt,nx),cbf(1025)
pi=3.14159265; nth=nt/2; pionth=pi/nth;
call ft2d(nt,nx,cp,1.,-1.,cbf)
do ikx=1,nx {
  vkx=(ikx-1)*2*pi*vdtodx/nx
  if(ikx>nx/2)vkx=2.*pi*vdtodx-vkx      # negative kx
  cbf(1)=0.;      cbf(nt+1)=0.          # cbf=working buffer
  do iom=1,nt
    cbf(iom)=cp(iom,ikx)      # Omit weighting
  cp(1,ikx)=0.                # Ignore zero freq
  do iktau=2,nth+1 {          # Stretch
    aktau=(iktau-1.01)*pionth
    om=sqrt(aktau*aktau+vkx*vkx); iom=1+om/pionth
    if(iom<nth) {
      wl=iom-om/pionth; wh=1.-wl
      cp(iktau,ikx)=wi*cbf(iom)+wh*cbf(iom+1)
      cp(nt-iktau+2,ikx)=wl*cbf(nt-iom+2)+wh*cbf(nt-iom+1)
    }
  }
  else
    cp(iktau,ikx)=0.
  }
}
call ft2d(nt,nx,cp,-1.,1.,cbf)
return; end

```


这种检验程序的输出曾经在1.3节内显示过，为较好地阐明解的周期性质，除余一个半圆波阵面外所有其他均已消除了，而且该输出结果是按非线性增益来显示的。图1.7-3中逐端相接出现的是四个相同图形。

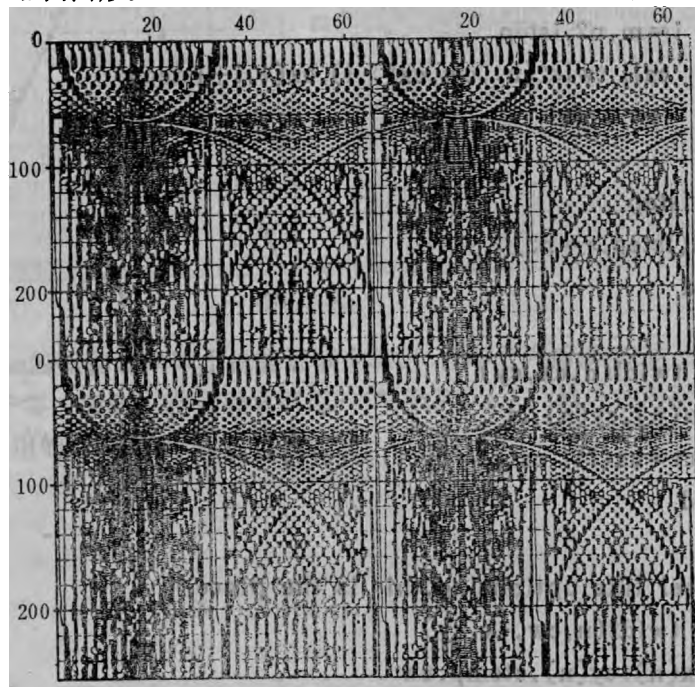


图1.7-3 Stolt偏移程序输出的周期性

4. Rocca的按行傅氏变换

Rocca的按行傅氏变换比原始程序要快速一点，因为基本的一般性运算是一次完成，而这时每行均实现了傅氏变换。但是Rocca方法超过原始方法的主要优点在于不需数据的转置，而且即使在按页读的条件下该程序也能有效地运行。

```
# Try Rocca's row Fourier transform.
#   sign2 should be +1, or -1, it is the sign of i.
subroutine rowcc(n1, n2, cx, sign2, scale)
complex cx(n1, n2), cmplx, cw, cdel
do i1=1, n1
  do i2=1, n2
    cx(i1, i2)=cx(i1, i2)*scale
  j=1
  doi=1, n2 {
    if(i<=j) call twidl(n1, cx(1, i), cx(1, j))
    m=n2/2
    while(j>m) {j=j-m; m=m/2; if(m<1)break}
    j=j+m}
  lstep=1
  repeat {
```

```

    istep=2 * lstep; cw=1.
    arg=sign2 * 3.14159265/lstep; cdel=cplx(cos(arg),sin(arg))
do m=1,lstep {
    do i=m,n2,istep
        call twid2(n1,cw,cx(1,i),cx(1,i+lstep))
        cw=cw * cdel
    }
    lstep=istep
} until(lstep>=n2)
return; end

subroutine twidl(n,cx,cy)
complex cx(n),cy(n),ct
doi=1,n {ct=cx(i); cx(i)=cy(i); cy(i)=ct}
return; end

# If you feel like optimizing, this is the place.
subroutine twid2(n,cw,cx,cy)
complex cx(n),cy(n),ctemp,cw
do i=1,n {ctemp=cw * cy(i); cy(i)=cx(i)-ctemp; cx(i)=cx(i)+ctemp}
return; end

```

习 题

(1) 大多数时间函数均属实函数，其虚部为零。试证：这意味着 $F(\omega, k)$ 可由 $F(-\omega, -k)$ 确定。

(2) 利用你的计算机和图形显示仪，试检验图 1.7-2 是用所给出的程序作出的。

(3) 前一题中所显示的傅氏变换之实部有点难以解释，因为负频率与负波数的处置很棘手。试修正该程序使 $F(\omega, k)$ 的原点位于显示网格的中心 (33, 33)。提示：在进行傅氏变换之前简单修改 $f(t, x)$ 就行了；回想一下“时移定理”。写出 $f(t, x)$ 和新的更容易解释的 $F(\omega, k)$ ，标明坐标轴。

(4) 时间 $t=0$ 时在地表面位于 $x=32$ 之处的点源爆炸得出的在 (t, x) 平面内之合成观测结果如下面左图所示。右图是 (ω, k_x) 平面上的二维傅氏变换之量值。每张图的原点位于各该图的左上角。试问在速度值降低一半的地层中这些图看上去会是什么样子？

(5) 在 Stolt 偏移程序中插入适当的余弦倾斜因子函数。试检验并证明除某种有角度依赖关系的比例因子之外，差异很小。

(6) 根据 Stolt 方法，写一个绕射程序。就是说，已知地层内的点散射体，试用该程序作出适当的双曲线。

(7) 当你使 Stolt 绕射程序内包括有余弦加权函数的倒数时，要谨防在尖灭边缘上有极点存在。试问在加权之前还是在加权之后进行拉伸处理才比较妥当？为什么？

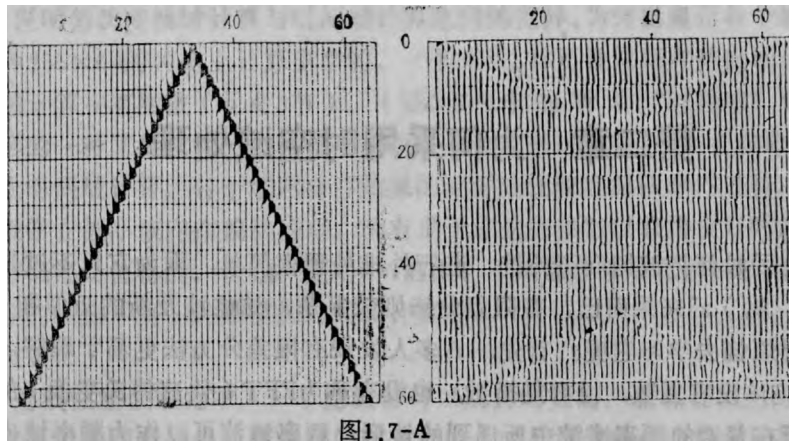


图1.7-A

(8) 使 $P(\omega)$ 随 ω 的振荡速率减小就能够减少Stolt程序之内插误差,这么处理时要注意 $p(t)$ 对于负 t 应等于零。因此,在内插之前用 $e^{-i\omega\tau}$ 乘 $P(\omega)$,然后在内插以后又用它来除。试问:程序中采用的常数 τ 应取什么合适的值?

第二章 为何采用时空域处理

前一章讨论了如何将波场向下外推，进行外推处理很简单，因为它只不过是频率域内用 $\exp[ik_x(\omega, k_x)z]$ 来乘而已。有限差分法则较复杂，这将涉及新的近似和新的陷阱。我们为何要自寻烦恼去学习它呢？首先，许多人发现有限差分方法更易于理解，在时间空间域 (t, x, z) 内，没有复数，没有复指数，也没有称为FFT（快速傅氏变换）的“魔”盒。

情况类似于在普通的频率滤波中所遇到的情形。频率滤波可以作为频率域内的某种乘积或者时间域内的某种褶积来完成，而波场外推则既有与时间有关的频率域 ω 内的乘积又有与空间有关的波数域 k_x 内的乘积。新因素就是二维 (ω, k_x) 空间，它代替了旧有的一维 ω 空间。关于为什么要自找麻烦去利用有限差分这个问题，其实是一个涉及为何要采用二维形式的老问题：在已经发现快速傅氏变换以后，为什么还要用时间域滤波运算去自找麻烦呢？

在许多场合下还会多次提出这个问题。以后我们还会有炮检距坐标轴和共中心点坐标轴，所以我们还需要选择究竟是在这些坐标上应用有限差分法呢还是采用傅氏变换。这不是一种要么全是要么全非这样的命题：不是必须选择傅氏变换，就是必须选择褶积（有限差分）。

这个问题的答案是多方面的，正如地球物理目标是多方面的一样。判断该问题答案是否正确的准则大多数是从普通的滤波理论中所早已熟知的。那些电气工程师和曾经强迫自己涉足波动处理领域的老式反褶积专家到头来是要为这一点而深感高兴的，他们未曾料到他们的知识竟已经有了这么多方面的应用。

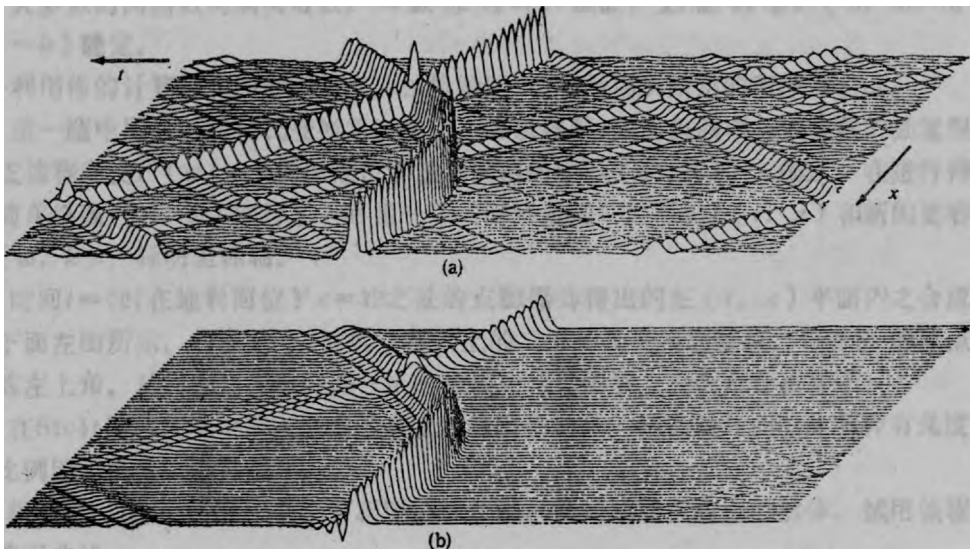


图2.0-1 频率域双曲线（上图）与时间域双曲线（下图）

图2.0-1说明傅氏变换域计算与时间域计算之间的差异。为突出显示各个域内都有难点，该图是在一种 256×64 的网格上计算出来的。一般来说，你可注意到在傅氏域计算中有假频干扰，在时间域计算中有频散（见4.3节）。（图2.0-1中的所谓“时间域”双曲线实际上就是频率域情形的一种重复模拟——将整个双曲线叠合起来进入视界）。在本章中，我们将会知道如何去完成时间域计算，各个域内计算结果的更详细比较在第四章内进行。

即使你经常在频率域内作偏移处理，为有助于你选择参数以获得良好时间域响应，研究一下时间域方法还是值得的。例如，图2.0-1的上、下两部分都是在频率域内完成的，但是为获得更合理的响应，有一种是模拟时间域计算的。

1. 横向变化

在通常的线性滤波理论中，一个滤波器可以成为时变的，这点在反射地震学中很有用，因为回声反射的频率成分就是随时间而改变的。时变滤波的一个恼人问题是不能用频率域内的简单乘积关系描述它，所以在时变滤波是单独应用时，就得放弃频率域，或者，就得构造出所有类型的畸变（例如，对时间坐标轴进行拉伸）以便显得像是时变的。

所有这些考虑同样也适用于水平空间坐标 x 。关于空间坐标，还涉及一个新问题，这就是地震波速度 v 。如果速度是空间可变的，例如是 $v(x)$ ，则向上和向下外推波场的运算就不能表示为 k_x 域内的乘积关系了，进行波场外推必须放弃空间频率域而采用有限差分。为显得像是空间可变（*space-invariant*），可供选择的办法再一次又是构造一切类型的畸变（诸如对 x 轴进行拉伸之类）。

在二维或二维以上的情形下，进行拉伸处理会变得更困难而且很少能令人满意。

建议采用有限差分而不采用傅里叶变换方法。还有一种问题类型相同但情况不那么严峻的原因，那就是记录道位置的空间横向变动。如检波器由于某种原因变成了不规则分布，致使记录道间距 Δx 不是与 x 无关，这时就只有两种办法可供选择了：（1）在进行傅里叶分析之前，以均匀间隔对数据进行重采样；（2）用有限差分直接处理资料。

2. 时差

许多地震学方法是进行时移测定。时差（*Stepout*）一词表示旅行时间随位置之改变而发生的变化。通常频率域的计算结果最后都要变换至时间域，以便时移清楚可见。时间域计算的好处就是：在进行计算时就可以测定波束的时移。在频率域内，确定一个时间参考点或者描述整个时间函数的时间偏移倒并不困难，但是不变换返回时间域就想存取单独的子波或波束就没那么容易。

上行波场和下行波场的外推滤波因子，即 $\exp[ik_z(\omega, k_x)z]$ ，基本上是一种物理可实现全通滤波（在某些情形下，它是非物理可实现的），它可以完成能量偏移而无放大或阻尼作用，我想这就是为什么偏移滤波比极小相位滤波更有意思的原因。偏移滤波遍及所有空间采集能量而后置于恰当的位置上，而极小相位滤波则完全难以使能量偏移，它们只不过是使某些频率成分放大而使另外一些频率成分缩小而已。任何形式为 $\exp[i\varphi(\omega)]$ 的滤波因子都是一种全通滤波（*all-pass filter*），那么，欲使 $\exp(i\varphi)$ 的时间域表现形式具有物理可实现性，函数 $\varphi(\omega)$ 到底应有什么约束条件呢？

物理可实现全通滤波具有一种颇引人注目的表现形式，用 Z 变换来描述，就是具有 $Z^N \bar{A}(1/Z)/A(Z)$ 形式。熟悉滤波理论的人都会理解，用 $A(Z)$ 来除要涉及到一系列新问题：反馈、参量简化以及可能的不稳定性（见4.6节关于 Z 变换的讨论）。在采用有限差

分进行波场向下外推时，同样也会引起所有这些问题。向下外推就是一个反馈过程。参量简化是颇引人入胜的，设取 $A(Z)=1+a_1Z+a_2Z^2$ ，有两个可调节的系数就足以有选择的延迟选出适当的频率和频带宽度了。参量简化也意味着应用时很省事，这点是很妙的。很妙的还有：所具有的函数形式本身就意味着具有物理可实现性。另一方面，节省时间所能带来的好处会被若干危险因素所抵销，所以我们现在必须熟悉并利用某种稳定性定理，必须假定 $A(Z)$ 是极小相位的。

3. 频率域内消除干扰要求过苛

傅里叶方法是整体性方法，就是说，在可以开始进行处理之前，必须掌握有全部数据组。间接误差与截断误差可能具有严重的局部影响。另一方面，有限差分方法则是局部性方法，各数据点仅与其邻点直接有关，间接误差传播缓慢。让我们在一维时间序列分析方面举出两个有关频率域隐藏危险的例子。

在频率域内很容易设计锐截止滤波因子，例如，设计成在8赫兹至80赫兹之间有一绝对平坦的通频带而在其外则一律为零。但这类滤波因子在时间域内却引起了问题，它们必然是非物理可实现的，即在能量输入于滤波器之前就产生响应。另一个糟糕的问题是时间响应只随时间 t 反比衰减。这样一来，振幅已按时间平方反比衰减的到达较迟之深反射就将被较早到达之反射所引起的长长的滤波响应所淹没。

更常见的问题是由抑制60周动力线频率的滤波器引起的，许多记录设备中均有这类滤波器。在 Z 变换域内很容易设计这类陷频滤波器，只需在单位圆上准确等于60周之处有一个零点即可。这种滤波器可消除60周干扰，但是它却会在其他频率上使通频带畸变。因此，需要在单位圆之外稍远的地方置一极点。极点与零点之间的间距决定了陷频的频带宽度。如从单位圆周上某种距离之处来观察这一对点时，该极点就具有几乎将零点影响完全消除的作用。因此，远离抑制带就有理想的平缓频谱。你就用这种滤波器来记录某种数据。由于到达晚的反射均比到达早的一些反射要弱些，所以，显示绘图程序就得随时间而增大其增益。但在接入你的陷频滤波器后，你会发现这种滤波器使动力线干扰增大了而不是减弱了。为什么？原因就在于你企图过于干净地消除干扰而使极点过于靠近零点了。指数增益实际上使单位圆远离零点而移向极点，于是极点也许就落在了单位圆上！使极点远离零点可形成一种比较开阔的陷频带，在频率域内设计滤波器时，这点是不受欢迎的，但是当增益随时间而变动时，这种滤波器至少会工作得比较灵敏。

4. 填补零值点

开始应用快速傅氏变换时，首先是应用于褶积。如果一个滤波因子有多于五十项左右的系数，用频率域内的乘法来实现该项滤波处理，运算速度会比较快一些。如已经谨慎地用足够的零值点填满了数据与滤波因子的尾端部分，这种运算结果将与褶积结果完全相同。填补零值点使离散傅氏变换的周期性质被掩盖起来而不露痕迹。对典型长度约为一千个采样点的时间函数进行滤波时，为了节省计算时间，宁可稍许增加一些内存，而地震剖面都是有上千记录道之长的。对于偏移运算，必须同时在空间轴与时间轴上完成零值点的填补。可能需要补零的有三处，如下所示：

在4.5节内将对如何减轻频率域偏移的麻烦问题有所提示。

数 据	0
0	0

5. 展望

频率域内的一些问题已在上面总结过了，在这一章和第四章内，将要指出空间域内存在的一些问题。地震数据处理是一种多维的处理任务，而不同的维数往往要用不同的方法去处理。不过，如果你确信你对于频率域处理有把握，那么，你可以将这章的很多部分跳过而直接去阅读第三章。在该章中，你可学习到有关炮检距、叠加及叠前偏移等问题。

2.1 波场外推方程

波场外推方程是一个有关波场之导数（通常是沿深度 z 的方向）的表达式。当已知波场及其导数时，就可利用 $P(z+\Delta z)=P(z)+\Delta z dP/dz$ 的各种不同数值表示方法来处理外推问题，所以真正需要的是有关 dP/dz 的表达式。求解 dP/dz 的两种理论方法是早期的变换方法和较新的波散关系方法。

1. 抛物线型波动方程

在抛物线型方程被引用于石油勘探的时期（1969年），“波动理论不起作用”这种论调相当流行。在那个时代，石油勘探人员分析地震资料是采用射线方法，波动方程还与实际工作无缘，唯有大学里的理论家们才会问津波动方程（事实上，波动理论对于比地震勘探尺度大一千倍的大规模天然地震中的面波，是起过作用的）。即使是大学的研究人员，那时也未曾完善地建立波动方程的有限差分方程，计算机是计算机，解是解，所解决的多为“鼓面振动”之类的问题，而不是求解“地层中传播的地震波”。最早是为了提高有限差分波动模拟的计算效率而才引入抛物线型波动方程，下面对抛物线型波动方程的介绍就是借助于原来采用的变换方法。

1969年以前，困难来自于有一个对当时所有地震波理论极为重要而又不恰当的假设，即水平成层假设。射线追踪曾是摆脱该种假设限制的仅有方法，但采用射线追踪看来就得放弃地震波形的模拟。在石油勘探中，几乎所有波动理论其本身更进一步还得受垂直入射的限制。成功地克服困难的途径就在于将垂直入射情形加以推广，沿垂直入射方向周围允许有微小角度变化范围，放弃许多熟悉但很麻烦的地震理论就达到了这个目的。

垂直下行平面波在数学上以下述方程表示

$$P(t, x, z) = P_0 e^{-i\omega(t-z/v)} \quad (2.1.1)$$

式中， P_0 纯为常数。将 P_0 用某种不是严格恒定而是缓慢变化的函数 $Q(x, z)$ 来代替，即可模拟偏离垂直入射的微小角度改变，即

$$P(t, x, z) = Q(x, z) e^{-i\omega(t-z/v)} \quad (2.1.2)$$

将式(2.1.2)代入标量波动方程 $P_{xx} + P_{zz} = P_{tt}/v^2$ ，得

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \left(\frac{i\omega}{v} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 Q = -\frac{\omega^2}{v^2} Q$$

即

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{2i\omega}{v} \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1.3)$$

导出此式时，未作任何假设，仅仅是将波动方程用 $Q(x, z)$ 重新加以表示而已。为使波场接近于平面波， $Q(x, z)$ 必须接近于一常数。适宜的假设应是 Q 沿深度的最高阶导数、即 $Q_{,z}$ 可忽略不计（首次引入这个假设时，曾引起一些争论），这就使我们得出抛物线型波动方程

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{v}{2i\omega} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (2.1.4)$$

首次建立这个方程用于地震学的时候，当时认为式(2.1.4)的最重要性质是这样一点：对于接近于沿垂直方向传播之平面波的一种波场而言，沿 x 轴方向的二阶导数应很小，因而沿 z 轴方向的导数应很小。所以，应用有限差分方法时将允许采用非常大的步长 Δz ，从而能使处理的模型更像是地层模型而不大像是鼓面。

随后，很快就弄明白了，抛物线型波动方程也正是地震成像方法所需要的那种方程，即它是一种波场外推方程。

妙极了，式(2.1.4)就是量子力学中的Schrödinger方程的形式。

这种办法、即变换方法曾经是而且现在也是非常有用的。不过它很快就为波散方程处理方法所取代，这是获得以较宽角度进行波场外推的方程的途径。

2. Muir平方根展开方法

在我们采用较新的求解波场外推算子的方法时，要探索平方根波散关系的各种不同近似，然后，将近似波散关系反变换为一个偏微分方程。自从我的《地球物理数据处理基础》一书写成以来，波散关系处理方法已经有了显著进展，这得大大感谢Francis Muir。

将平面波 $\exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z)$ 代入二维标量波动方程，得出波散关系

$$k_z^2 + k_x^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \quad (2.1.5)$$

求解 k_z ，选择正平方根（选择下行波时即如此）

$$k_z = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}} \quad (2.1.6a)$$

为沿 z 轴进行反变换，我们仅需理解 ik_z 相应于 $\partial/\partial z$ 。反变换所得最终表达式是一个波场外推算子，即

$$\frac{\partial P}{\partial z} = i \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}} P \quad (2.1.6b)$$

将方程(2.1.6b)变换回空间域并非就是用一个有关 x 的二级导数代换 k_x^2 这么简单的事，问题是微分算子之平方根的意义何在。大学的微积分教程并未解释微分算子平方根的意义，因而没有直截了当的有限差分表达式。仅在该平方根被看成是某种类型的截断级数展开时，以 $ik_x = \partial/\partial x$ 来代表沿 x 方向的反变换才变得有意义。4.6节将证明，选择Taylor级数展开并不是好办法。Francis Muir曾指出，原有的 15° 与 45° 偏移外推法都正好是一种连分式展开式的截断，为证明这点，设将式(2.1.6a)写成下列形式以定义出 X 与 R

$$k_z = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - X^2} = \frac{\omega}{v} R \quad (2.1.7)$$

所希望的 n 阶多项式比值将以 R_n 表示, 按照下列递推关系

$$R_{n+1} = 1 - \frac{X^2}{1 + R_n} \quad (2.1.8)$$

来确定该比值。为了解这种序列的收敛情形(如果它收敛的话), 在式(2.1.8)内令 $n = \infty$ 从而解出

$$\begin{aligned} R_\infty &= 1 - \frac{X^2}{1 + R_\infty} \\ R_\infty(1 + R_\infty) &= 1 + R_\infty - X^2 \\ R_\infty^2 &= 1 - X^2 \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

式(2.1.9)的平方根给出所要求的表达式(2.1.7)。从几何意义来说, 式(2.1.9)说明: 入射角余弦之平方等于1减正弦之平方。将展开式截断要产生角度误差。事实上, 经常采用的只是展开式中的低阶项, 从 $R_0 = 1$ 开始, 求出其结果如表2.1-1所列

表 2.1-1 Muir连分式展开的头四项截断式

5°	$R_0 = 1$
15°	$R_1 = 1 - \frac{X^2}{2}$
45°	$R_2 = 1 - \frac{X^2}{2 - \frac{X^2}{2}}$
65°	$R_3 = 1 - \frac{X^2}{2 - \frac{X^2}{2 - \frac{X^2}{2}}}$

由于各种历史的原因, 表2.1-1所列各方程往往分别称为5°、15°和45°的方程, 对于可充分掌握的角度范围而言, 这些名称能给出合理的定性说明(但定量上是粗劣的)。为兼顾构造复杂性和计算精确度, 经常是指定选择45°方程。后来搞清楚了, 要是从 $R_0 = \cos 45^\circ$ 这类的值开始递推计算, 可容纳的角度范围还可以再稍微宽一点。热中于提高精确度的人也许可使 R_0 是一个速度的、空间坐标的或者频率的函数。

3. 波散关系

为与准确的表达式(2.1.6a)比较起见, 将表2.1-1所列展开式代入式(2.1.7)内, 得出波散关系如表2.1-2所示。如图2.1-1所示, 表2.1-2的波散关系均趋近于半圆。

4. 速度随深度而变化的情形

以算符 $\partial/\partial z$ 代替 ik_z 可将表2.1-2的波散关系转换成表2.1-3所示偏微分方程。

表2.1-3各偏微分方程均以某个波散关系为基础, 因而到头来都是以一种恒定速度假设为基础, 所以, 你不能指望在速度随深度而变化时、即 $v = v(z)$ 时方程还能有重要的应用价值

表 2.1-2 波散关系

5°	$k_z = \frac{\omega}{v}$
15°	$k_z = \frac{\omega}{v} - \frac{vk_x^2}{2\omega}$
45°	$k_z = \frac{\omega}{v} - \frac{k_x^2}{2\frac{\omega}{v} - \frac{vk_x^2}{2\omega}}$

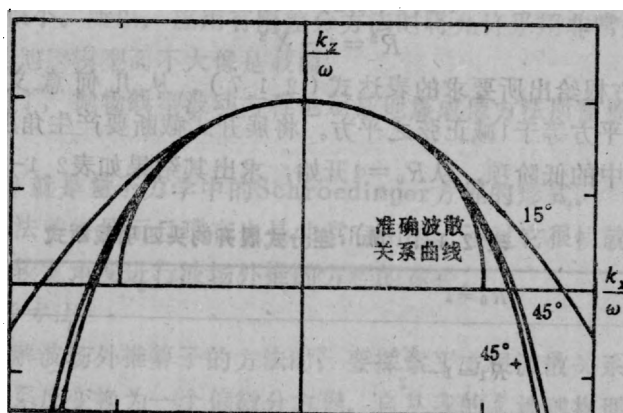


图2.1-1 表2与式2.1.6a所示波散关系
 标有45°+的曲线系按 $R_0 = \cos 45^\circ$ 构制，它准确地拟合于0°和45°的情形

表 2.1-3 速度仅与深度有关时的外推方程

5°	$\frac{\partial P}{\partial z} = i \left[\frac{\omega}{v} \right] P$
15°	$\frac{\partial P}{\partial z} = i \left[\frac{\omega}{v} - \frac{vk_x^2}{2\omega} \right] P$
45°	$\frac{\partial P}{\partial z} = i \left[\frac{\omega}{v} - \frac{k_x^2}{2\frac{\omega}{v} - \frac{vk_x^2}{2\omega}} \right] P$

或甚至还有很大用处。它们本身是无能为力描述反射的，这正好说明了它们的实际限度。

以式(2.1.6b)或表2.1-3所示各式为基础的偏移方法均称作相移法。

5. 延迟(频率域)

安排这样一种波动计算，消除整体平移效果从而使波显得像是“停止不动”，常常有其方便之处，有关波动延迟的这个题目将在2.6节作更详尽的研究，其时，对速度为 $\bar{v}(z)$ 之假想介质内的垂直传播之波引入时移 t_0 是十分容易的事，即

$$t_0 = \int_0^z \frac{dz}{\bar{v}(z)} \quad (2.1.10)$$

时间域内之时延 t_0 相应于频率 ω 域内乘以 $\exp(i\omega t_0)$ 。因此,实际波场 $P(z, \omega)$ 与经过时移之波场 $Q(z, \omega)$ 有下列关系

$$P(z, \omega) = Q(z, \omega) \exp \left[i\omega \int_0^z \frac{dz}{\bar{v}(z)} \right] \quad (2.1.11a)$$

(方程(2.1.11)适用于 x 空间与 k_x 空间两种情形)。对 z 微分,得

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial Q}{\partial z} \exp \left[i\omega \int_0^z \frac{dz}{\bar{v}(z)} \right] + Q(z, \omega) \frac{i\omega}{\bar{v}(z)} \exp \left[i\omega \int_0^z \frac{dz}{\bar{v}(z)} \right]$$

或

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \exp \left[i\omega \int_0^z \frac{dz}{\bar{v}(z)} \right] \left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i\omega}{\bar{v}} \right] Q \quad (2.1.11b)$$

然后,将(2.1.11)代入表2.1-3,得到表2.1-4所列各种延迟方程。

表 2.1-4 相移方程的延迟形式

5°	$\frac{\partial Q}{\partial z} = \text{zero}$	$+i\omega \left[\frac{1}{v} - \frac{1}{v(z)} \right] Q$
15°	$\frac{\partial Q}{\partial z} = -i \frac{vk_x^2}{2\omega} Q$	$+i\omega \left[\frac{1}{v} - \frac{1}{v(z)} \right] Q$
45°	$\frac{\partial Q}{\partial z} = -i \frac{k_x^2}{2\omega - vk_x^2} Q$	$+i\omega \left[\frac{1}{v} - \frac{1}{v(z)} \right] Q$
一般情形	$\frac{\partial Q}{\partial z} = \text{diffraction项}$	$+ \text{thin lens项}$

6. 横向速度变化

因平方根已用多项式比值近似,表2.1-3或表2.1-4各式只须利用 $(ik_x)^2 = \partial^2 / \partial x^2$ 关系就可从水平波数域 k_x 反变换至水平空间域 x 。与前相同,所得结果对很宽范围的速度关系 $v = v(x, z)$ 均成立,即使看来似乎导数不允许这样作。通常将选择 $\bar{v}(z)$ 为 $v(x, z)$ 的某种类型之水平方向平均值,不过,允许 \bar{v} 成为一个 x 的函数将产生许多新项,它们很难处理,而忽略它们又会引起一些潜在的危险,所以,一般是使 \bar{v} 与 z 有关而与 x 无关。

7. 分离法

对表2.1-3与表2.1-4中各方程的空间 x 域的形式习惯上是采用分离法求其数值解,那就是说,每推进一微小的 Δz 步长就要交替利用下列两种外推算子

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \text{透镜项} \quad (2.1.12a)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \text{绕射项} \quad (2.1.12b)$$

这种分离过程将在2.4节中证明其为合法。称为透镜方程的第一个方程,其解析解为

$$Q(z_2) = Q(z_1) \exp \left\{ i\omega \int_{z_1}^{z_2} \left[\frac{1}{v(x,z)} - \frac{1}{v(z)} \right] dz \right\} \quad (2.1.13)$$

包含有透镜方程的各种偏移方法都称为深度偏移；在关于 $v(x)$ 所知甚少的场合，常常将透镜方程略而不计，这样的一些偏移方法均称作时间偏移。

你可观察到，表2.1-3和表2.1-4中的绕射部分都是相同的，我们可利用它们和方程(2.1.12b)来定义一项有关绕射方程的表，用 $\partial/\partial x$ 代替 ik_x ，然后从分母中消去 $\partial/\partial x$ ，即可得出表2.1-5。

表 2.1-5 横向可变介质情形下的绕射方程

5°	$\frac{\partial Q}{\partial z} = 0$
15°	$\frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{v(x,z)}{2i\omega} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$
45°	$\left\{ 1 - \left[\frac{v(x,z)}{-2i\omega} \right]^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{v(x,z)}{2i\omega} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$

8. 时间域

为在时间域内表示上述诸方程，仅需在分子内乘以 ω ，然后用 $\partial/\partial t$ 代替 $-i\omega$ 即可。例如，表2.1-5中， $v = \bar{v}$ 时的15°延迟方程变为

$$\frac{\partial^2}{\partial z \partial t} Q = \frac{v}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} Q \quad (2.1.14)$$

关于对延迟时间变量 Q 的时间 t 的解释，要等到在2.6节中作进一步阐明。

9. 上行波

以上所有方程均属下行波情形，要得到上行波情形的方程，仅需改变 z 和 $\partial/\partial z$ 的符号。例如，令 D 表示下行波场、 U 表示上行波场，方程(2.1.14)即取下述形式

$$\frac{\partial^2}{\partial z \partial t} D = +\frac{v}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} D$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z \partial t} U = -\frac{v}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} U$$

这就是15°近似并具有延迟之下行与上行波绕射的时间域方程。利用爆炸反射面概念后，在偏移和绕射程序中出现的就是上行波方程。下行波方程对正演模拟和偏移的处理很有用处，这类处理比基于爆炸反射面概念的那些处理更为精细（见5.7节）。

习 题

(1) 设有切于圆的一条倾斜直线，如图2.1-A所示，利用该直线可引出Muir平方根展开式。试证明后两个Muir半圆近似式并绘出其图形 ($-2 \leq X \leq +2$)。

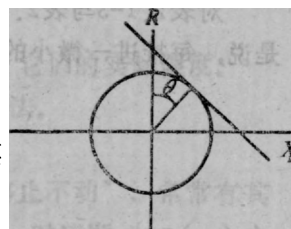


图2.1-A

2.2 有限差分

有限差分是计算机求解微分方程的基本方法，这种方法的最佳特点就是它可以分析几乎任何形态的对象、诸如大地地形或地质构造等。进行差分计算通常是一种简单的任务，其主要问题是不稳定性。往往发生这样的现象，对一个合理的物理问题看来是合理的处理方法却导致剧烈振荡和不收敛的计算结果。幸好，还有十分稀少的一些重要而又易于掌握的技巧可以解决大多数不稳定性问题。

具有次要意义的一些问题是计算时间与精度问题。由于要付出更精细计算网格这样的高昂代价方可改善精度，所以必须将计算时间与精度二者综合加以考虑。虽然选择以下几节所述方法并非出于对精度或计算效率的考虑，不过在这些领域内，这些方法确实是出色的。说实在的，据我所知，某些方法完全不可能再改进了，而另一些方法改进的余地则可能很小。所谓“小”，我的意思是指效率提高不超过五倍的改进。这样的改进很少是由于研究或试验工作的结果。然而，鉴于它对生产工作具有重要性，进一步阅读远超出以下几节内容的文献还是很必要的。

1. 透镜方程

各种波场外推算子均可分为两部分：较复杂的部分称为绕射或偏移部分，而较简单的部分则称作透镜部分。透镜方程引入了一个作为 x 之函数的时移，由于它正像一个光学薄透镜在光线沿轴向投射（垂直投射）时那样起作用，故而获得透镜方程这种名称。在绕射部分中，以某种方式隐含着对非垂直入射和透镜厚度的校正。透镜方程存在有解析解，即 $\exp[i\omega t_0(x)]$ 。运算时，最好是利用这种解析解而不是利用某种差分解，因为解析解没有因采用近似计算而引起的误差。在讨论有限差分的一章中之所以会提到透镜方程，其仅有的原因完全是由于伴随的绕射方程必须与透镜方程一起向前推进计算，所以解析解要沿很小的步长推进。

2. 一次导数与显式方法

速率为10%的通货膨胀率 q 可用下述差分方程描述

$$q_{i+1} - q_i = 0.10q_i \quad (2.2.1a)$$

$$(1.0)q_{i+1} + (-1.1)q_i = 0 \quad (2.2.1b)$$

这类一维计算可用差分系数表和数据表重新加以表示，就这一点而论，它对如何组织二维偏微分方程的计算提供了一种范例。设有下列系数表与数据表

差分系数表	数据表	
-1.1	2.000	时间 增大 方向 ↓
+1.0	2.200	
	2.420	
	2.662	

(2.2.2)

由于数据表中的数据满足差分方程(2.2.1)，可将差分系数表置于数据表顶部的任何地方。将系数表中的数乘以它下面的表中的那些数，所得互乘结果之和将为零。另一方面，如果数据表中除一个数（初始条件）之外，所有的数都没有，则可沿时间增大方向滑动该系数表。取互乘之和并令差分方程成立，一次计算出一个数，每一步都可解出未知数据值，从而可将数据表中所有其余的数都填满。

当数值系数0.10用一个复数代替时，利用同一套差分系数表就要稍为繁琐一些。这种情

形下，计算结果既表现出有振荡现象，又表现出有增大和阻尼衰减的现象。

3. 一次导数与隐式方法

试以数值方法求解下述方程：

$$\frac{dq}{dt} = 2rq \quad (2.2.3)$$

注意，在通货膨胀方程(2.2.1)中是 $2r = .1$ ，那种方程是一种近似式。但是现在要注意，在通货膨胀方程中的表达式 dq/dt 是位于时间 $t+1/2$ ，而表达式 q 本身则位于时间 t 。没有理由不把式(2.2.3)右端的 q 在时间 t 上用时间 $t+1$ 来加以平均，因而可将整个方程均置于时间 $t+1/2$ 。具体说，式(2.2.3)的中心差分近似为

$$q_{i+1} - q_i = 2r\Delta t \cdot \frac{q_{i+1} + q_i}{2} \quad (2.2.4a)$$

令 $\alpha = r\Delta t$ ，上式变为

$$(1-\alpha)q_{i+1} - (1+\alpha)q_i = 0 \quad (2.2.4b)$$

这种运算用差分系数表代表如下：

-1- α	时间 t ↓	、	(2.2.4c)
+1- α			

在固定步长 Δt 的情形下，这种系数表得出的微分方程(2.2.3)的解比前述由通货膨胀系数表得出的解更为精确。

4. 显式热流方程

热扩散系由热流方程控制。这种方程是地震偏移方法的一个原型， 15° 偏移方程与该方程形式相同，只不过热传导常数是虚数而已（偏移方程实际是Schrödinger方程，该方程描述原子粒子扩散几率）。取 σ 为常数，得热流方程

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\sigma}{c} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad (2.2.5)$$

在计算机上实现式(2.2.5)的计算需对各偏微分作某种差分近似。最明显不过（但并非唯一的）的办法就是采用初等微积分教程中关于微分的基本定义，就时间导数而言，这就是

$$\frac{\partial q}{\partial t} \approx \frac{q(t+\Delta t) - q(t)}{\Delta t} \quad (2.2.6a)$$

利用下标使式(2.2.6a)形式紧凑是很方便的

$$\frac{\partial q}{\partial t} \approx \frac{q_{i+1} - q_i}{\Delta t} \quad (2.2.6b)$$

在这种符号表示中， $t+\Delta t$ 简记为 $t+1$ ，对于更为复杂的方程有其方便之处。取两次一阶导数可得到二阶导数公式，由此得出 $q_{i+2} - 2q_{i+1} + q_i$ ；通常都进行时移，将该公式处理成更为对称的形式 $q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}$ 。当 Δt 趋于零时，这两种形式是等价的，但是在 Δt 不为零时，则更为对称的安排形式将更为精确。利用上标描述与 x 有关的函数，得出二阶空间导数的有限差分近似：

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \approx \frac{q^{i+1} - 2q^i + q^{i-1}}{\Delta x^2} \quad (2.2.7)$$

将 (2.2.6b) 与 (2.2.7) 代入热流方程, 并用符号 \approx 表示 \approx , 得

$$\frac{q_{i+1}^i - q_i^i}{\Delta t} = \frac{\sigma}{c} \frac{q_{i+1}^{i+1} - 2q_i^{i+1} + q_{i-1}^{i+1}}{(\Delta x^2)} \quad (2.2.8)$$

令 $a = \sigma \Delta t / (c \Delta x^2)$ 时, 式 (2.2.8) 可重写为

$$q_{i+1}^i - q_i^i - a(q_{i+1}^{i+1} - 2q_i^{i+1} + q_{i-1}^{i+1}) = 0 \quad (2.2.9)$$

几何上, 可将式 (2.2.9) 解释为 (x, t) 平面中的一种十字形系数表的计算结果, 如图 2.2-1 所示。在数据表内移动该十字形系数表, 你会注意到, 它可一次仅将一个数定位于数据表内之未知元素位置上 (即在 1 所指示的位置上), 这就使得能从数据表顶部开始依次计算下一行。照这样作下去, 你就是在用有限差分方法求解偏微分方程。关于初始条件和边界条件还存在其他可能的安排, 诸如零斜率边界条件等。下面是一个计算机程序和验算的例子。

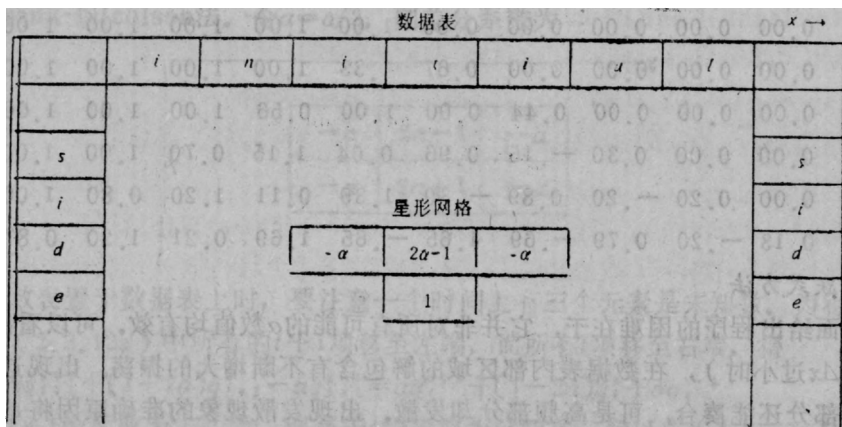


图 2.2-1 一维热流方程的十字形差分系数表与数据表

```
# Explicit heat-flow equation
real q(12),qp(12)
nx=12
do ia=1,2 { # stable and unstable cases
  alpha=ia*.3333; write(6,'/"alpha=",f4.2)')alpha
  do ix=1,6; q(ix)=0. # Initial temperature step
  do ix=7,12; q(ix)=1.
  do it=1,6 {
    write(6,'(20f5.2)') (q(ix),ix=1,nx)
    do ix=2,nx-1
      qp(ix)=q(ix)+alpha*(q(ix-1)-2.*q(ix)+q(ix+1))
    qp(1)=qp(2); qp(nx)=qp(nx-1)
    do ix=1,nx
```

```

q(ix)=qp(ix)
}
}
stop; end

alpha=.33
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.33 0.67 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.11 0.33 0.67 0.89 1.00 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.04 0.15 0.37 0.63 0.85 0.96 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.01 0.06 0.19 0.38 0.62 0.81 0.94 0.99 1.00 1.00
0.00 0.00 0.02 0.09 0.21 0.40 0.60 0.79 0.91 0.99 1.00 1.00

```

```

alpha=.67
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.67 .33 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.44 0.00 1.00 0.56 1.00 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.30 -.15 0.96 0.04 1.15 0.70 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.20 -.20 0.89 -.39 1.39 0.11 1.20 0.80 1.00 1.00
0.13 0.13 -.20 0.79 -.69 1.65 -.65 1.69 0.21 1.20 0.87 0.87

```

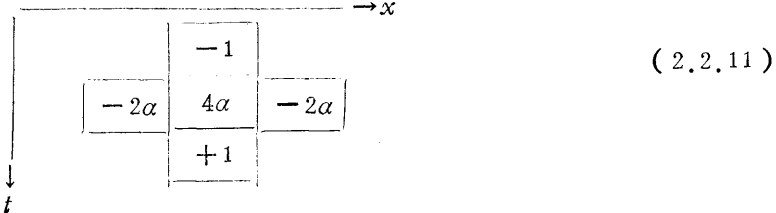
5. 蛙跃式方法

采用上面给出程序的困难在于，它并非对所有可能的 α 数值均有效。可以看出，当 α 值过大时（亦即 Δx 过小时），在数据表内部区域的解包含有不断增大的振荡。出现这种现象是因为解的低频部分还能凑合，可是高频部分却发散。出现发散现象的准确原因将是 2.8 节内所进行的某些数学分析的主题。在波长长度可与 Δx 或 Δt 相比较时，差分近似因温度之不规则性被平滑而可望与真正热流方程一致。在短波长时，剧烈的振荡表明差分方程可以按一种几乎与该偏微分方程完全相反的方式来行事。短波长之所以出现偏差，是因为差分算子仅在长波长时才等于微分算子。解的发散性是一个致命问题，因为随后出现的舍入误差往往还会破坏低频部分。

由于假设不稳定性是因时间导数位于一个与 x 方向二阶导数所在时间 t 稍微不同的时间 $t+1/2$ 上所引起，于是导致所谓蛙跃式方法，这种方法将时间导数取为 $t-1$ 与 $t+1$ 之间的差分：

$$\frac{\partial q}{\partial t} \approx \frac{q_{t+1} - q_{t-1}}{2\Delta t} \tag{2.2.10}$$

所得蛙跃式十字形差分系数表形式如下：




```

#Implicit heat-flow equation
real q(12),d(12),e(12),f(12)
nx=12;a=8.; write(6,'(/"a=",f4.2)')a; alpha=.5*a
do ix=1,6; q(ix)=0. #Initial temperature step
do ix=7,12; q(ix)=1.
do it=1,4 {
    write(6,'(20f5.2)') (q(ix),ix=1,nx)
    d(1)=0.; d(nx)=0.
    do ix=2,nx-1
        d(ix)=q(ix)+alpha*(q(ix-1)-2.*q(ix)+q(ix+1))
    call rtris(nx,alpha,-alpha,(1.+2.*alpha),-alpha,alpha,d,q,e,f)
}
stop; end

#real tridiagonal equation solvei
subroutine rtris(n,endl,a,b,c,endr,d,q,e,f)
real q(n),d(n),f(n),e(n),a,b,c,den,endl,endr
e(1)=-a/endl; f(1)=d(1)/endl
do i=2,n-1 {
    den=b+c*e(i-1); e(i)=-a/den; f(i)=(d(i)-c*f(i-1))/den}
q(n)=(d(n)-c*f(n-1))/(endr+c*e(n-1))
do i=n-1,1,-1
    q(i)=e(i)*q(i+1)+f(i)
return; end

a=8.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
0.17 0.17 0.21 0.30 0.47 0.76 0.24 0.53 0.70 0.79 0.83 0.83
0.40 0.40 0.42 0.43 0.40 0.24 0.76 0.60 0.57 0.58 0.60 0.60
0.44 0.44 0.44 0.44 0.48 0.68 0.32 0.52 0.56 0.56 0.56 0.56

```

计算中采用了求解三对角线联立方程的子程序，下一节将对该子程序加以解释。

7. 求解三对角线联立方程

全世界有很多计算力量都忙于应付求解三对角线联立方程。为参考和完整起见，本节内容也将涉及算法。

设将联立方程写成某种差分方程组

$$a_i q_{i+1} + b_i q_i + c_i q_{i-1} = d_i \quad (2.2.14)$$

按照某种方程

$$q_i = e_i q_{i+1} + f_i \quad (2.2.15)$$

引入两个新未知数 e_i 与 f_i 。用经过时移的下标写出式(2.2.15)

$$q_{i-1} = e_{i-1} q_i + f_{i-1} \quad (2.2.16)$$

将(2.2.16)代入(2.2.14), 得

$$a_i q_{i+1} + b_i q_i + c_i (e_{i-1} q_i + f_{i-1}) = d_i \quad (2.2.17)$$

现将式(2.2.17)重新排列, 使之类似于(2.2.15)

$$q_i = \frac{-a_i}{b_i + c_i e_{i-1}} q_{i+1} + \frac{d_i - c_i f_{i-1}}{b_i + c_i e_{i-1}} \quad (2.2.18)$$

将式(2.2.18)与式(2.2.15)比较即可看出, 新的未知数 e_i 与 f_i 的递归公式为

$$e_i = \frac{-a_i}{b_i + c_i e_{i-1}} \quad (2.2.19a)$$

$$f_i = \frac{d_i - c_i f_{i-1}}{b_i + c_i e_{i-1}} \quad (2.2.19b)$$

首先必须给出左侧边界的某种边界条件, 这种条件也许会涉及一个点或两个点。最一般性的可能的边缘终端条件是一种在 $i=0$ 时类似于方程(2.2.15)的线性关系, 即 $q_0 = e_0 q_1 + f_0$ 。因此边界条件必须给出 e_0 与 f_0 , 利用 e_0 以及所有的 a_i, b_i, c_i , 我们就可采用式(2.2.19a)计算出所有的 e_i 。

在右端的边界, 我们需要另一种边界条件, 最一般性的两点式边界条件为

$$c_n q_{n-1} + e_n q_n = d_n \quad (2.2.20)$$

作为特殊情形, 此式包括了零值边界条件与零斜率边界条件。式(2.2.20)可与式(2.2.16)在其端点上时的情形相比

$$q_{n-1} = e_{n-1} q_n + f_{n-1} \quad (2.2.21)$$

q_n 与 q_{n-1} 均为未知数, 不过, 式(2.2.20)与(2.2.21)是两个方程, 所以求解很容易。最后一步是取 q_n 的值, 并在式(2.2.16)中利用它计算出 $q_{n-1}, q_{n-2}, q_{n-3}$ 等等。

如果你希望尽可能充分发挥你的计算机潜力, 则应注意有关这种算法的若干事实: (1) e_i 值的计算通过 a_i, b_i, c_i 而与介质有关, 但与解 q_i 无关(即使是通过 d_i), 这意味着它有可能节省计算时间, 而可重复利用 e_i 。(2)许多计算机都是除法比乘法慢得多, 因此, 可以将式(2.2.19a)、(2.2.19b)中的除数之倒数一次求出来, 而且或许可存储起来以备重复使用。

8. 导数 $\partial^3/\partial x^2 \partial z$

45°绕射方程不同于15°绕射方程之处在于前者包括有导数 $\partial^3/\partial x^2 \partial x$ 。幸运的是, 这种导数可适应六点差分系数表

$$\frac{1}{\Delta z \Delta x^2} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 2 & -1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array} \quad (2.2.22)$$

所以, 除了改变系数表上的六个系数之外, 它并不会对计算效率造成什么影响。

9. 高维方程的困难

迄今, 为获得节省时间而又精确可靠的求解偏微分方程之差分方法, 我们还未遇到麻烦, 隐式方法已可满足所有的需要。可是, 在高于二维的空间域, 隐式方法的运算时间就高得使人不敢问津了。我们将以 $\partial^2/\partial x^2$ 推广为 $\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 的普通问题为例来讨论一下其理由何在。最简单的情形就是热流方程, 由Crank-Nicolson方法给出式(2.2.13a)。引入缩写 $\delta_{x,x} q = q^{x+1} - 2q^x + q^{x-1}$, 式(2.2.13a)变为

$$(1 - \alpha \delta_{xx})Q_{i+1} = (1 + \alpha \delta_{xx})Q_i \quad (2.2.23)$$

左端括号内的表达式代表一个三对角线矩阵，关键之处在于求解未知数 Q_{i+1} 向量的三对角线联立方程。值得庆幸的是有一种获得该解的特殊算法，其计算时间仅随矩阵之大小而线性增加。现在就从 x 的一维物理空间转而讨论二维空间 (x, y) ，令 α 表示式(2.2.23)中的数值常数，于是按时间步进的方程为

$$[1 - \alpha(\delta_{xx} + \delta_{yy})]Q_{i+1} = [1 + \alpha(\delta_{xx} + \delta_{yy})]Q_i \quad (2.2.24)$$

未知数 Q_{i+1} 是 x 与 y 的二维函数，可用一个矩阵表示。其次，我们将解释一下左端括号内的表达式，结果证明它是一个四维矩阵！

为搞清楚这个矩阵的意义，将利用从二维投影为一维映像的办法来加以阐述。设温度 Q 定义于 4×4 网格点上，将网格各点进行编号的一种很自然的方式为

$$\begin{array}{cccc} 11 & 12 & 13 & 14 \\ 21 & 22 & 23 & 24 \\ 31 & 32 & 33 & 34 \\ 41 & 42 & 43 & 44 \end{array} \quad (2.2.25)$$

就代数运算目的而言，这十六个数可投影为一个向量，有许多方法可作到这点。简单方法是利用下面的按列排列的方式将式(2.2.25)中的各位置同列向量分量联系起来：

$$\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{array} \quad (2.2.26)$$

二阶差分算子具有下列 (x, y) 平面内的十字形系数表

$$\begin{array}{ccc} & 1 & \\ 1 & -4 & 1 \\ & 1 & \end{array} \quad (2.2.27)$$

将此十字形系数置于式(2.2.26)所在 (x, y) 平面内并沿其周围移动。可惜，由于仅有十六个点，你看到的有许多是以边缘和端点为主。试使中心系数 -4 覆盖十六个点中的一个，对该矩阵的每一个位置均如此作，系数 1 是否离开了端点别去管它。开始时，令式(2.2.27)中的系数 -4 覆盖在式(2.2.26)的左上角之 1 的位置上，此时可观察到系数表中有两个 1 位于该矩阵的 2 和 5 上，将 1 填入表2.2-1所示系数矩阵顶部第一行的第二列与第五列。然后，将式(2.2.27)中的 -4 置于式(2.2.26)中的 2 的位置，此时可看到有三个 1 分别位于 1 、 3 、 6 的位置，将这些 1 填入表2.2-1所示系数矩阵的第二行的各相应列的位置。然后再将 -4 置于 3 的位置，此时将有三个 1 分别位于 2 、 4 、 7 的位置……，如此继续作下去，直至得到 16×16 方阵如表2.2-1所示。

现在，拉氏二维系数矩阵已经构成，我们可转而解释方程(2.2.24)的意义了。未知数 Q_{i+1} 矩阵已投影为一个十六点的列向量，因而括号内的表达式乘上 Q_{i+1} 就可投影为 16×16 矩阵。显然，表2.2-1中每一包含点号之处均为该二维系数矩阵的零元素所在之处。矩阵含

面很自然地与第一个画面衔接起来。在图2.3-1所示程序形成的电影中，有一个参量 λ ，它控制着从顶部照亮屏幕之波动脉冲的基本重复率。当一个子波往下传播了四分之一画面的路程时，另一个子波就应送进去。这种过程由下列一程序来规定

$$\lambda = nz * dz / 4 = \frac{N_z \Delta z}{4}$$

各脉冲均由频率为 $n\omega$ 、即 $\Delta\omega$ 、 $2\Delta\omega$ ……， $n\omega\Delta\omega$ 等之正弦波叠加而形成，最低频率 $d\omega = \Delta\omega$ 具有与 λ 呈反比的波长。因此规定

$$d\omega = v * \pi / \lambda = \frac{2\pi v}{\lambda}$$

最后，循环影片的延续时间必须等于最低频正弦波的周期

$$N_t \Delta t = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

最后这个方程定义了关于扫描线的时间间隔

$$dt = \pi / (nt * d\omega)$$

该程序所求解的偏微分方程为

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{i\omega}{v(x, z)} P + \frac{v}{-i\omega 2} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (2.3.1)$$

对于每个步长 Δz ，完成两步计算，第一步是解

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{v}{-i\omega 2} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (2.3.2)$$

利用Crank-Nicolson差分方法，此式变为

$$\frac{q_z^x - q_z^{x-1}}{\Delta z} = -\frac{v}{i\omega 2} \left[\frac{q_z^{x+1} - 2q_z^x + q_z^{x-1}}{2\Delta x^2} + \frac{q_z^{x+1} - 2q_z^{x+1} + q_z^{x-1}}{2\Delta x^2} \right]$$

将所有常数减缩成一个常数，并定义：

$$\alpha = \frac{v\Delta z}{-i\omega 4\Delta x^2} \quad (2.3.3)$$

得到

$$q_z^x - q_z^{x-1} = \alpha [(q_z^{x+1} - 2q_z^x + q_z^{x-1}) + (q_z^{x+1} - 2q_z^{x+1} + q_z^{x-1})]$$

将各未知数置于左端，则

$$-\alpha q_z^{x+1} + (1 + 2\alpha) q_z^x - \alpha q_z^{x-1} = \alpha q_z^{x+1} + (1 - 2\alpha) q_z^x + \alpha q_z^{x-1} \quad (2.3.4)$$

第二步是解下述方程

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{i\omega}{v} Q \quad (2.3.5)$$

其解析解为

$$Q(z + \Delta z) = Q(z) e^{i \frac{\omega}{v} \Delta z} \quad (2.3.6)$$

图2.3-1中的程序严格按(2.3.3)、(2.3.4)与(2.3.6)各式而编制。

为作出波动脉冲，须将若干频率成分相加起来。在这个程序中，只利用了两个频率 $n\omega = 2$ 。如果你试图只用一个频率 $n\omega = 1$ ，则有些事情就变得不太清晰了。在侧边界上反射

```

# Wave field extrapolation program
implicit undefined (n-z)
complex cd(48),ce(48),cf(48),q(48),aa,a,b,c,cshift
real p(96,48,12),phase,pi2,dx,dz,v,z0,x0,dt,dw,lambda,w,wov,x
integer ix,nx,iz,nz,iw,nw,it,nt
open(3,file='plot30',status='new',access='direct',form='unformatted',recl=1)

nt=12; nx=48; nz=06; dx=2; dz=1; pi2=2.*3.141592
v=1; lambda=nz*dz/4; dw=v*pi2/lambda; dt=pi2/(nt*dw); nw=2

do iz=1,nz; do ix=1,nx; do it=1,nt { p(iz,ix,it) = 0. }
do iw = 1,nw { # superimpose nw frequencies
w = iw*dw; wov = w/v # frequency / velocity
x0 = nx*dx/3; z0 = nz*dz/3
do ix = 1,nx { # initial conditions for a
x = ix*dx-x0; # collapsing spherical wave
phase = -wov*sqrt(z0**2+x**2)
q(ix) = cexp(cmplx(0.,phase))
}
aa = dz/(4.*(0.,-1)*wov*dx**2) # tridiagonal matrix coefficients
a = -aa; b = 1+2.*aa; c = -aa
do iz = 1,nz { # extrapolation in depth
do ix = 2,nx-1 # diffraction term
cd(ix) = aa*q(ix+1) + (1-2.*aa)*q(ix) + aa*q(ix-1)
cd(1) = 0; cd(nx) = 0.
call ctris(nx,-a,a,b,c,-c,cd,q,ce,cf)
# "ctris" solves complex tridiagonal equations
# i.e. "rtris" with complex variables
cshift = cexp(cmplx(0.,wov*dz))
do ix = 1,nx # shifting term
q(ix) = q(ix) * cshift
do it=1,nt { # evolution in time
cshift = cexp(cmplx(0.,-w*it*dt))
do ix = 1,nx
p(iz,ix,it) = p(iz,ix,it)+q(ix)*cshift
}
}
}
write(3,rec=1) (((p(iz,ix,it),iz=1,nz),ix=1,nx),it=1,nt)
stop; end

```

FIG. 2.3-1. Computer program to make a movie of a sum of monochromatic waves. (Lynn, Gonzalez, JFC, Hale)

图2.3-1 产生单频波之和的电影的计算机程序

回来的波看起来更像是驻波(参考练习2)。如果你试图采用更多频率，程序就将比较长了，但是你会更喜欢那画面，因为脉冲之间的平静区会比较长而平静一些。各种频率成分可采用不同的加权。

2. 相移

理论预言，经过一焦点的二维波动将经受 90° 的相移。你能注意到，一个对称波形入射在焦点上，但是却形成了一个反对称的波形。(在图2.3-6中可以很好地看出这点，但在电影中比较清楚)。在地震偏移方法中，波是正好到达焦点而不是通过它，所以二维情形的偏移脉冲响应有 45° 相移。尽管现实世界是三维的，对于推测是由柱面而非球面反射面引起聚焦之处的地震测线，适宜于进行偏移的却是二维响应。

3. 横向速度变化

横向速度变化 $v=v(x)$ 尚未包括在程序之中，不过把它加进去并不困难。它从两个地

方进入程序，第一是进入式(2.3.6)，如果 k_x 是足够小以致可忽略不计的数据，则式(2.3.6)就是仅有的需要该项速度之处。第二是进入三对角线系数。光学上的所谓薄透镜近似看来好像仅只相当于包括式(2.3.6)这一部分。

4. 侧边界分析

在地球物理学中，我们通常都希望别同侧边界问题沾边。要考虑侧边界问题的唯一实际原因是我们的勘测或者我们的处理活动有必要对其范围加以限制。既然侧边界是不可避免的，那我们就必须想办法对付它。图2.3-1内的程序包括有零斜率边界条件，取

$$d(1) = 0; \quad d(nx) = 0.$$

并在调用子程序“ctris”时取

$$\text{endl} = -a; \quad \text{endr} = -c$$

即可形成此类边界条件。得到零值侧边界条件的快速方法是取

$$\text{endl} = \text{endr} = 10^{80} \approx \infty$$

上述处理办法稍微有点浪费计算机内存，因为端点的零值要存储起来，而零斜率则明显看成是有两个相同的记录道。Dave Hale所编制的程序可避免这种浪费，该程序给出如下：

$$q_0 = b_l \cdot q(1); \quad q_{nxpl} = b_r \cdot q(nx)$$

$$cd(1) = aa \cdot q(2) + (1. - 2. \cdot aa) \cdot q(1) + aa \cdot q_0$$

$$cd(nx) = aa \cdot q(nx-1) + (1. - 2. \cdot aa) \cdot q(nx) + aa \cdot q_{nxpl}$$

$$\text{endl} = c \cdot b_l + b;$$

$$\text{endr} = a \cdot b_r + b$$

$$\text{call ctris}(nx, \text{endl}, a, b, c, \text{endr}, cd, q, ce, cf)$$

注意，对于零值边界应 $b_l = b_r = 0$ ，对于零斜率边界则应 $b_l = b_r = 1$ 。令 b_l 与 b_r 为复数，则可得4.4节中将导出的吸收边界条件。

5. 关于循环影片程序的若干变种

通过以下的一些练习来记录你的进步，在准备期末考试时，这将是有帮助的。而且此后若干年你都能重温你的记忆。

准备一本活页笔记簿，把所有图件和程序纸裁成长11宽 $8\frac{1}{2}$ 大小，并穿三个孔。若需要进行代数分析，那就在另一张同样大小的纸上作，别把重要一点的分析写在碎纸片上。这份材料同你的课堂笔记一起保留，或者作为一本实验笔记簿保存。始终别忘填上日期。

对这些练习的每一个题，均须送交一份程序和第一个画面的图。

练习1 试说明如何改变程序，使之得出一个右侧偏离垂直线呈 15° 角度向下传播的初始平面波。

练习2 已知计算域为 $0 < x \leq x_{max}$ 和 $0 < z \leq z_{max}$ ，你将如何更改 $z=0$ 处的初始条件，使之可模拟一在 $(x, z) = (x_{max}/3, -z_{max}/2)$ 处的点源？

练习3 试修改程序，使得可用零值侧边界来代替零斜率边界。

练习4 试对衰减球面波应用 45° 项 $\partial_{x,xz}$ 。利用零斜率边界。将你所得结果同用图2.3-1的程序所得结果进行比较。在理论焦点位置上作一记号 X 。

练习5 对程序进行一些改变，使之包括一个薄透镜项，通过恒定慢度梯度所产生的画面时该透镜项具有40%的横向速度变化。识别出程序中为横向速度变化所影响的其他部分。你无需去进行其他这些改变。试问为何预计这些变化会很小？

练习6 试利用位于 $(x, z) = (x_{max}/2, 0)$ 的一个点震源来检验程序，请观察并描绘出各种计算产生的假象。这类震源富含很高空间频率，在这种情况下，差分方程无法模拟其相应的微分方程。

练习7 4.4节将阐述如何在侧边界上使能量被吸收。试按此要求对程序作必要的改变。

练习8 采用以后在4.3节述及的方法能够改善 x 方向的导数之精度。主要之点是，不用主对角线元素为 $(-1, 2, -1)$ 的三对角线矩阵 T 来代表 $k_x^2 \Delta x^2$ ，而是用 $T/(1-T/6)$ 。因遍乘以该分母而须修改原来的外推分析方法。试对 45° 衰减波的程序进行必要的改变。

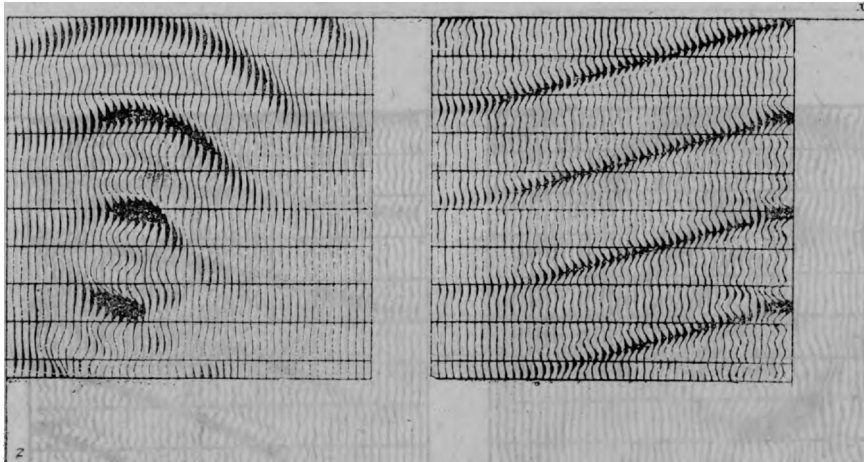


图2.3-2 左：由图2.3-1所产生的第一个电影画面
右：练习1的解

6. (ω, x, z) 域内的偏移程序 (Kjartansson, Jacobs)

偏移程序类似于循环影片程序，不过有一些差别。循环影片要作四重嵌套循环，它对时间 t 的许多值产生结果。偏移则只要求在 $t=0$ 时的值，所以省掉一重循环，这意味着用同等数量的计算机时间可计算出更大的空间体积。可惜，失掉一次循环也就意味着失掉了以电影形式显示的可能。采用 ω 频率域偏移时，看来要考虑的唯一有意义的事就是输入与输出了。

同循环电影不一样，这种过程的输入恐怕将会是野外数据了，所以不会存在频率域的解析表达式。由于将在时间域内输入，因而必须进行Fourier变换。图2.3-7所示程序的开始部分定义一些模拟野外数据的脉冲，这些全是宽脉冲，应将其偏移至近似半圆上。因为差分算

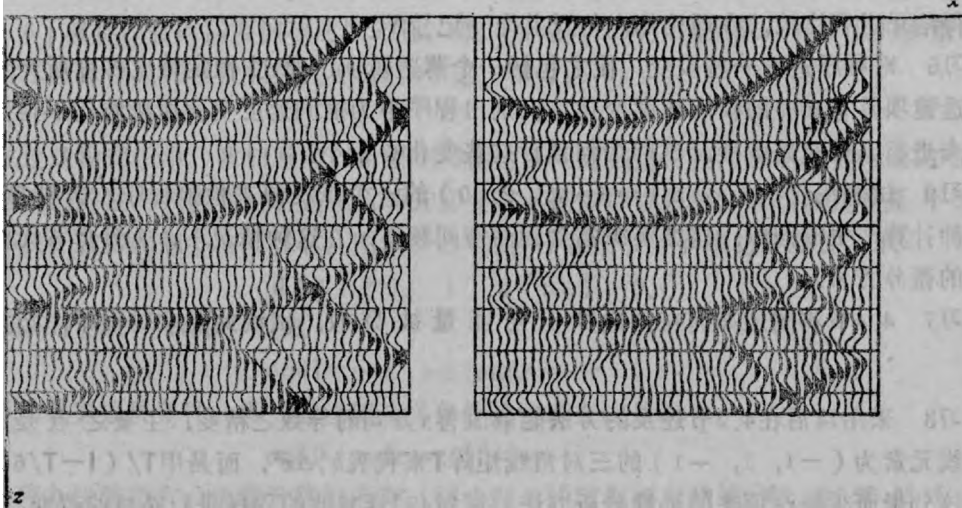


图2.3-3 左：练习2，扩展的球面波
右：练习3，零值侧边界

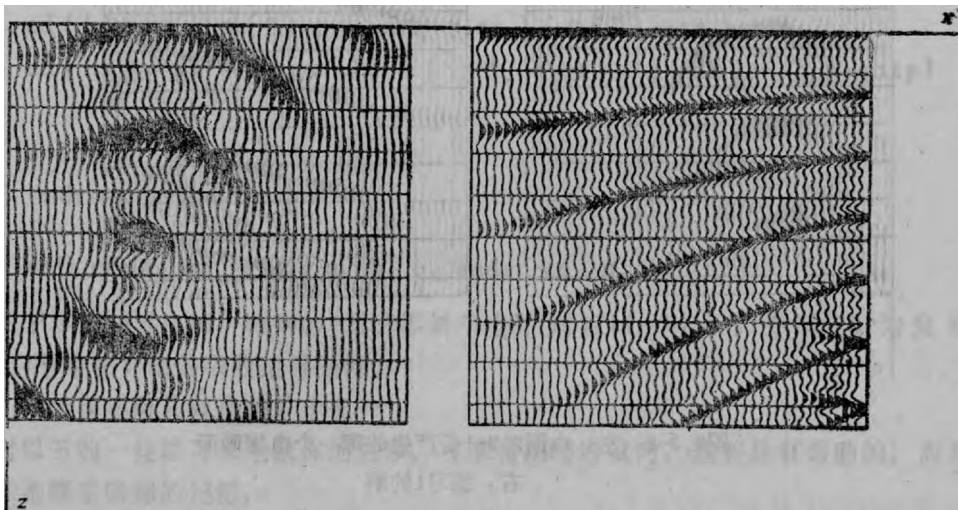


图2.3-4 左：练习4，45°项
右：练习5，横向速度变化

子对微分算子的偏差会造成干扰混乱，所以就没利用准确的脉冲。

然后，该程序以Fourier变换方法把人工合成数据从时间域变换至频率域。

接着将每一频率成分向下延拓，这是沿深度 z 和沿频率 ω 进行的一种循环。这两个循环中随便那一个都可以是内循环，如何选择决定于计算机效率。

同循环影片程序要求用下行波方程不同，偏移是要求用上行波方程，所以要改变式(2.3.1)中 z 轴的符号，这种改变影响到 aa 的符号和 $cshift$ 的相位符号。

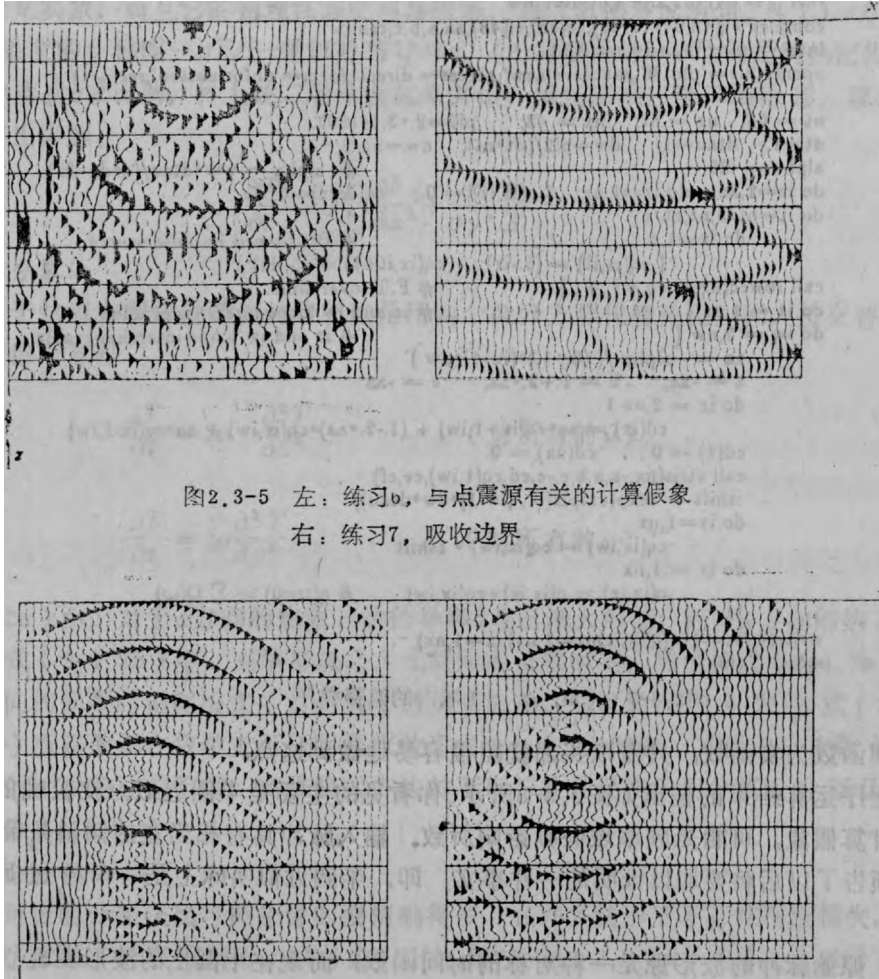


图2.3-5 左：练习6，与点震源有关的计算假象
右：练习7，吸收边界

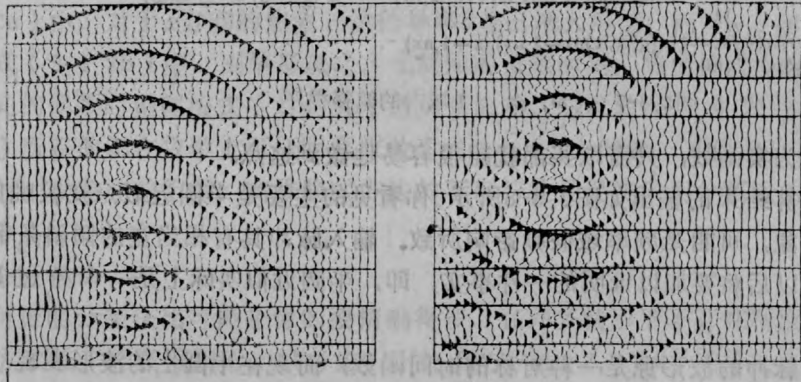


图2.3-6 左：练习8，未采用1/6技巧
右：采用1/6技巧

和循环影片不同的另一个差别是，现在的输入有时间轴，而输出则仍为深度轴。习惯上为方便起见，要重新组织计算过程，不是按深度而是按旅行时间“深度”显示，使输入与输出的垂直轴相同。利用 $\tau=z/v$ 与 $d\tau/dz=1/v$ 的等价关系，由微分法则得出

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial \tau}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (2.3.7)$$

代入式(1)中，得

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = -i\omega P - \frac{v^2}{-i\omega 2} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (2.3.8)$$

在该程序中，时间采样间隔 $dt = \Delta t$ 及旅行时间“深度”采样间隔 $d\tau = \Delta \tau$ 均取为1，因此极大频率即是Nyquist频率。应注意，沿频率的循环只涉及正值频率轴。负值频率仅只用

```

# Migration in the (omega,x,z) domain
real q(48,64),pi2,alpha,dt,dtau,dw
complex cq(48,64),cd(48),ce(48),cf(48),aa,a,b,c,cshift
integer ix,nx,iz,nz,iw,nw,it,nt
open(4,file='plot38',status='new',access='direct',form='unformatted',recl=i)

nt = 64;  nz = nt;  nx = 48;  pi2=2.*3.141592
dt=1.;  dtau=1.;  dw=pi2/(dt*nt);  nw=nt/2;
alpha = .25
do iz=1,nz; do ix=1,nx; { q(ix,iz) = 0.;  cq(ix,iz)=0. }
do it=nt/3,nt,nt/4
  do ix=1,4
    { cq(ix,it) = (5.-ix);  cq(ix,it+1) = (5.-ix) }
  call rowcc(nw,nt,cq,+1,+1.) # F.T. over time.
  do iz = 1,nz { # iz and iw loops interchangeable
    do iw = 2,nw { # iz and iw loops interchangeable
      aa = - alpha /i (0.,-1.)*(iw-1)*dw )
      a = -aa;  b = 1.+2.*aa;  c = -aa
      do ix = 2,nx-1
        cd(ix) = aa*cq(ix+1,iw) + (1.-2.*aa)*cq(ix,iw) + aa*cq(ix-1,iw)
      cd(1) = 0;  cd(nx) = 0.
      call ctris(nw,-a,a,b,c,-c,cd,cq(1,iw),ce,cf)
      cshift = cexp(ctmplx(0.,-(iw-1)*dw*dtau))
      do ix=1,nx
        cq(ix,iw) = cq(ix,iw) * cshift
      do ix = 1,nx
        q(ix,iz) = q(ix,iz)+cq(ix,iw) # q(t=0) = Σ Q(ω)
      }
    }
  }
write(4,rec=i) ((q(ix,iz),iz=1,nz),ix=1,nx)
stop;  end

```

图2.3-7 (ω, x, z) 域内的偏移程序

来保持时间函数为实函数，只需取实部就能很容易地做到这点。

偏移程序运算结果的输出如图2.3-8所示。你看见的主要是半圆近似。在较晚的时间上还有一些计算假象，可能是频率域假频影响所致。输入脉冲具有相当宽的倾斜条带状外形，所以该图预告了以后将要加以证明的一件事情，即，半圆近似实际上是一个经过原点的椭圆。

注意，原始脉冲的波形原是一种对称的时间函数，而现在半圆上的波形表现为既非对称又非反对称，它是一种45°相移脉冲的波形。三维空间内一个点源所产生的波将具有90°相移，由三维空间内一个二维爆炸反射面产生的波则应具有45°相移。

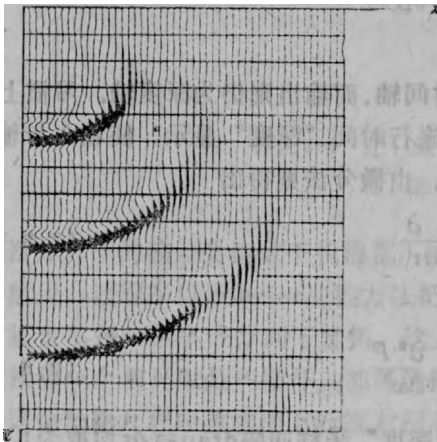


图2.3-8 图2.3-7所示程序之输出：半圆近似

2.4 分裂法与全分离法

通常同时起作用的两个过程A与B也许是或者也许不是相互联系的。它们相互独立的这种情形，称作全分离 (full separation)。在这种情形下，就概念和就计算而言，想像A过程在B过程开始之前正趋近于结束，这往往是很有用的。在两种过程彼此有相互联系的场合，有可能是允许A短暂起作用，然后转换为B起作用，并如此交替作用下去，这种交替起作用的办法称作分裂法 (splitting)。

1. 热流方程

绕射方程或偏移方程可称作“波阵面恢复”方程，它把初始条件或透镜项可能引起的波阵面的任

何横直突变一起加以平滑恢复原状。15°偏移方程具有与热流方程相同的数学形式。不过热流方程全是实数，而且它的物理性态更容易理解，这点值得多说两句：(1) x 方向的热流 H_x 等于温度的负梯度 $-\partial T/\partial x$ 乘以热传导率 σ 。(2) 温度降低 $-\partial T/\partial t$ 是同热流发散量 $\partial H_x/\partial x$ 除以热容量 c 成比例。将上述二者结合起来并由一维情形推广至二维情形，取 σ 为常数及 $c=1$ ，得出方程：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \sigma \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] T \quad (2.4.1)$$

2. 分裂法

应用于热流方程数值解法的分裂法是用两个微分方程代替热流方程，按交替的时间步长应用其中每个方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 2\sigma \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (\text{对所有的 } y) \quad (2.4.2a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 2\sigma \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{对所有的 } x) \quad (2.4.2b)$$

式(2.4.2a)中，对于 x 方向的热流其热传导率 σ 业已增大两倍，而对 y 方向的热流则已取 σ 为零；在式(2.4.2b)中，则情形反之。在时间的奇数时刻，热量按式(2.4.2a)的关系流动；在时间的偶数时刻则按式(2.4.2b)的关系流动。这种轮流交替采用式(2.4.2a)与(2.4.2b)所得的解在数学上可证明是收敛于式(2.4.1)的解，其误差为 Δt 数量级，因此 Δt 趋于零时，误差亦趋于零。高维隐式方法的不可行性是促使采用分离法的原因(参阅2.2节结尾部分)。

3. 全分离法

最终可证明分裂法比可能想像的要精确得多，在许多情形下不存在精度损失。此外，可认为这种方法是一种极限情形。试考虑一下处理方程(2.4.2a)与(2.4.2b)的基本方法，在这种处理中，不是按交错的时间步长在它们之间轮流进行前向与后向计算，而是通过所有时间步长将方程(2.4.2a)计算到底，然后再将这种中间计算结果作为方程(2.4.2b)的初始条件，经过所有时间步长将式(2.4.2b)计算到底，得出最终结果。也许会令人惊奇，这种经过基本改变的方法可以产生方程(2.4.1)的正确解。但是，只在 σ 是 x 与 y 的一个恒定函数时，才能如此。对于脉冲型初始扰动的情形，该种过程如图2.4-1所示。在用这种基本方法获得正确的解时，就把像(2.4.1)那样的一种微分方程说成是可全分离的。全分离法在 σ 为常数时才有效，这点不应使人感到太奇怪，因为这时才能够应用Fourier变换，从而二维解 $\exp[-\sigma(k_x^2 + k_y^2)t]$ 等于一维解 $\exp(-\sigma k_x^2 t)$ 与 $\exp(-\sigma k_y^2 t)$ 之乘积。可以证明并且以后将会指出，可应用全分离法的条件就是 $\sigma \partial^2/\partial x^2$ 应能与 $\sigma \partial^2/\partial y^2$ 交换。从技术上说，还存在一个边界条件的要求，不过当扰动在到达边界之前即衰减掉时，这点不会造成什么困难。

令人奇怪，在许多有关数值解的教科书中对全分离性没怎么介绍，这也许是由于不论是用分裂法还是用全分离法求解，其加法与乘法的总次数是相同之故。但是，作为一个实际问题，求解大数据量问题的计算时间并非简单随乘法次数而增高。当数据库不能整个输入于随

机存取器时（这差不多就是大数据量问题的定义），则分裂法的每一步骤都要求将数据库加以转置。例如，从 (x, y) 的存储顺序转置成 (y, x) 的存储顺序。转置所要求的就不是乘法，可是在许多情况下，转置所需时间却远超出整个计算所耗费的时间。所以，若进行转置是不能避免时，至少应使它减少至实际允许的极小限度。有一些情况使得非在分裂法与全分离法之间采取折中办法

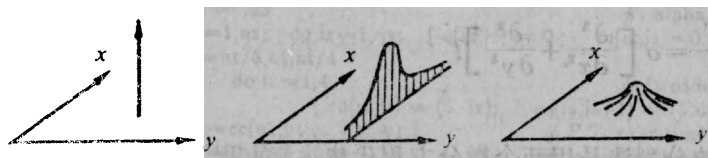


图2.4-1 (x, y) 平面内的温度分布

开始时为delta函数形状（左），允许沿 x 方向但不沿 y 方向流动之后，热量分布位于一片状区域内（中），最后，允许热量沿 y 方向但不沿 x 方向流动，得出同样的对称高斯分布的结果，其最终形状犹如热量同时沿 x 方向与 y 方向流动，（右）

不可。例如，如果 σ 是 x 与 y 的一个缓慢变化函数时，就得如此。这时会发现，虽然 $\sigma \partial^2 / \partial x^2$ 并非严格可与 $\sigma \partial^2 / \partial y^2$ 交换，可是却足够接近，因而在对数据进行转置和转换至式(2.4.2b)之前，能够继续用式(2.4.2a)进行若干时间步长的计算。

以下要考虑的波场外推方程就是类似于这样一种但更具有地球物理意义的情况。第一个认识到分裂法与全分离法概念在地震学中的意义是Brown(1983)。

4. 应用于横向速度变化情形

有一种情况：其中两个微分算子的不可交换性程度具有简单物理意义，且有明显有效之地球物理应用，这种情形就是适用于非均匀介质的所谓单频 15° 波场外推方程。取 $v \approx \bar{v}$ 时，这种方程为

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \left\{ \frac{i\omega}{\bar{v}(z)} + i\omega \left[\frac{1}{v(x, z)} - \frac{1}{\bar{v}(z)} \right] - \frac{\bar{v}(z)}{2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} U$$

$$= (\text{延迟作用} + \text{薄透镜} + \text{绕射}) U \quad (2.4.3)$$

由式(2.4.3)可知，延迟项与薄透镜项可交换，且与自由空间绕射项可交换，但薄透镜项与绕射项却彼此不能交换。看来，实际上最好是采用分裂法，用解析方法处理薄透镜项而用Crank-Nicolson方法处理绕射项。这时，稳定性是有保证的，因为单独各个问题的稳定性均已知。还有，解析解的精度也是引人入胜的一种特点。现在的问题是，这样两项在什么程度上是可交换的？

这问题正好是幻灯投影仪的聚焦问题，调节聚焦旋钮就相当于调整薄透镜项，使之可与自由空间绕射项相比。有的是小范围微调，没一个人能察觉出有任何差别；有的是大范围调节，使后排座位的人不受错误聚焦的干扰。许多地球物理数据处理就是向下延拓数据，出现在透镜项中的速度横向变化仅可已知到有限精度，要应用它就利用外推办法来确定 $v(x)$ 。

对于很长的横向空间波长，各项是互换的，这时可忽略速度 v 之横向变动而进行绕射项处理。波长较短时，则绕射项影响与透镜项影响必然是兼而有之。所以，现实问题并非仅仅是计算的方便与不方便，而是数据精度与地下模型内速度可能变化范围之间的相互影响问题。

5. 应用于三维向下延拓

三维零炮检距反射地震资料的偏移算子是可利用Taylor级数展开至二阶的，即展开为所谓的 15° 近似

$$\left[\frac{(-i\omega)^2}{v^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right]^{1/2} \approx -\frac{i\omega}{v} - \frac{v}{-2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{v}{-2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.4.4)$$

最普遍的情形为 v 是缓变化或与 x 和 y 无关的情形, 这时适用全分离法的条件。这是件好事, 因为它意味着我们可以利用普通的二维波场外推程序来处理三维情形, 不论按照哪种顺序来处理纵测线资料和联络测线上的资料都行。不过, 当我们企图追求更高精度时却碰到了麻烦, 要在Taylor级数展开时保留更多项数, 很快就会遇到交错项 $\partial^4/\partial x^2\partial y^2$, 像这样的一项, 既不能采用全分离法也无法采用分裂法。幸好, 现代海上数据采集技术在沿垂直测线方向进行采集方面还相当粗糙, 没必要采用超过 15° 的方程去进行沿垂直测线方向的处理。Francis Muir曾经有一个好主意, 用下式来表示平方根项:

$$\left[\frac{(-i\omega)^2}{v^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right]^{1/2} \approx \left[\frac{(-i\omega)^2}{v^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right]^{1/2} - \frac{v}{-2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.4.5)$$

处理陆地资料时, 为得到较好的近似, 采用此式是必要的。在两个空间坐标轴中, 至少沿其中一个进行傅氏变换, 将可解决计算问题。当介质速度并非横向变化如此之快以致不能应用傅氏变换时, 这将是一种好办法。

6. 三维偏移的可分离性 (Jakubowicz证法)

在运算条件下, 三维偏移比二维偏移更难处理, 因此, 方便的是假设两次应用二维偏移即可达到三维偏移的效果, 一次沿 x 方向, 另一次是沿 y 方向。前一节的论述也许会使你相信, 这样一种权宜的处理会使精度显著降低。其实, 情况比可能想像的要好得多, Jakubowicz与Levin (1983) 等业已证明, 真是出乎意外, 这种权宜的处理方法在恒定速度介质情形下是准确的。

这一点可这样解释: 偏移不仅仅是由向下延拓所构成, 它还涉及成像作用, 即选出 $t=0$ 时的数据资料。从原理上说, 首先是完成 x 方向与 y 方向的向下延拓, 在那之后就适用成像条件了。该种权宜处理过程共有四步: 沿 x 方向的向下延拓、成像、沿 y 方向的向下延拓、最后是第二次成像。这种权宜处理为什么能得出正确结果, 看来似乎有点使人困惑不解, 不过, 结论能成立却易于证实。

首先注意, 式(2.4.6)代入式(2.4.7)即得出式(2.4.8)

$$t_1^2 = t_0^2 + (x - x_0)^2 / v^2 \quad (2.4.6)$$

$$t^2 = t_1^2 + (y - y_0)^2 / v^2 \quad (2.4.7)$$

$$t^2 = t_0^2 + (x - x_0)^2 / v^2 + (y - y_0)^2 / v^2 \quad (2.4.8)$$

式(2.4.8)代表到达某一任意的点散射体之旅行时间。在沿 y 轴(即 x 保持为常数时)进行记录的二维勘测情形下, 式(2.4.7)就是时距曲线方程。沿测线的双曲线时距曲线与侧反射时距曲线不可能有什么区别, 采用式(2.4.7)作二维偏移, 使能量偏移至 t_1 , 然后采用式(2.4.6)沿另一个方向进行偏移, 将能量沿其余的路程偏移至 t_0 , 这样所得偏移结果同采用式(2.4.8)进行很耗时间的三维偏移处理所得结果是相同的。

Jakubowicz的证明则有点更为数学化, 不过可解释其意义如下。首先注意, 将式(2.4.9)代入式(2.4.10)可得出式(2.4.11)

$$k_x^2 = \omega^2 - v^2 k_z^2 \quad (2.4.9)$$

$$k_x^2 = \frac{k_z^2}{v^2} - k_y^2 \quad (2.4.10)$$

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2 - k_y^2 \quad (2.4.11)$$

沿 x 方向进行 Stolt 的二维偏移可看成是利用式 (2.4.9) 将旅行时间深度 t 变为赝深度 (pseudodepth) τ 的一种变换, 沿 y 方向的第二个二维偏移可看成是利用式 (2.4.10) 进行从赝深度 τ 至真深度 z 的一种变换, 这种混合处理同描述三维偏移的式 (2.4.11) 是相同的。

Jakubowicz 所得结论的有效性并不只限于证明本身。地球物理学家也许除零炮检距情形外还要对其他炮检距情形进行二维偏移 (在第3章中就讨论非零炮检距资料的偏移)。要是作得顺利, 所有反射能量均归位至零炮检距双曲线顶点, 这时, 交叉平面内的偏移就能像处理零炮检距情形一样地处理, 所以炮检距不成其为问题。但是, 将所有能量归位至零炮检距双曲线的顶点究竟能不能顺利实现呢?

当地层速度像通常那样是与深度有关时, 就出现了困难, 这时 Jakubowicz 证明失效, 因而前述作权宜之计的三维方法也失效。利用二维勘测资料你要碰到一个问题: 侧反射平面需要有不同于沿垂直平面的偏移速度, 传播至侧面的射线要取较长的路程才会达到地层深部的高速介质, 所以侧反射需要较低的偏移速度。要是你真想用 $v(z)$ 作三维偏移, 你就应忘掉分离法而用艰苦的方式完成它。不过, 既然我们知道如何转置 (见1.6节), 因而艰苦的方式其实也不见得非常艰苦。

7. 炮点与检波点空间内的可分离性

反射地震资料采集是在地面上完成的。人们想像能有这么一种资料出现, 就好像是在地层深部激发和记录到的一般, 就是说, 犹如炮点与检波点均深埋于地下一般。根据地面资料可以人工作出这样的地下资料, 首先将检波点向下外推, 然后利用互换原理将震源与接收点交换位置, 最后再把地面震源 (经互换原理处理之后, 现在就是接收器了) 向下外推。第二种等价的处理办法是在炮点与检波点之间交错地按步长向下推进, 这种办法在第3章中将详尽研究, 不过现在可用下式简单阐述其结论

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \left\{ \left[\frac{(-i\omega)^2}{v(s)^2} - \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right]^{1/2} + \left[\frac{(-i\omega)^2}{v(g)^2} - \frac{\partial^2}{\partial g^2} \right]^{1/2} \right\} U \quad (2.4.12)$$

这两种处理办法的等价性得出了一个数学上的推论, 炮点坐标 s 与检波点坐标 g 均为独立变量, 所以式 (2.4.12) 中的两个平方根算子可互易。因此, 采用分裂法可获得与采用全分离法完全相同的结果。

8. 分裂概念与全分离概念的有效性

在有可能进行傅氏变换时, 外推算子都是像 $e^{ik_z z}$ 那样的复数。就复数 a 与 b 来说, $ab = ba$ 毫无疑问是成立的, 因而, 分裂法和全分离法总是能成立, 但是只有根据更为一般化的讨论才能给出证明。

假设始终未作傅氏变换, 或者因为物性有某种空间变化而不可能作, 这时, 将前几节所述之差分算子加以组合, 用来构造外推算子。令 \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 表示两个这类算子。例如, \mathbf{A} 可以是一个含有 x 方向之二阶差分算子的矩阵。视为矩阵时, 微分算子的边界条件都位于矩阵各角上。重要之点在于是否有关系式 $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$, 所以, 问题显然不但涉及微分算子, 而且还涉及边界条件。

短距离前向外推可以用算子 $(\mathbf{I} + \mathbf{A}\Delta z)$ 完成。在二维问题中, 把 \mathbf{A} 看成是一个四维矩

阵。为方便计，可将该四维矩阵的各项加以安排，成为一个超大型普通二维矩阵。隐式有限差分计算曾得出像 $(I + A\Delta z) / (I - A\Delta z)$ 这样的外推算子。令 P 表示这样一个向量：该向量的诸分量代表各种不同位置上的波场。以前已经知道，位置并不限于 x 轴，而是也可以分布于整个 (x, y) 平面。数值分析给我们提供一个矩阵算子，比如 A ，它使我们能够进行前向投影，比如

$$P(z + \Delta z) = A_1 P(z)$$

A 有下标是表示算子可随 z 而变化。为向前推进一个步长，可再次应用该算子。比如

$$P(z + 2\Delta z) = A_2 [A_1 P(z)]$$

从运算观点看，矩阵 A 从未加以平方，但是从分析观点看，它确实是被平方了

$$A_2 [A_1 P(z)] = (A_2 A_1) P(z)$$

要沿 z 轴向下推进若干距离，就多次应用该算子。取间隔 $z_1 - z_0$ ，将它分成 N 个子区间。由于有 N 个间隔，当达到了时间 z_1 时，每个子区间内与 $1/N$ 成比例的误差将累积起来达到不能令人接受的程度。另一方面，与 $1/N^2$ 成比例的误差累积起来形成的总误差却仅与 $1/N$ 成比例。当增加子区间数时，这类误差将会消失。

为证明分裂法的有效性，现取 $\Delta z = (z_1 - z_0) / N$ 。可以看到，算子 $I + (A + B)\Delta z$ 不同于算子 $(I + A\Delta z)(I + B\Delta z)$ ，后者大体是与 Δz^2 或者 $1/N^2$ 成比例的，所以，在子区间数非常大的极限情形下，误差就消失了。

全分离概念的有效性是非常容易证实的。互易性就在于关系 $AB = BA$ 是否成立，对于标量，互易性恒成立；采用有限差分法时，问题就在于两个矩阵是否可互易。取 A 与 B 为微分算子，藉助于所有可能的波场 P 来定义互易性，这时，如果 $ABP = BAP$ ，则 A 与 B 就是可互易的。

代表 $\partial P / \partial z$ 的算子将取为 $A + B$ ，采用分裂法时最简单的数值积分格式为

$$P(z_0 + \Delta z) = (I + A\Delta z)(I + B\Delta z)P(z_0) \quad (2.4.13)$$

在许多步长内应用式 (2.4.13)，得出许多算子之乘积，给算子 A 与 B 加下标 i ，用以表示它们随 z 而变化的可能性，于是

$$P(z_1) = \prod_{i=1}^N [(I + A_i \Delta z)(I + B_i \Delta z)] P(z_0) \quad (2.4.14)$$

一旦假设 A 与 B 是互易的，式 (2.4.14) 内的各因子就能随意重新安排。例如，在应用 B 算子之前就可整体性地应用 A 算子

$$P(z_1) = \left[\prod_{i=1}^N (I + B_i \Delta z) \right] \left[\prod_{i=1}^N (I + A_i \Delta z) \right] P(z_0) \quad (2.4.15)$$

由此可知，全分离概念是与算子的互易性有关的。

习 题

(1) 利用分裂法，马在田 (1981) 证明了连续应用类似于 45° 方程的一种方程可以实现很大角度的偏移，这种方法避免了求解高阶 Muir 展开式所固有的带状矩阵，尤其是，人们可以选择平方根拟合函数

$$ik_x = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{k_x^2 b_j}{-i\omega + a_j ik_x}$$

中的两个系数 a_j 与 b_j 。 n 阶的普遍情形则复杂一点，因此，你的任务就是要找出可使拟合函数能与 45° 方程匹配的系数 a_1 、 a_2 与 b_1 、 b_2 。

(2) 用速度 v_1 对某个二维数据组进行偏移，然后用某个速度 v_2 对业经偏移的该数据再次进行偏移。Rocca曾指出，这种双重偏移可模拟用某个第三种速度 v_3 进行的偏移。试利用类似于Jakubowicz导出式(2.4.9)、(2.4.10)和(2.4.11)的演绎法求出以 v_2 与 v_1 表示的速度 v_3 。

(3) 试考虑对地表平面某个区域内所记录到的零炮检距数据 $P(x, y, t)$ 进行偏移。假设计算机随机存取器(RAM)大到足以容纳从数据体积(整个体积寄存于慢速记忆装置内)中取出若干个平面(任意指向方位)。试用程序流程图(如1.3节内的框图)定义一种偏移算法，你的方法应允许速度随深度而变化。

2.5 递归倾角滤波

递归滤波是一种将滤波输出反馈再作为输入的滤波形式。这种滤波只需微少计算时间即可得出长的脉冲响应，在滑动平均的计算中特别有用。滑动平均可以实现频率域内的低通滤波作用，但是一般最好还是避免进行空间变换。物理空间是比较方便的，它容许系数可变，而且它允许更为灵活地处理边界问题。无论在空间域或时间域，地球物理数据组很少有在长距离上呈平稳状态的，所以，递归滤波在统计估计问题中特别有用。

大多数滤波的目的都是想使被强同相轴所掩盖的重要的微弱同相轴有可能被观测到。一维滤波仅靠对频率分量进行选择或抑制才能作到这点；在二维情形下，则有可能采取一种不同的准则，即倾角选择作用。

倾角滤波是地球物理学家长期以来感兴趣的一种处理(Embree, Burg及Backus, 1963)。陡倾角往往是地滚波干扰，水平倾角也可以是干扰。例如，弱断层绕射具有有价值的信息，可是由于平缓地层的存在占主导优势，它们往往可能看不清楚。

要作普通的倾角滤波运算(扇形滤波)，你只需将数据变换至 (ω, k) 域，乘以任何希望的与 k/ω 有关之函数，然后再变换回去。扇形滤波就是这样对 k/ω 倾角空间内的滤波响应加以完全控制，而控制递归倾角滤波就不如此容易了，它们像扇形滤波一样可满足相同的一般需要，而且还能提供下列的额外好处：

- (1) 时间可变性与空间可变性；
- (2) 具有时间因果性；
- (3) 易于实现；
- (4) 计算时间比在 (ω, k) 域内实现节省很多。

时间因果性这种性质为进行数据记录提供了一种有意义的可能，即可将水层速度截阻滤波作用装进现代高密度海上电缆的记录装置内去进行，实现软件硬化。

1. 递归倾角滤波定义

令 P 表示原始数据， Q 表示经过滤波处理之后的数据。当地震资料是准单频情形时，用下列空间频率滤波可完成倾角滤波，其中， α 为可调截频参量，

单频资料情形下的倾角滤波($\omega \approx$ 常数)

$$\text{低通} \quad Q = \frac{a}{a+k^2} P$$

$$\text{高通} \quad Q = \frac{k^2}{a+k^2} P$$

要在空间域内应用这些滤波，仅需将 k^2 解释为三对角线矩阵 \mathbf{T} ，其主对角线上的元素为 $(-1, 2, -1)$ 。具体说，对于低通滤波，需要求解下述三对角线联立方程组

$$(aI + \mathbf{T}) \mathbf{q} = a\mathbf{p} \quad (2.5.1)$$

式中， \mathbf{q} 与 \mathbf{p} 为列向量，其元素代表 x 轴上的不同位置（译注：式中的 I 为单位矩阵）。以前求解热流方程时，就已经用过这种矩阵。为使滤波是空间可变的，可取参量 a 使与 x 有关，从而可用一种任意的对角线矩阵来代替 aI 。究竟是在频率 ω 域内还是在时间 t 域内来表示 \mathbf{p} 与 \mathbf{q} ，没什么关系。

现在从狭频带资料转而注意具有较宽一点的频谱之资料，这时可参考下述滤波：

中等频带宽度 ($\Delta\omega$) 资料情形下的倾角滤波

$$\text{低通} \quad Q = \frac{a}{a + \frac{k^2}{-i\omega}} P$$

$$\text{高通} \quad Q = \frac{\frac{k^2}{-i\omega}}{a + \frac{k^2}{-i\omega}} P$$

这些滤波自然可以应用于任何频带宽度的资料。不过，只有在适当的中等频带宽度范围内才能恰如其份地被称作“倾角滤波”。

为了解这些滤波作用，注意一下 (ω, k) 平面内 k^2/ω 为常数时，即 $\omega \propto k^2$ 时的等值线。如图 2.5-1 所示之例子，这样一些等值线都属于具有恒定阻尼和恒定相移的曲线。低通滤波^①通带内没有相移，不过在阻尼带内有时间微分。根据前面给出的定义方程，这个结论是很显然的。高通滤波在平缓的通带内没有相移，但是在阻尼带内有时间积分。

这些倾角滤波的一个有趣的特点就是，低通与高通滤波构成一对其和等于1的滤波。所以，如果一个数据组被它们分别滤波然后相加，原封不动什么也不会损失。反之，一旦计算出低通滤波后的输出，就能非常容易地计算出高通滤波输出，因为只要从输入中减去低通输出就行了。

2. 递归倾角滤波的实现

实现中等频宽倾角滤波也是很方便的事。

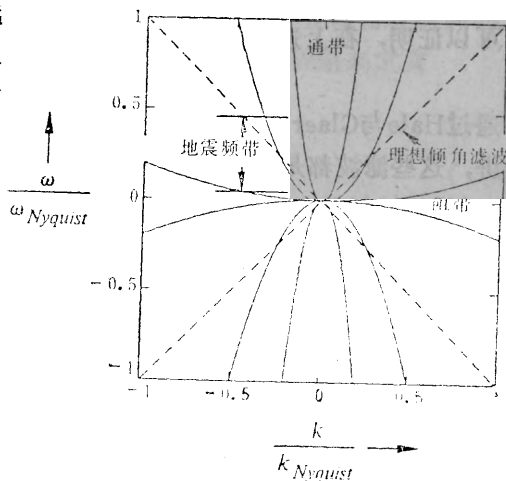


图2.5-1 倾角滤波的恒定阻尼等值线
在地震频带范围内，这些抛物线均可满意地近似于图中的虚线直线（理想倾角滤波）。图中，通带与阻带均指低通滤波情形（Hale）

①所谓“低通”，是指低视角可通过而高视角被截止。——译者

例如, 消去分母, 低通滤波就变成下式:

$$(-i\omega a l + T) Q = -i\omega a p \quad (2.5.2)$$

主要诀窍在于: 在Crank-Nicolson意义下实现与 $-i\omega$ 所对应的微分过程。那就是说, 未经微分的诸项要按相邻的值加以平均, 即

$$l \frac{\alpha}{\Delta t} (q_{i+1} - q_i) + T \frac{q_{i+1} + q_i}{2} = \frac{\alpha}{\Delta t} (p_{i+1} - p_i) \quad (2.5.3)$$

将未知数集中于左端, 得

$$\left(\frac{\alpha}{\Delta t} l + \frac{1}{2} T \right) q_{i+1} = \left(\frac{\alpha}{\Delta t} l - \frac{1}{2} T \right) q_i + \frac{\alpha}{\Delta t} (p_{i+1} - p_i) \quad (2.5.4)$$

式(2.5.4)是一个关于未知数 q_{i+1} 的三对角线联立方程组, 能对相继的 t 值递归解出该方程组。

参量 α 决定截频, 它可取为时间与空间的任何函数。不过, 如果该函数变化极迅速, 这时可能有必要结合某种稳定性分析, 综合加以考虑。由于要利用波动方程, 这种稳定性分析将在以后一章中讨论。

3. 侧边界影响

地球物理学家通常希望最好不存在侧边界, 或者它们无限远离。有两类侧边界条件要加以考虑, 一是沿 x 方向的边界, 一是沿 k 方向的边界条件。

用零斜率侧边界条件总能最好地近似在 x 方向上的侧边条件。由于我们以前已经学习过求解任何三对角线方程组, 所以有可能利用更为一般性的侧边界条件。

k 空间内的侧边界条件与最陡的倾角有关, 处理这些倾角的一种途径是利用 $T/(1-\beta T)$ 来代替 k^2 , 这要引进另一个可调参量 β , 它必须保持小于 $1/4$, 细节将在4.3节内讨论。

4. 扇形滤波

我们当然愿意用真正的倾角滤波, 即采用 k/ω 的函数而不是采用上述 k^2/ω 的函数, 但是, 可以证明, 在上述各表达式中用 k^2/ω^2 代替 k^2/ω , 它们的递归计算过程都是不稳定的。

通过Hale与Claerbout (1983) 曾阐述过的种种近似方法可以定义锐截止扇形滤波(更严格讲, 这些滤波都是 k/ω 的某种矩形函数)。一般而言, 可将 $|k|$ 展开成 $\partial^2/\partial x^2$ 的幂级数, 如果对 $|k|$ 的近似保证是正的, 你就有望使代表 $|k|/\omega$ 的递归具有稳定性。

更简单的情形是, 你也许乐意对时间域或者空间域作傅氏变换, 而不是二者都作, 在未作变换的那一个域内。要求作高通或低通滤波运算, 这时采用诸如Butterworth滤波等种种技术很容易就能作到。

5. 高维情形

很自然会想到, 递归的三维低通倾角滤波可用下述函数形式:

$$\frac{a}{a + \frac{k_x^2 + k_y^2}{-i\omega}} \quad (2.5.5)$$

然而, 这种滤波采用Crank-Nicolson算法是办不到的事。利用下式:

$$\left(\frac{\alpha_x}{\alpha_x + \frac{k_x^2}{-i\omega}} \right) \left(\frac{\alpha_y}{\alpha_y + \frac{k_y^2}{-i\omega}} \right) \quad (2.5.6)$$

是有可能实现多维低通滤波的。

2.6 延迟坐标

要考察正在奔驰之中的马群，最好是跳上一匹马背一起奔跑。类似地，要考察运动之中的波，比较好的办法是沿着这些波一起移动。所以，为描述正在向下移动进入地层中去的波，我们可以放弃 (x, z) 坐标而采用运动坐标 (x, z') ，其中， $z' = z + tv$ 。

替代运动坐标系统的一种办法是定义延迟坐标 (x, z, t') ，其中， $t' = t - z/v$ 。延迟坐标的经典例子就是太阳时，飞机以太阳的速度向西飞行，则在飞机上看来，时间似乎是静止不动的。

无论在运动坐标参照系还是在延迟坐标参照系内，偏移过程都与模拟波动传播过程类似。延迟坐标比运动坐标更为通用。理由就是：在固体地球物理学中，速度可能既与 x 有关又与 z 有关，可是我们进行地震观测期间，地层却不随时间 t 而变；而在一个运动坐标系内，速度却可以与所有三个变量都有关，以致不必要地增加了计算的复杂性。Fourier 变换是求解波动方程的一种通用工具，可是当系数不是常数时，它就没有多大用武之地了。

1. 独立变量定义

如何具体定义延迟坐标是个方便不方便的问题。延迟作用经常是建立在以速度 $\bar{v}(z)$ 笔直向下运动之假想射线的基础上，这些坐标的定义即使在速度横向可变（例如，速度为 $v(x, z)$ ）的问题中，也是有用处的。纵使并不存在严格的笔直向下传播的射线。原则上，可以利用任何坐标系去描述任何环境，不过，当用来定义它的射线族越来越偏离实际射线时，延迟坐标系统的有效性一般就降低了。

尽管手头有现成的简单情形，但为使定义更正式和精确一点，还是值得花时间的。用普通直角坐标 (t, x, z) 表示延迟坐标系 (t', x', z') 可按下列方程组来定义

$$t' = t'(t, x, z) = t - \int_0^z \frac{dz}{\bar{v}(z)} \quad (2.6.1a)$$

$$x' = x'(t, x, z) = x \quad (2.6.1b)$$

$$z' = z'(t, x, z) = z \quad (2.6.1c)$$

取积分的目的是将从地面至深度 z 的传播旅行时间累加起来；将 (x', z') 定义成刚好等于 (x, z) 的原因，首先是为了进行偏微分时能避免混乱，其次是为以后的工作做好准备，在下一步的工作中，射线族是更为一般化的情形。

2. 从属变量定义

有两类从属变量，即描述介质特征的那些变量和描述波特征的那些变量。介质特征用它的速度 v 和它的反射率 c 表示，波的特征则是利用上行波 U 、下行波 D 、压力 P 和压力的调制形式 Q 表示。我们说， $P(t, x, z)$ 是给定 (t, x, z) 时的待求压力之数学函数形式， $P'(t', x', z')$ 则是给定 (t', x', z') 时的数学函数形式。应这样表述这两个数学函数 P 与 P' 全都属于相同物理变量

$$\begin{aligned} P(t, x, z) &= P'[t'(t, x, z), x'(t, x, z), z'(t, x, z)] \\ P(t, x, z) &= P'(t', x', z') \end{aligned} \quad (2.6.2)$$

显然, 对于其他从属变量和像速度 $v(x, z)$ 这样的介质参量, 也存在类似的表达式。

3. 连锁法与高频极限

在 (t, x, z) 空间内, 我们遇到的是熟悉的数学物理偏微分方程。偏微分连锁法 (chain rule) 将把偏导数转换至 (t', x', z') 空间。例如, 对 z 来微分 (2.6.2), 得

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P'}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial z} + \frac{\partial P'}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial z} + \frac{\partial P'}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} \quad (2.6.3a)$$

利用式 (2.6.1) 计算出坐标导数, 得

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{v} \frac{\partial P'}{\partial t'} + \frac{\partial P'}{\partial z'} \quad (2.6.3b)$$

在式 (2.6.3) 中, 关于变量 P 并没有什么特别之处, 我们也可写为

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial z'} \quad (2.6.4)$$

式中, 左端是对有关 (t, x, z) 的函数施行运算, 而右端则是对与 (t', x', z') 有关之函数的运算。微分两次, 得

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left(-\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial z'} \right) \left(-\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial z'} \right) \quad (2.6.5)$$

利用速度恒与时间无关的事实, 得到下述结果

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{1}{(v)^2} \frac{\partial}{\partial t'^2} - \frac{2}{v} \frac{\partial^2}{\partial t' \partial z'} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \left(\frac{1}{v^2} \frac{dv}{dz'} \right) \frac{\partial}{\partial t'} \quad (2.6.6)$$

除了带有括号的最右端一项以外, 可以说, 将算子 (4) “平方” 就得出二阶导数。这最后一项差不多总是在数据处理中被忽略不计, 原因是它的影响类似于额外的具有实质性系数梯度的一阶导数项的影响, 正如 1.5 节所述, 这样一些项形成要更仔细加以计算的振幅, 如果式 (2.6.6) 中最后一项不得不包括在内, 则所有这类项看来就得从一开始就被包括在内。

4. 延迟坐标内的 Fourier 变换

已知一压力场 $P(t, x, z)$ 时, 我们可就它的任何独立变量或所有独立变量 (t, x, z) 对它进行傅氏变换。同样, 如在延迟坐标系内规定该压力场, 我们可以对 (t', x', z') 进行傅氏变换。既然 (t, x, z) 的傅氏对偶是 (ω, k_x, k_z) , 则令 (t', x', z') 的对偶为 (ω', k'_x, k'_z) 看来是合适的; 现在的问题是如何将 (ω', k'_x, k'_z) 同熟悉的 (ω, k_x, k_z) 联系起来? 在偏微分连锁法中包含了这个问题的答案, 任何像

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial z'} \quad (2.6.4)$$

这样的表达式, 进行 Fourier 变换后就是

$$ik_z = -\frac{-i\omega'}{v} + ik'_z \quad (2.6.7)$$

计算出所有其他导数, 得到变换

$$\omega = \omega' \quad (2.6.8a)$$

$$k_x = k'_x \quad (2.6.8b)$$

$$k_z = k'_z + \frac{\omega'}{v} \quad (2.6.8c)$$

记住，标量波动方程的波散关系为

$$\frac{\omega^2}{v^2} = k_x^2 + k_z^2 \quad (2.6.9)$$

将式(2.6.8)代入式(2.6.9)，我们得到以延迟时间表示的标量波动方程表达式，即

$$\left(\frac{\omega'}{v}\right)^2 = k_x'^2 + \left(k_z' + \frac{\omega'}{v}\right)^2 \quad (2.6.10)$$

在选取延迟作用速度等于介质速度的情形下，这两种波散关系如图2.6-1所示。

图2.6-1以图形方式阐明了延迟作用可以减少有限差分计算的时间。笔直向下传播的波接近位于波散曲线(圆)顶部，延迟的作用就是使圆的顶部向下移位至原点。对 x 轴和 z 轴进行离散，将在这些轴上引起空间频率假频；频率 ω 越高，圆就越大，移位后之圆的顶部显然就越易远离假频引起之折叠影响，另外，在 k'_z 超过Nyquist频率 $\pi/\Delta z$ 之前，可以使 Δz 增大(为节省计算时间起见)。

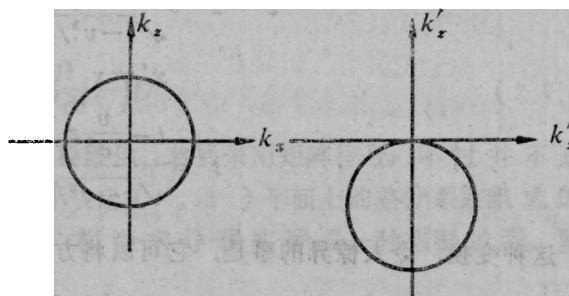


图2.6-1 在通常坐标内(左图)和延迟时间坐标内(右图)的波动方程波散关系

5. 对调制压力变量 Q 的解释

前面，根据压力 P 来定义一个变量 Q ，利用的是下述方程：

$$P(\omega) = Q(\omega) \exp \left[i\omega \int_0^z \frac{dz}{v(z)} \right] \quad (2.6.11)$$

右端是两个 ω 的函数之乘积。在速度为恒定时，式(2.6.11)可表示为

$$P(\omega) = Q(\omega) e^{i\omega z/v} = Q(\omega) e^{i\omega t_0} \quad (2.6.12)$$

在时间域内， $e^{i\omega t_0}$ 变换成一个脉冲函数 $\delta(t-t_0)$ 。式(2.6.12)是频率域内的乘积，所以在时间域内它就是下述褶积：

$$p(t) = q(t) * \delta(t-z/v) = q(t-z/v) = q(t') \quad (2.6.13)$$

这个关系证实了，定义一个从属变量 Q 等价于引进延迟时间 t' 。

6. 爱因斯坦狭义相对论

还没听说能将爱因斯坦的狭义相对论理论应用于地震成像，但是其中某些数学方法却是互有关联的，因而现在应该简单讨论一下这个著名理论的意义了。

1887年公布了以高精度完成的Michaelson-Morley干涉仪试验结果，证明了无论在白天和黑夜，冬天和夏季，光沿所有方向都是以相同速度传播的。我们已经知道，标量波动方程的波散关系是圆心位于原点的圆，这意味着波是以相同速度沿所有方向传播的。但是，如果坐标系相对于介质而运动的话，则波散关系就失去了方向对称性。对于在外空间的真空

中传播的光来说，似乎不存在自然的参考坐标系。如果假设地球静止在夏季状态，则靠近冬季时，地球就以相反方向绕太阳而移动，夏季坐标通过某种像 $x' = x - 2v_{\text{地球}}t$ 这样的关系而与冬季坐标有关。而分析 Michaelson-Morley 的试验结果则可证明，这样的运动应该有一可测度的不对称性，然而观测表明，并不存在所预言的这种不对称性。这是为什么？解释这种现象的一种理论就是“以太”理论，以太是一种可以解释 Michaelson-Morley 佯谬的假想物质，它被假想成具有微不足道的密度与粘滞性，允许我们想像它是以一种方式拖曳在地球周围，使得只在地球上进行工作的试验者们总是以与以太相同的速度在运动着。然而，其他一些观测结果又与以太的假设相矛盾，正如风使大气声波发生折射一样，以太应该引起星光出现可测度的折射，可是，并没观察到这种现象。

爱因斯坦对该试验的解释是基于一个你能很容易加以证实的数学事实，设用下式来定义坐标参照系

$$z' = z - v \frac{t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2.6.14a)$$

$$x' = x \quad (2.6.14b)$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2.6.14c)$$

关于这种变换，令人惊异的事是，它可以将方程 $P_{xx} + P_{zz} = \frac{1}{c^2}P_{tt}$ 转换成方程 $P_{x'x'}$

$+ P_{z'z'} = \frac{1}{c^2}P_{t't'}$ ，你可以很容易就证明这点。变换之后的波动方程与速度 v 无关，这一点导致爱因斯坦得出了他的惊人结论。

2.7 (t, x, z) 空间内的有限差分

如果不是大多数，至少也是很多生产性的偏移处理工作都是在 (t, x, z) 空间内完成的。为避免被这种三维空间的复杂性所纠缠，我们将首先考虑一下固定 k_x 时在 (z, t) 二维空间内的偏移。

1. (z, t) 空间内的偏移

可以在 (z', t') 空间内按下列包含有上行波 U 的表格来考察偏移与数据合成的处理过程，

					$\rightarrow z'$	
	c_0					
	u_1	c_1				
	u_2		c_2			
	u_3			c_3		
	u_4				c_4	
	0	0	0	0	0	
$\downarrow t'$						

(2.7.1)

在这个表中，在地面 $z'=0$ 所观测到的上行波以 u_i 表示；以 c_i 表示的偏移剖面则沿对角线显示，因为时间 $t=0$ 时的爆炸反射面的成像条件是在延迟空间内用下式表示的

$$z' = z \quad (2.7.2a)$$

$$t' = t + z/v \quad (\text{十号表示上行}) \quad (2.7.2b)$$

$$0 = t = t' - z'/v \quad (2.7.3)$$

有最佳聚焦作用的偏移结果并不需要全落在表中所示的 45° 线上，它可以位于任何直线上或曲线上，这主要决定于地层的速度。这种曲线构成了速度测定方法的基础（见3.5节），而在频率域内你就不可能按这种方式来确定速度

根据2.1节的结论，延迟坐标 (t', x', z') 内的上行波 U 的方程为

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z' \partial t'} = -\frac{v}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x'^2} \quad (2.7.4)$$

然后，对 x 轴进行Fourier变换，这要假设 v 是 x 的恒定函数，而且假设 U 对 x 的依从关系是正弦型函数 $\exp(ik_x x)$ ，因而

$$0 = \left(\frac{v}{2} k_x^2 - \frac{\partial^2}{\partial z' \partial t'} \right) U \quad (2.7.5)$$

现在，要把这个偏微分方程按 t' 与 x' 进行离散化，将要采用矩阵符号，不过并不是属于矩阵代数的符号，而是指置于(2.7.1)所示表之 (t', z') 平面上的差分系数组成的矩阵。令符号 $*$ 代表 (z, t) 空间内的褶积运算，相继求导数实际是一种褶积过程，所以 $\partial/\partial z \partial/\partial t = \partial^2/\partial z \partial t$ 这种概念用下式表示：

$$[-1 \quad +1] * \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7.6)$$

所以，式(2.7.5)的差分形式为

$$0 = \left\{ \frac{v}{2} \frac{\Delta z' \Delta t'}{4} k_x^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right\} * U \quad (2.7.7)$$

其中出现 $1/4$ 是因为要在网格的四个位置上取 U 的平均。

两个算子之和按下列形式恒有 $|b| \geq |s|$

$$0 = \begin{bmatrix} s & b \\ b & s \end{bmatrix} * U \quad (2.7.8)$$

现在将利用式(2.7.8)中的差分系数以各 U 值来填满(2.7.1)所示的表。

已知三个方格中的 U 值，则可根据下面隐含的两种运算中的一种

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{|c|c|} \hline & M \\ \hline & \\ \hline \end{array} & \text{或者} & \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline M & \\ \hline \end{array} \\ (a) & & (b) \end{array} \quad (2.7.9)$$

就能够决定缺失的一个值 M 。可证明，由于 $|b| \geq |s|$ ，按下面的格式进行 M 值的计算是不稳定的。

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & M \\ \hline M & \\ \hline \end{array} \quad \text{或者} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & M \\ \hline \end{array} \quad (2.7.10)$$

很显然，如果 s 等于零，就会存在用零来除的问题。根据稳定性分析毫无困难就可证明，式 (2.7.10) 的运算方式会引起微小扰动呈指数增长。

有一个值得作一作的练习：在零倾角假设 ($k_x = 0$) 下，用式 (2.7.8) 的算子中的数值去填满 (2.7.1) 所示表中的各元素。将会发现， u_i 值沿 z 方向横向移动通过该表而无变化，正如由该表所能预料到的，这意味着 $c_i = u_i$ 。沿 z 方向有缓慢变化，就是提醒我们，沿 z 轴的采样已经过密了。实际上，沿 z 轴进行少量点的采样要比通常沿 t 轴进行采样节省很多计算时间。

2. (t, x, z) 空间的15度绕射程序

要理解 (t, x, z) 空间内的15度偏移，最容易的办法就是考虑 (z, t) 空间的偏移。现在，我们不采用标量函数 $U(k_x)$ ，而是利用一个向量 u ，这个向量的各分量 u_i 是在 $x = j\Delta x$ 点上测定的压力。把 k_x^2 看作是一种三对角线矩阵，称作 T ，其主对角线上为 $(-1, 2, -1)$ 。注意， k_x^2 恒为正值，故而 T 是一个其主对角线上均为正值元素的正定矩阵。采用式 (2.7.7) 并以 α 表示左侧常数，则

$$0 = \left\{ \alpha T \begin{bmatrix} | & | \\ | & | \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} | & -1 \\ -1 & | \end{bmatrix} \right\} * u = \begin{bmatrix} \alpha T - 1 & \alpha T + 1 \\ \alpha T + 1 & \alpha T - 1 \end{bmatrix} * u \quad (2.7.11)$$

现在考虑一种模拟程序。利用 (2.7.9) 所示格式的差分系数表，开始向下进入地层内部进行计算。对未知数 $u_{i+1, z}$ 求解式 (2.7.11)，并略去所有撇号，得

$$(\alpha T + 1) u_{i+1, z} = - \left[(\alpha T + 1) u_{i, z+1} + (\alpha T - 1) (u_{i, z} + u_{i+1, z+1}) \right] \quad (2.7.12)$$

首先，求出右端表达式的值，左端是有关待求的未知数 $u_{i+1, z}$ 的三对角线方程组。容许应用于式 (2.7.12) 的序列受 (2.7.9) 所示差分系数表所支配。

留意一下先前关于具有中等倾角之波场的评论，即对 z' 轴进行采样无需像 t' 轴那样稠密。我们可沿 z' 方向交错跳跃地进行计算。在图 2.7-1 所示计算机程序中，所选择的具体计算顺序由下表所列数字表示：

	c_0			
	5	c_1		
	6	c_2		
	7	2	c_3	
	8	3	c_4	
	9	4	1	c_5

(2.7.13)

```

# Time Domain 15-degree Diffraction Movie
# Star:      w=p(t ,z)      y=p(t ,z+1)
# Star:      u=p(t+1,z)     v=p(t+1,z+1)
real p(36,96),u(36),w(36),v(36),y(36),e(36),l(36),d(36),z(96),alfa,beta
integer ix,nx,iz,nz,it,nt,kbyte
nx = 36;  nz = 96;  nt = 96;   kbyte=1
alfa = .125      # v*dz*dt/(8*dx*dx)
beta = .140      # accurate x derivative parameter; simplest case b=0
open(3,'file='plot40',status='new',access='direct',form='unformatted',recl=1)
do iz=1,nz; do ix=1,nx; p(ix,iz) = 0.      # clear space
do iz=nz/5,nz,nz/4      # Set up initial model
do it=1,15      # of 4 band limited
do ix=1,4      # "point" scatterers
p(ix,it+iz) = (5-ix)*(8-it)*exp(-.1*(it-8)**2)
apb = alfa+beta; amb = alfa-beta      # tridiagonal coefficients
diag = 1.+2.*amb; offdi = -amb
do iz=nz,2,-2 {      # Climb up in steps of 2 z-levels
do i=1,nz; z(i)=0; z(iz)=1.      # Pointer to current z-level
write(3,rec=kbyte) (z(i),i=1,nz),((p(ix,i),i=1,nz),ix=1,nx)
kbyte = kbyte + nx*nz*4 + nz*4
do ix=1,nx
{ u(ix) = p(ix,iz-1);      v(ix) = u(ix) }
do it=iz,nt {
do ix=1,nx      #update the differencing star
{ w(ix) = u(ix); y(ix) = v(ix); v(ix) = p(ix,it) }
dd = (1-apb)*(v(1)+w(1))+apb*(v(2)+w(2))
d(1) = dd-diag*y(1)-offdi*(y(1)+y(2))
do ix=2,nx-1 {
dd = (1-2.*apb)*(v(ix)+w(ix))
dd = dd + apb*(v(ix-1)+w(ix-1)+v(ix+1)+w(ix+1))
d(ix) = dd-diag*y(ix)-offdi*(y(ix-1)+y(ix+1)) }
dd = (1-apb)*(v(nx)+w(nx))+apb*(v(nx-1)+w(nx-1))
d(nx) = dd-diag*y(nx)-offdi*(y(nx)+y(nx-1))
call rtrix(nx,diag+offdi,offdi,diag,offdi,diag+offdi,d,u,e,f)
do ix=1,nx
p(ix,it) = u(ix)
}
}
do i=1,nz; z(i)=0; z(1)=1
write(3,rec=kbyte) (z(i),i=1,nz),((p(ix,i),i=1,nz),ix=1,nx)
stop; end

```

图2.7-1 时间域绕射程序 (Clayton, Gonzalez, JFC, Hale)

在 t' 空间的点数不是严格等于 z' 空间的点数时, 表中所示有一个逃避不了的实际问题, 那就是必须沿网格上的一个对角线进行内插才能得出地层影像。表格 (2.7.13) 中的粗略内插是为了说明波场沿 t' 方向快速变化而沿 z' 方向缓慢变化这种假设, 即小倾角假设。

图2.7-2所示是由检验程序所产生的活动电影内之最后画面。习题1提出对图2.7-1的程序作一些次要的改变, 就能使它由绕射程序转换为偏移程序。修改后, 该程序实质上就是Johnson与Claerbout (1971) 及Doherty与Claerbout (1972) 所引进的原始波动方程偏移程序了。

3. 不可在时间域内进行时移

你也许希望在具有横向速度变化的 (x, z, t) 空间中作偏移, 这时, 完成薄透镜项这一步骤要采用时移的办法, 而不是乘以

$\exp\left\{i\omega\left[\frac{1}{v(x,z)} - \frac{1}{v(z)}\right]\Delta z\right\}$ 。在需要按整数采样单位对数据进行

时移时, 完成时移是一件轻而易举的事。可是, 按数字采样单位的非整数分数来成批进行时移, 那就像恶梦般地可怕了。这时, 要求用多点内插算子, 即使这样, 脉冲还是有弥散的趋势。因此, 把透镜项留在频率域内去处理, 大概是最好的办法了。

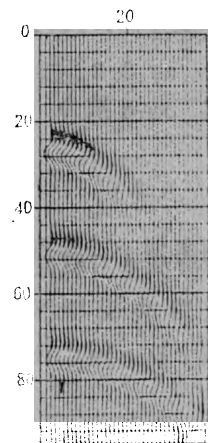


图2.7-2 向下延拓活动电影最后画面内的绕射

4. (t, x, z) 空间内的45度方程

45°偏移比15°偏移稍为困难一些，因为时间域内的算子这时是较高阶的算子，但是方法还是类似于15°方程和递归倾角滤波的那些方法。直接的处理办法只需记下差分系数表即可，我过去作这类工作时曾发现，最容易的办法是利用Z变换，这时用双线性变换 $\frac{1}{2}\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$ 来代表 $1/(-i\omega\Delta t)$ 。有许多种途径可使代数运算不太繁琐，一种途径是把所有含Z的项均化至分子内，然后将z的同幂项集中起来，另一种称作积分法的途径是使 $1/(1-Z)$ 保持为若干项。凡包括 $1/(1-Z)$ 的项在计算机中均用这样的缓冲区代表：这种缓冲区含有从无限大时间至时间t的和。z变换方法在4.6节内讨论，它的真正好处就是它使稳定性分析更为系统化。

习 题

- (1) 修改图2.7-1中的程序，使之成为偏移程序。脉冲函数输入应变成近似半圆。
- (2) 对图2.7-1中的程序进行重要改变，使之变成一种低通倾角滤波程序。
- (3) 试考虑 (z, t, k_x) 空间中的45°偏移程序。求出6点差分系数表内的各系数。其中，三个点属于时间，两个点属于深度。为简单起见，取 $v=1$ ， $\Delta t=1$ 及 $\Delta z=1$ 。设用T代替 k_x^2 就可将这种分析变换至x域 ($\Delta x=1$)。这时将必须求解什么三对角线方程组？

2.8 稳定性简介

经验表明，一旦你认识到方法应用显著偏离了教科书所述情况，稳定性就要比精确度更为受到关心。有没有稳定性将决定预计目标是否能完全达到，而精度则仅决定达到目标所需付出的计算代价。我们在本节将考虑具有实热传导系数和虚热传导系数的热流方程。由于后种情形相应于地震偏移，所以这两种情形为稳定性分析提供了有益的背景。

稳定性分析的基本方法系以傅氏变换为基础，更简单地讲，我们要考察的是单个正弦形或复指数形的试验解。如果一种方法对任何频率变得不稳定，那么，它对任何实际情形也将是不稳定的，因为实际函数只不过是所有频率的合成结果。现在就从下述正弦函数开始讨论：

$$P(x) = P_0 e^{i k x} \quad (2.8.1)$$

其二阶导数为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = -k^2 P \quad (2.8.2)$$

用类似于二阶差分算子的一个表达式来定义 \hat{k}

$$\frac{\delta^2 P}{\delta x^2} = \frac{P(x+\Delta x) - 2P(x) + P(x-\Delta x)}{\Delta x^2} \quad (2.8.3a)$$

$$\hat{k} \quad (2.8.3b)$$

理想上， \hat{k} 应该等于 k 。将复指数 (2.8.1) 代入式 (2.8.3a)，得出关于 \hat{k} 的表达式：

$$-\hat{k}^2 P = \frac{P_0}{\Delta x^2} \left[e^{i k (x+\Delta x)} - 2e^{i k x} + e^{i k (x-\Delta x)} \right] \quad (2.8.4a)$$

$$(\hat{k} \Delta x)^2 = 2[1 - \cos(k \Delta x)] \quad (2.8.4b)$$

作出式(2.8.4b)的图形或者它的平方根的图形，是一件轻而易举的事。利用三角学中的半角

恒等式, 可将(2.8.4b)的平方根表示为

$$\widehat{k} \Delta x = 2 \sin \frac{k \Delta x}{2} \quad (2.8.4c)$$

作级数展开后表明, \widehat{k} 与 k 在低空间频率时符合良好。在 $k \Delta x = \pi$ 的关系所定义的 Nyquist 频率时, 值 $\widehat{k} \Delta x = 2$ 只粗略地近似于 π 。与离散域上的任何傅氏变换一样, 超过 Nyquist 频率时, \widehat{k} 是 k 的一个周期函数。虽然 k 的范围是从负无限大至正无限大, \widehat{k}^2 却压缩成从零至四的范围。由于不稳定性往往是在值域范围的一个端点上开始, 所以变化范围的极限是很重要的。

1. 显式热流方程

现在就从热流方程和空间域傅氏变换开始讨论。 $\partial^2/\partial x^2$ 直接变为 $-k^2$, 因而

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\sigma}{c} k^2 q \quad (2.8.5)$$

时间域显式有限差分得出的方程在形式上同通货膨胀方程完全相同:

$$\frac{q_{t+1} - q_t}{\Delta t} = -\frac{\sigma}{c} k^2 q_t \quad (2.8.6a)$$

$$q_{t+1} = \left(1 - \frac{\sigma \Delta t}{c} k^2\right) q_t \quad (2.8.6b)$$

为保证稳定性, q_{t+1} 的量值应当小于或者等于 q_t 的量值, 这就要求括号内的因子具有小于或等于一的量值。危险的情况发生在因子甚小于 -1 之时, 当 $k^2 > 2c/(\sigma \Delta t)$ 时就要出现不稳定性, 这意味着高频分量是随时间而发散的, 在时间坐标轴上实现显示有限差分给空间坐标轴上的短波长招致了灾难性后果。令人惊异的是, 只要对空间坐标轴进行的差分足够粗略就能够补救这种灾难! 傅氏变换域内的二阶空间导数为 $-k^2$, 当 x 坐标轴离散化时, 它变为 $-\widehat{k}^2$ 。所以, 使式(2.8.5)与(2.8.6)离散化, 只不过是使用 \widehat{k} 代替 k 而已。式(2.8.4c)表明, 在 Nyquist 频率 $k \Delta x = \pi$ 时, \widehat{k}^2 有一个上限 $\widehat{k}^2 = 4/\Delta x^2$ 。最后, 如果

$$\widehat{k}^2 = \frac{4}{\Delta x^2} \leq \frac{2c}{\sigma \Delta t} \quad (2.8.7)$$

式(2.8.6b)中的因子将小于 -1 , 从而计算过程就具有稳定性。显然, 时间采样比空间采样稠密可防止不稳定性。不过, 当热传导系数 $\sigma(x)$ 取值范围很广时, 这么一种解决办法就代价太大了。对于一维空间问题, 有种很容易逃避的办法, 就是采用隐式差分方法; 对于高维空间问题, 则必须采用显式差分方法。

2. 显式15度偏移方程

在2.1节中我们已经知道, 除了必须用纯虚数 i 代替热传导系数 σ 之外, 延迟的15度波场外推方程很像热流方程, 放大因子(式(2.8.6b)括号中之因子的大小)现在是实部与虚部之平方和的平方根。既然实部已经是1, 则放大因子在 k^2 的所有非零值情形下均超过1。随着倾斜平面波的增大, 无疑要显现出不稳定性, 倾角越大, 增长越快, 而且增大 x 轴的采样间隔也解决不了这个问题。

3. 隐式方程

以前已说过，通货膨胀方程

$$q_{t+1} - q_t = r q_t \quad (2.8.8)$$

就是微分方程 $dq/dt \approx q$ 的一种简单显式有限差分。还知道，Crank-Nicolson形式

$$q_{t+1} - q_t = r \frac{q_{t+1} + q_t}{2} \quad (2.8.9a)$$

可以对微分方程给出较好的近似，这种形式可重写为

$$\left(1 - \frac{r}{2}\right) q_{t+1} = \left(1 + \frac{r}{2}\right) q_t \quad (2.8.9b)$$

或者

$$\frac{q_{t+1}}{q_t} = \frac{1+r/2}{1-r/2} \quad (2.8.9c)$$

对于 r 的所有负值、甚至当 r 等于负无限大时，式 (2.8.9c) 的放大因子的量值都小于 1。记住热流方程相应于

$$r = -\frac{\sigma \Delta t}{c} k^2 \quad (2.8.10)$$

其中， k 为空间频率。既然式 (2.8.9c) 适用于 r 的所有负值情形，则采用隐式时间差分的热流方程就适用于所有空间频率 k 。不论空间坐标轴是否离散采样（离散采样则 $k \rightarrow \hat{k}$ ）而且无论 Δt 与 Δx 的大小如何，热流方程都是稳定的。此外，15 度波场外推方程也是无条件稳定的。令式 (2.8.9c) 中的 r 为纯虚数就可导出这个结论，这时式 (2.8.9c) 的放大因子所取形式为某种复数 $1+r/2$ 被其复共轭所除。以极坐标形式表示复数时，这样一个数具有严格等于 1 的量值就更清楚了。因此说，它是无条件稳定的。

关于这点，多作点历史脚注看来是必要的。当初引入有限差分偏移时，由于都不熟悉其理论假设，曾引起许多非议。尽管有非议，有限差分偏移还是很快流行起来了，我想，其所以能流行的原因就在于：同其他的时间域方法比较起来，它是一种优美的数据运算。更具体地说，由于式 (2.8.9c) 的大小严格等于 1，于是输出就具有与输入是相同的 (ω, k) 谱。可能都有这样的经验教训：任何作用于数据的处理过程都应该尽可能少地影响数据。

4. 蛙跃式方程

人们会回想到，蛙跃式有限差分法要求在两个时间步长上表示时间导数，这样作可使差分算子的中心保持在同样的位置上。就经过空间域傅氏变换的热流方程而言

$$\frac{q_{t+1} - q_{t-1}}{2\Delta t} = -\frac{\sigma}{c} k^2 q_t \quad (2.8.11)$$

要分析这个方程还真有点讨厌，因为它涉及三个时间 $t-1$ ， t 和 $t+1$ ，并且要求采用稍微更困难一些的解析方法。因此，首先阐明结论看来是值得的。就热流方程而言，结论就是：解总是发散的。就波场外推方程而言，所得结论非常之有用。倘若满足某种关于网格大小的限制，即 Δz 必须小于某个因子乘以 Δx^2 ，则解恒为稳定。对于一维空间，这种结论并不令人惊奇（这种情形下，隐式方法似乎是颇理想的），但是对于高维空间，诸如在所谓三维地震勘探那种情形下，我们或许得感谢蛙跃法。

要分析像式(2.8.11)那样的范围涉及三个或三个以上时间步长的方程,最好的途径就是利用 Z 变换滤波分析。使之转换为 Z 变换滤波问题后,式(2.8.11)所提出的问题就变成了该滤波器在单位圆之内(或之外)是否有零点的问题了。在4.6节内将阐述 Z 变换稳定性分析方法,对 k^2 的所有可能的数值,都有必要进行这样的分析。结论就是:如 k^2 的范围是从零至无限大,则总有麻烦存在。不过,对于波场外推方程,利用某种网格大小的限制,是可以避免不稳定性的,因为 $(\hat{k}\Delta x)^2$ 介于零与四之间。

5. 三对角线方程的解法

三对角线算法对所有正定矩阵都是稳定的,如果你的三对角线解法有任何问题,那就应怀疑你的问题公式是否成立;在看来似乎是要求用零来除的地方,你在应用中采取了什么办法?

第三章 炮检距——另一种维数

前面几章始终假设炮点与检波器均位于同一位置。现实情况是：炮点与检波器之间水平间距往往多达3公里，这3公里炮检距已可与许多石油储集层的深度相比了。

炮检距是数据分析中的另一种维数。目前，在野外操作中往往用48道左右的记录道来代表这个维数，不过，几乎没有人相信有48道就足够了，现在多达1024道的记录系统也正在开始应用。

炮检距这个维数给反射地震学增添了三个重要问题。第一，它使我们能常规地测定地震波在岩石中之传播速度，在本书以前两章中均是假设已知这种速度。第二，它可使我们得到冗余数据：它给出同一量的多次独立观测；因干扰噪音相消干涉，观测结果的叠加为讯号增强提供了潜在可能性。第三，由于炮检距是非零的，偏移处理就得对付另一种复杂因素了，这是个缺点。在本章末尾，我们将试图同时处理相互矛盾的三个问题，即，倾角、炮检距和横向速度变化。

从理论上说，不论在纵波或转换波情形下，全都能把反射系数看作是角度的一个函数，根据这点，似乎炮检距理应能给我们提供识别岩石的可能性。但是实际情况看来是：即使不是完全不能观测，至少也是不能可靠地观测的。关于转换波，读者可参阅1.4节所进行的充分讨论，这是一个潜在的具有重大实际应用价值的有意义的研究题目；也可参阅Ostrand (1984)、Tatham与Stoffa (1976)等人的著作。不过，难以观测的原因以及解决困难的途径等问题不是本书的讨论内容，只得割爱。本书目的只在于使我们能够有效地处理常规观测结果。

1. 叠加及观测系统图解

首先，将炮点与检波点之间的中点定义为 y ，并定义 h 为炮点与检波点之间的水平炮检距的二分之一

$$y = \frac{g+s}{2} \quad (3.0.1a)$$

$$h = \frac{g-s}{2} \quad (3.0.1b)$$

在数学方程中利用二分之一炮检距的原因是为使以后的许多方程能简化和系统化。以 $g-s$ 而不以 $s-g$ 来定义炮检距，就使得正炮检距意味着波是沿着正 x 方向传播。在海上勘探情形下，这意味着假设船是沿 x 轴的负方向航行的。实际上，船可沿任一路程行进，而且进行勘探时，炮点可以增多或减少。在某些情况下，令野外观测者的炮点编号数取为负值，你就能说明事实真相。

野外观测时，数据是限定在 (s, g) 空间内。式(3.0.1)代表转换至 (y, h) 空间的坐标变化，对于解释和数据处理，中心点与炮检距这种坐标系特别有用。由于数据也是旅行时间 t 的函数，所以完整的数据组是位于某一立体体积内。因为要令人满意地显示这样的体积太困难了，习惯上都是作切片显示，各个公司关于切片的名称稍有不同，下列名称看来是

众所周知和得到公认的:

- ($y, h=0, t$) 零炮检距剖面
- ($y, h=h_{min}, t$) 近记录道剖面
- ($s, g, t=const$) 时间切片
- ($h, y, t=const$) 时间切片
- ($y, h=const, t$) 共炮检距剖面
- ($y, h=h_{max}, t$) 远记录道剖面
- ($y=const, h, t$) 共中心点道集
- ($s=const, g, t$) 共炮点道集或野外剖面
- ($s, g=const, t$) 共检波点道集

图3.0-1中为各种名称切片的图式。图3.0-2所示为数据立体体积的三个切片，第一种显示模式是“工程面模式”，第二种显示模式是侧视立方体的各面，但应注意，尽管数据是显示于立方体的各个表面上，可切片本身却是取自立方体内部，各个切片彼此的横断交叉均用黑线表示。

共深度点 (CDP) 道集是由工业应用部门定义的，按惯例也可称为共中心点 (CMP) 道集。但是在本书中，将对二者加以区别：共深度点道集 (CDP) 将被认为是时间坐标轴按某种速度模型业已拉伸了的共中心点道集 (CMP) **转换成深度模型**

$$(y=const, h, \sqrt{t^2 - 4h^2/v^2})$$

共深度点道集

这种与炮检距有关的拉伸处理使得该道集的时间轴变得更像是深度轴，从而使CDP中的D是真正与深度有关的。对时间轴进行的这种拉伸处

理称作正常时差校正 (NMO)。注意，速度趋于无限大时，拉伸量就趋于零。

在实际应用中，并非按常规把数据显示成炮检距的函数，相反，每个CDP道集都遍及炮检距求和，求和运算最终得出一个记录道。在每一中心点上可以构制出这样一个记录道，这些记录道的集合是中心点和时间的函数，称作CDP叠加。粗略地说，CDP叠加剖面像是零炮检距剖面，不过具有较少干扰的面貌罢了。

构制CDP叠加剖面要求对有利于时差校正的速度进行选择，这样选择出的速度就称为叠加速度。叠加速度可以只不过是地层速度的某些猜测，再不然用若干个试验速度进行叠加，看一看哪个能得出能量最强而噪音最小的CDP叠加结果，因而使速度估计得到改善。在

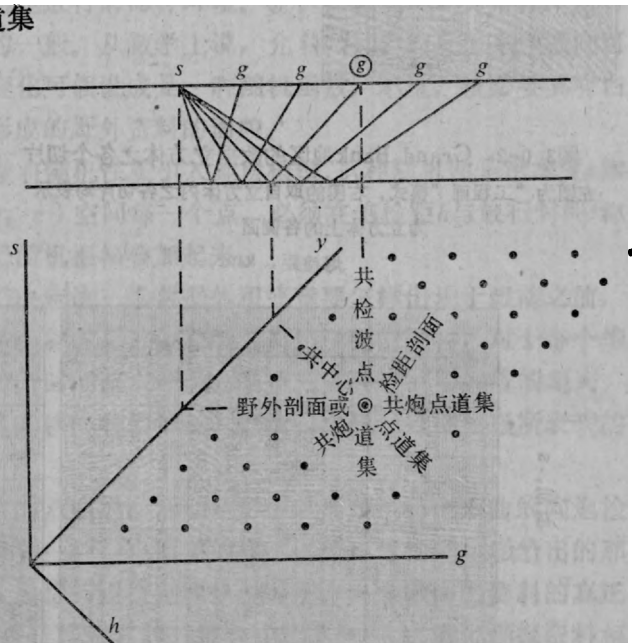


图3.0-1

顶部图为海上地震记录的野外记录排列，s为炮点，g为检波器。为有助于解释；图中有一水平反射面。下面的图称为叠加图式（不是透视图）。平面上每个点表示一个可能的地震记录道，可以想像时间轴是由该平面开始朝向平面之外的。顶部图中的中心检波器（带有圆圈标志者）记录了下图位置上（带圆圈者）的地震记录道。下

图中的各种标记给出了通用的显示名称

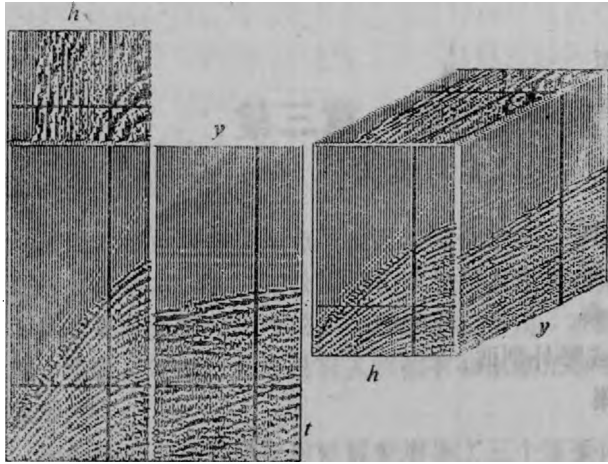


图3.0-2 Grand Bank地区的数据立方体之各个切片
左图为“工程画”模式，右图的取自立方体内之各切片均表示为立方体上的各侧面

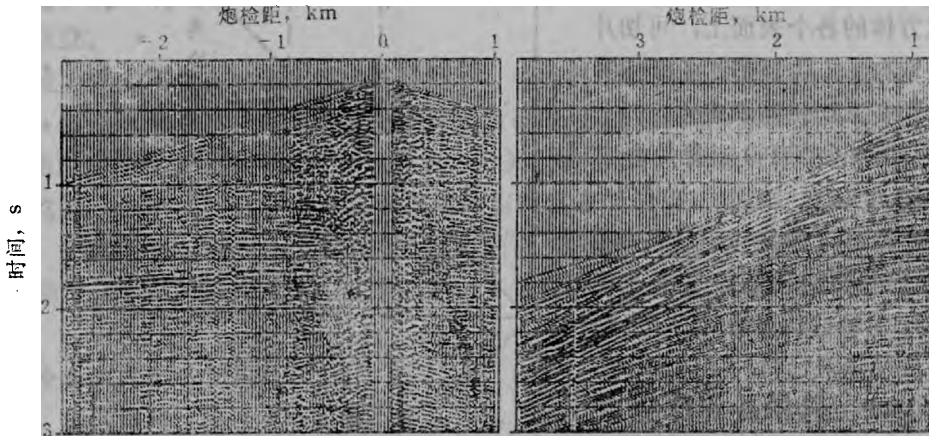


图3.0-3 野外剖面
左图为西得克萨斯的陆地剖面，右图为阿留申群岛附近的海上剖面

3.5节内将对叠加处理作更多讨论。

图3.0-3为典型陆地剖面 and 海上剖面（共炮点道集）。陆地资料系采用检波器位于震源两侧的方式记录，所示该种野外布置称为不规则中间放炮排列，震源系人工连续震源。海上资料碰巧能良好地显示有两个或三个折射波（参阅3.5节与5.2节），海上震源系采用汽枪。这些野外剖面每个均系采用120个左右的检波器所记录。

2. 何谓“质量欠佳”资料？

世界广大地区有良好的石油储藏前景，但是由于获得质量良好的反射地震资料很困难而难以勘探，其原因往往全都搞不清楚，到底何谓“质量

欠佳”资料？从野外工作的观点看，在记录均具有可重复性的意义下，几乎所有地震资料均可算得上是良好的，现实问题却是该项资料可能毫无意义。

试取随机排列的点反射体作为地层模型，其经过偏移处理所得的零炮检距剖面看起来也应是随机的。设数据采集是具有可重复性的，像这么一种具有随机面貌的资料只不过是暗示有一堆杂乱随机的反射体而已。仅利用零炮检距资料，很少能再得出什么进一步的结论。但是，在我们的处理中采用完整的炮检距范围时，则有可能进行更精细的分析。本章就是讨论如此作时所需要的某些技术。

有一种有意义的地层模型，即点散射体在恒定速度介质内呈随机分布。所得数据将是时间的随机函数和炮检距中点的水平位置之随机函数。但就每一中心点而言，该项数据在适当处理之后却应完全是炮检距的一种双曲线形式的函数。这种双曲线能准确地确定地层速度，即使随机散射体呈三维分布而且仅沿地面测线进行记录时也是如此。

要想用这类特殊模型来解释“质量欠佳”资料，也可能是行不通的。在那种情形下，可以试验一下采用其他一些模型。可以分析一下近地表处速度作随机变化所带来的影响或者分析一下多次反射的影响。地震学中的噪音干扰通常可看作是分析失败的原因，而不看作是污染了数据的某种什么东西。正是炮检距这个维数，给我们提供了为试图断定到底发生了什么事情时所需要的冗余信息。

3. 水平分层结构、海上资料

重力是形成岩石成层现象的一种强大力量，在世界的许多地方，岩石均沉积为水平岩层。即使在大多数理想沉积环境下，岩石层面也不是镜子般地光滑，它具有某种结构特征。现在我们用酷似非常理想的沉积环境的合成数据资料来开始我们的炮检距研究，这样一种环境差不多肯定就是沉积作用能缓慢而又均匀地进行的海洋环境。波传播速度将取为常数，所有射线将犹如是从水平伸展的镜面所反射的一般。从数学上说，允许岩层的反射系数横向可变，就是引入了岩层的结构特征。横向变化可假设成是一种随机函数，不过，没必要具有白噪音谱。现在就让我们来研究一下如此形成的野外资料的面貌。

利用中心点 y 与深度 z 的一个随机函数将随机性质引入地层模型，这种随机性是沿深度 z 加在某种连续地质柱状剖面上的。对于 (y, z) 空间每一个点，必须在炮检距 h 与旅行时间 t 组成的数据空间中沿着一个双曲线同相轴把随机振幅叠加起来。

最终的数据空间是什么样子？在我们决定该三维数据体究竟要怎样出现于眼前之前，谈论这个问题是意义不大的。设我们把数据看成非常像在野外所记录到的那样，对于每个炮点，我们看见一幅画面；其中的垂直轴是旅行时间而水平轴则是从船直到检波器拖缆的距离；下一个炮点给我们另一个画面。如此重复，就使我们得到一部活动电影。这部电影所表现的到底是什么呢？

单个画面表现的是具有给定结构特征的双曲线，活动电影表现的是沿每个双曲线向炮检距增大方向移动着的结构特征（我发现没有一种静止图象的序列能给出像活动电影给出的那种印象）。实际上，船是真正在移动着，地层特征则稳定地位于其下。大多数海上资料的真正样子就是这样，图3.0-4所示计算机程序就是模拟它的。把合成数据同实际海上勘探资料相比，我得到的印象是：要达到与野外资料相似，需要在合成资料内有大量随机横向变化。要表示岩性变化，利用随机性似乎过分了一点，这显然是由于某些现象尚未能模拟所致。或许这是由于我们对于从准随机性质的地层发生反射的机制还了解得不够完全的结果，或者也许它就是波从次级不规则地形反射之后有时会出现局部聚焦所形成的影响。总之，完满的解释尚有待于进一步研究。

4. 陆地资料的特征：近地表影响问题

由于地表土壤层的不规则性，陆地记录的反射地震资料经常出现随机性。它往往如此之糟以致地震震源必须深埋地下（费用很高），检波器因数量太多难以深埋。对于大多数陆地反射资料而言，由这些表层不规则性所引起的特征超过了由反射层所形成的特征。

我们将提出一个理想的数学模型，以阐明我们的想法。设反射层平缓而无其他特征，检波器均经受了若干时间采样点的随机时间延迟，这类时间延迟称为静校量。令震源具有随机的强度。对这样形成的活动电影来说，设每个画面所表现的是在固定中心点 y 上的 (h, t) 空间内之数据。就是说，设数据画面为共中心点道集；相继的画面所表现的将是相继的中心点上的情况。对图3.0-1进行一番研究，你会确信：与检波器有关之旅行时间不规则性应朝左

```

# Synthetic marine data tape movie generation
integer kbyte,it,nt,ih,nh,iz,ns,iz,ns,it0,iy
real p(512),b(512),refl(25,16),z(25),geol(25),random
open(3,file="plot",status="new",access="direct",form="unformatted",recl=1)
nt = 512;      nh = 48;      ns = 10;      ns = 25;kbyte = 1
do iz=1,ns
  s(iz) = nt*random() # random() is on the interval (0,1.)
do iz=1,ns
  geol(iz) = 2.*random()-1. # Reflector strength with depth.
do is = 1,ns
  do iz = 1,ns
    refl(iz,is) = (1.+random())*geol(iz) # Give texture to the Geology
do it = 1,nt
  b(it) = exp(-it*.08)*sin(.5*it-.5) # Prepare a wavelet
  io is = ns,1,-1 { # Shots. Run backwards.
    do ih = 1,nh { # down cable h = (g-s)/2
      iy = (is-1)+(ih-1) # y = midpoint
      iy = 1 + (iy-ns*(iy/ns)) # periodic with midpoint
      do it = 1,nt
        p(it) = 0.
      do iz = 1,ns { # Add in a hyperbola for each layer
        it0 = sqrt( z(iz)**2 + 100.*(ih-1)**2 )
        do it = 1,nt-it0 { # Add in the wavelet
          p(it+it0) = p(it+it0) + refl(iz,iy)*b(it)
        }
      }
    }
  }
  write(3,rec=kbyte) (p(it),it=1,nt); kbyte = kbyte+nt*4
}
stop; end

```

图3.0-4 模拟理想海上勘探条件下合成野外磁带的计算机程序

移动，而与震源有关的振幅不规则性则应向右移动。在实际情形下，振幅异常与时间异常全都同震源和检波器二者有关。

习 题

(1) 注意，图3.0-1是按炮点间隔 Δs 等于检波器间隔 Δg 的二分之一而绘制的。令 $\Delta s = \Delta g$ ，重新再绘制图3.0-1。现在，有了两种类型的共中心点道集，试为“近炮检距剖面”提出两种可能的定义。

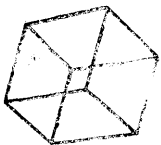


图3.0-A

(2) 修改图3.0-4所示程序，使它产生具有随机炮点振幅和随机检波点时延的一种合成中心点道集活动电影。观察这种活动电影时你会注意到，同向右的运动一起还能看到向左的运动，这是个感觉问题。试调节异常强度使向左运动与向右运动模式二者全能看得清。

你心里总是想只看见一种运动，把另一种运动遮挡起来，这就类似于你根据各个侧面的二维投影来感觉一个三维立方体一般。

(3) 试设计出递归倾角滤波器，使炮点、检波点及中心点的各种不同特征能通过或截止。

3.1 吸收作用与微聚焦

有时，地层因不规则性很小而呈水平产状，在这种情况下，我们也许有希望不采用偏移。地震射线应适合于大炮检距上出现大反射角时的简单模型，这样的资料对于观测作为角度之函数的反射系数、或者对于观测地层的地震能量吸收率 $1/Q$ ，都是很理想的资料。Einar Kjartansson在其博士论文中就曾报导过这类研究，其结论颇富启发性，所以本节将详

细评论一下该项研究。我不知道Grand Isle气田在何种程度上可以典型代表其他的地层，(Pan, 1983)，但要想了解关于炮检距的意义，这儿对初学者却是个好地方。

1. Grand Isle气田：典型的亮点

Kjartansson所研究的是一条通过路易斯安娜(Louisiana)州海岸外的Grand Isle气田的地震测线资料，该项资料系由海湾石油公司提供。该项资料在某种相当平缓的原产层面上，含有若干典型的“亮点”(强反射)。具有意义的是：在约为2.3秒的时间深度上的反射中，出现了振幅的横向变化(见以下的图3.1-3)，普遍相信这类亮点是由浅层含气砂岩形成的。

理论预言，反射系数应是角度的函数。对于像气饱和砂岩这样的一种异常物理情况，该种函数理应具有与众不同的特点，在如图3.1-1所示的共中心点道集中将可发现其存在的证据。观察这些道集中的任何一个道集时，你都会注意到反射强度对炮检距的关系似乎是一种平滑的、表现灵敏的函数，从外表上看完全是可测定的。可是，利用层状介质理论已能确定，只有最不可能的异乎寻常的介质才能表现出反射系数随角度而有如此强的变化，尤其是在很小的入射角时(时间2.5秒时达到很宽炮检距时的反射角并不是一个很大角度，若假设速度为常数，则该角度为 28° ，即 $\text{Arccos}(2.3/2.6) = 28^\circ$)。使人困惑不解的是，各个共中心点道集都表现为某种不同的光滑和反应灵敏的可观测函数。此外，这些中心点彼此靠近，十个炮点所张之水平距离不过才820英尺。

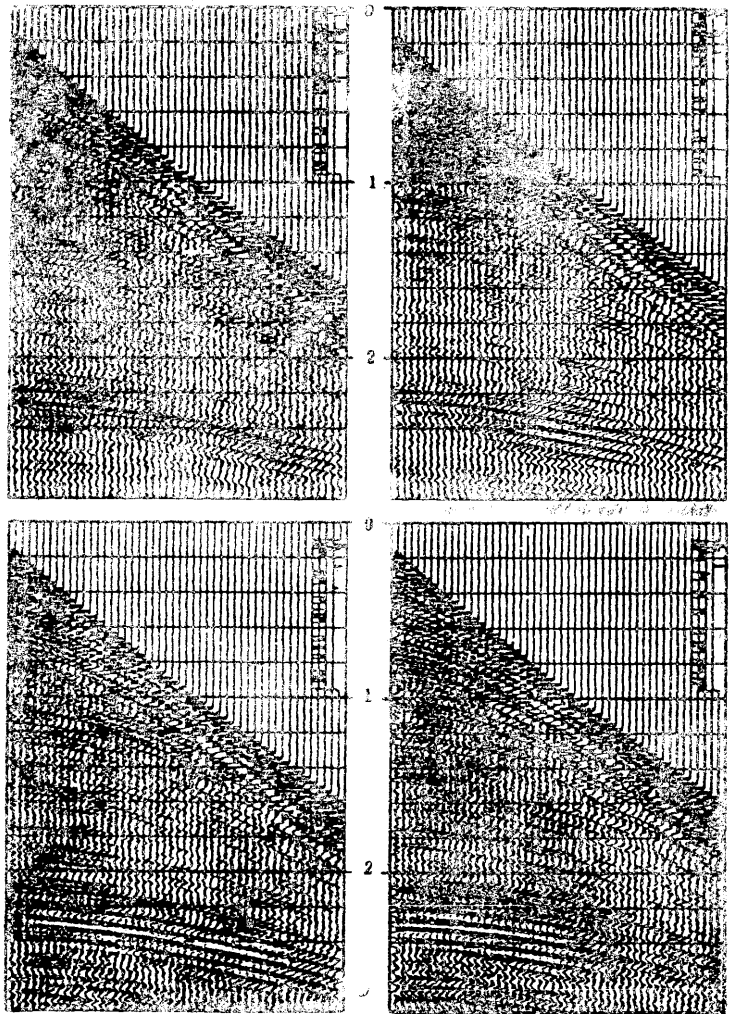


图3.1-1

2. Kjartansson的振幅横 顶部左侧为炮点220；右侧为炮点230。除与时间成比例的显示增益之外，向变化模型 未进行任何处理。底部所示为炮点305与315(Kjartansson, 海湾石油公司)

根据以层状介质理论为基础模型来看，Grand Isle的资料是难以理解的，于是Kjartansson提出了另一种不同的模型。图3.1-2所示即是这种模型，其中，呈直线形式的射线由任何震源入射至平缓水平反射面，然后再反射至接收点。其复杂化仅在于介质中存在有一些“透镜状”的物体，它们以某种异常的方式干扰了地震射线。开始时你也许会猜想这些透

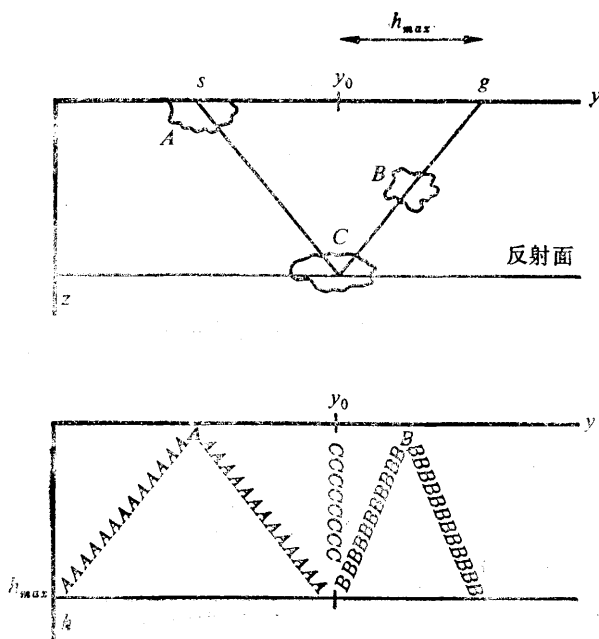


图3.1-2 Kjartansson模型

上图为模型，下图为该模型所产生的干扰数据空间示意图。
透镜体A、B与C的异常物质可由来自深层的反射所受影响而检测出来

镜体吸收了地震波能量（干扰结果到底是由能量聚焦所形成还是由能量吸收所形成，最终还是搞不清楚）。

透镜体A接近于地表，地震勘探结果两次受它影响——一次是当炮点横向通过该透镜体时，一次是当检波器横向通过该透镜体时。透镜体C位于反射面附近并包含它的一小部分面积，在所有炮检距 h 上均可见该透镜体，但仅见其位于中心点 y_0 。图3.1-2顶部图形所示射线路程是一种受到所有透镜体影响的路程，透镜体位于中心点 y_0 且从最远炮检距 h_{max} 处可见；从图3.1-2底部图形中可知其射线路程。

透镜体B的射线路程介于A与C之间，在 (y, h) 平面上，其影响点之轨迹的斜率位于A的斜率与C的斜率之间。

图3.1-3所示是通过该气田的一个共炮检距剖面，所用炮检距是近炮检距道一侧的第五记录道，距炮点为1070英尺。别上当受骗以为水层很深，在大约为0.33秒

处的初至其实是广角反射。

在从1.5秒至3秒的时间间隔内计算出各个地震记录的功率，将功率取对数然后作为中心点与炮检距之函数绘出，如图3.1-4(a)所示。注意，能量条纹大约是以 45° 角度横切过 (y, h) 平面，最强的条纹是以准确的 45° 角度横过170号炮点的近炮检距道，由图3.1-3清楚可见，这是因为这里丢失了一个炮点。其次，考虑一下可用模型中的透镜体C来描述的含气砂岩。观测资料中的任何含气砂岩影响都应当在含气砂岩所在中心点上以横切过所有炮检距的条纹形式表现出来——也就是说，该条纹应垂直于坐标 y 。但是，在图3.1-4(a)中，看不出有这种条纹存在。仔细研究该图即可知，其余许多清晰可见的条纹在该平面上均呈显著小于 $\pm 45^\circ$ 的角度。关于图中条纹的角度唯一可能的解释就是：它们很像是透镜体B所形成，这些透镜体均介于地面与反射面之间。由该角度可以确定其深度，越接近 45° 角而非接近于 0° 角，该透镜体就越接近于地表面而不接近于反射面。

以图3.1-4(a)表示幅度的相同方式，在图3.1-4(b)中表示出计时信息。计算出一个共中心点叠加结果，然后将每个野外地震记录与其比较，从而确定每个记录道的剩余时差，并将它们绘于图3.1-4(b)内。图3.1-5所示是共中心点道集之一经过动校正之后情形，其上的剩余时差清楚可见。

除了幅度较低时出现干扰或者“相位跳跃”使观测发生混乱的地方出现干扰之外，所得结果同幅度的情形颇类似。图3.1-4(b)清楚表明，对时间记时的扰动影响出现在幅度受到扰动时的相同深度上。

在5.2节内阐述的逆倾斜叠加能够使我们决定透镜体的深度分布，这种分布显示于图

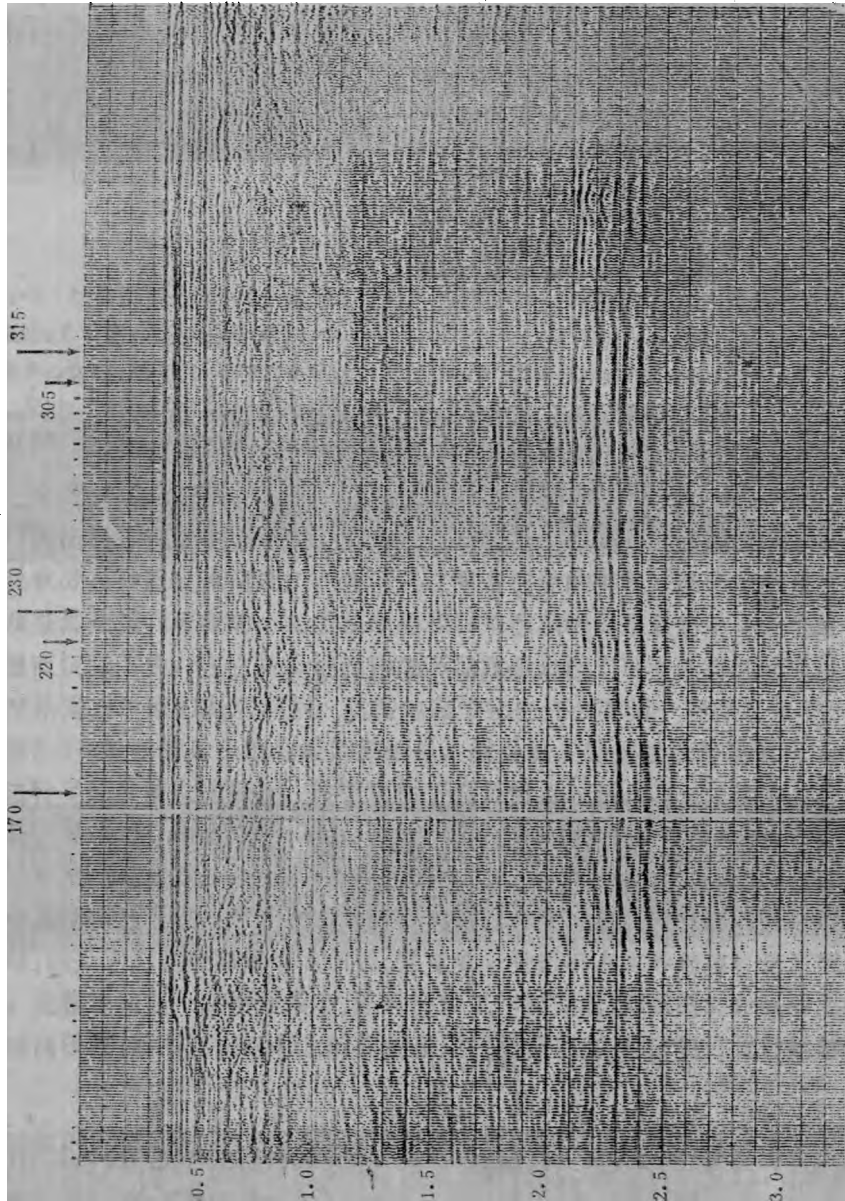


图3.1-3 通过Grand Isle气田的一个共炮检距剖面
所用炮检距属于近记录道的第五记录道 (Kjartansson, 海湾石油公司)

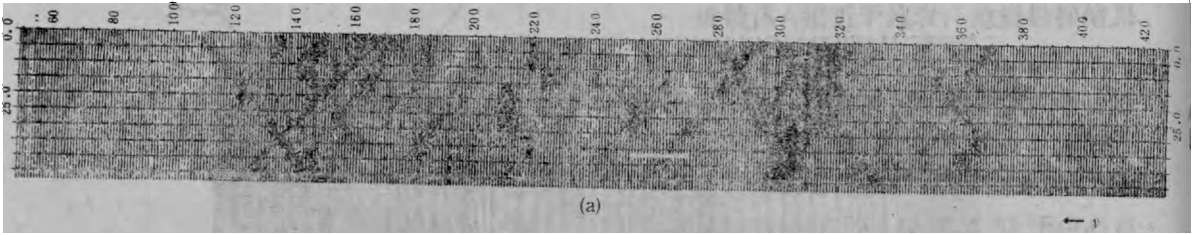


图3.1-4(a) 幅度(h, y)

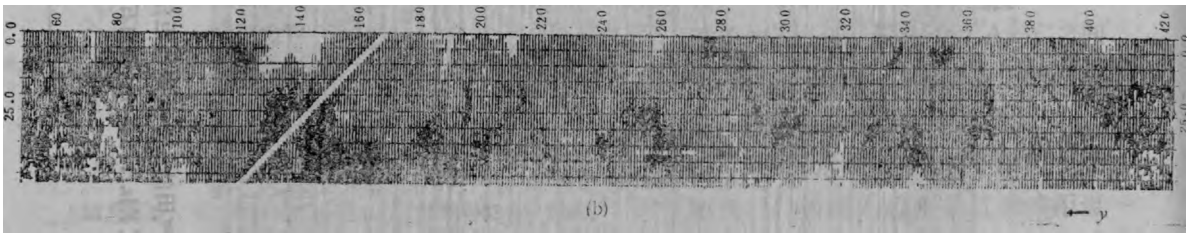


图3.1-4(b) 时间(h, y)

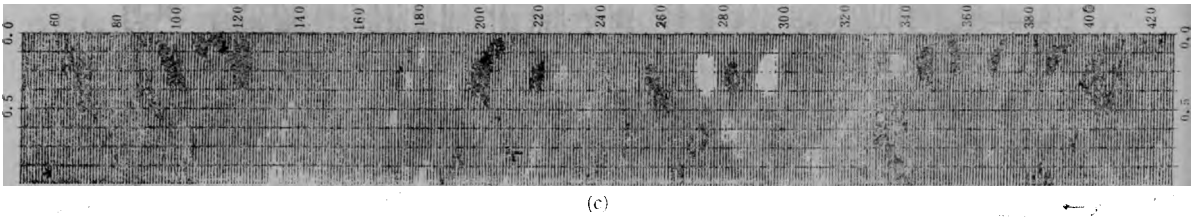


图3.1-4(c) 幅度(z, y)

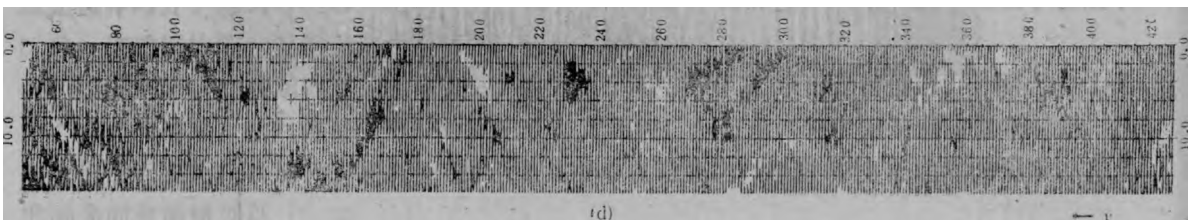


图3.1-4(d) 时间(z, y)

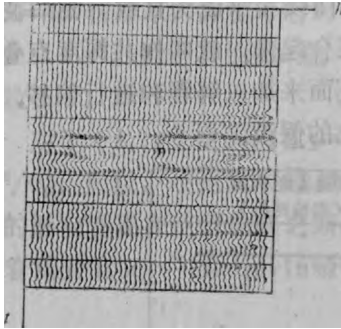


图3.1-5 时差校正之后的中心点道集220 (与图3.1-1(b)相同)
所示是中心位于2.3秒处之一秒宽时窗内的情形,根据2.3秒处的同相轴进行时差校正,所用速度为7000英尺/秒 (Kjartansson)

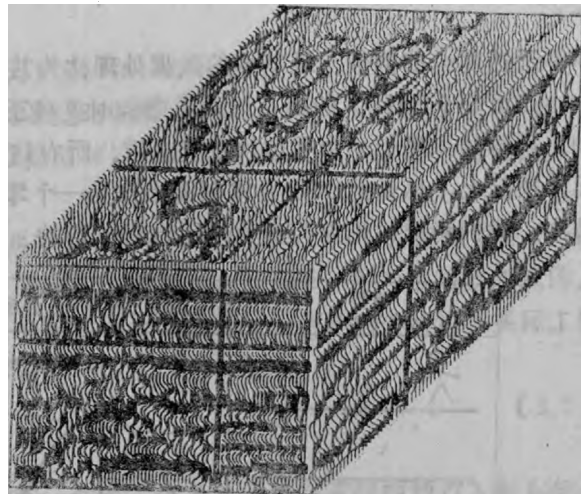


图3.1-6 泰国海湾地区三维地震资料 (Geophysical Services公司)
立方体内部各数据平面均显示于该立方体的各侧面上,顶部平面表示现已被淹没的古蛇曲河流

3.1-4(c)和3.1-4(d)内。

密西西比河所携带的沉积物沉降在三角洲上,那里有沙坝、边滩、现已淤塞的古河曲、鸟足状分布砂质支流河道,在各河道之间多沼泽的洪积平原为腐败有机物所充填。这种自然景观显然是横向可变的,在生长断层和后来沉积物的重量影响下,它最终将全部因其自身的重量而沉降下去。在它被掩埋而消失不见之后,横向可变性将继续通过透镜体表现出来而为未来的地震学家们所观测到。这些地震学家也许会看到一种有点像图3.1-6所示那样的情形。图3.1-6显示的是三维地震勘探结果,就是说,勘探船沿着线距为70米左右的许多平行测线进行了许多航次的勘探。该图顶面平面是恒定时刻时的一个切片,所示是掩埋了的河曲,资料的提供者Dahm与Graebner (1982)比较详尽地描述了图3.1-6所示的资料。

3. 聚焦还是吸收?

具有高度能量吸收作用的岩石通常都具有低速度。通过一个低速透镜体,按理波动应为吸收所减弱,但是它们也会因聚焦而加强。究竟哪一种影响占主导地位?这种现象与空间波长有何关系?完整地恢复一种物理模型,还有许多工作要完成。知道图3.1-4(c)上的黑色斑点代表低振幅或高吸收,而图3.1-4(d)上的黑色斑点代表低速度,那末也许你就能够解决这个问题。

习 题

(1) 试考虑压力 P 波转换为剪切 S 波,设 S 波速度约为 P 波速度的二分之一。对于这些 S 波,图3.1-2将呈何种形状?

3.2 倾角影响

本节从计算射线在某些理想条件下的旅行时间来开始地震旅行时间对炮检距依赖关系的研究。

1. 平面反射面情形下的剖面与道集

对于反射资料,最简单情况就是如图3.2-1所示的一个水平反射分界面。正如所预料的,零炮检距剖面酷似地层模型。共中心点道集的时距曲线是双曲线,其渐近线是直线,该直线

的斜率等于速度 v_1 的倒数。最基本的数据处理称为共深度点叠加。即CDP叠加。处理中，将共中心点道集(CMP)的所有记录道进行时差校正，使时距曲线拉平成为直线，然后彼此相加，所得结果酷似一个零炮检距记录道。所有这些记录道集合起来，就叫作共深度点叠加剖面。实际上，总是把CDP叠加剖面当作是一个零炮检距剖面来加以解释和进行偏移。在本节中，我们将要讨论如何避免采用这种流行的、过于简单化的假设。

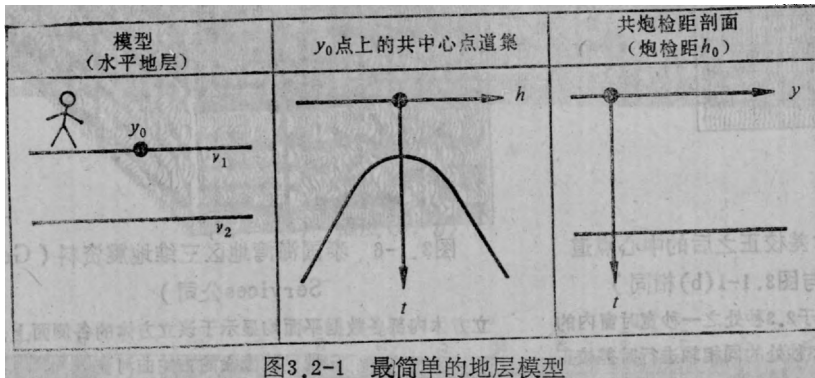


图3.2-1 最简单的地层模型

其次一种最简单情形是具有平面反射面，但方向为垂直而非水平。这种情形并不是典型情形，不过因为地层倾角的影响在极端情形下更易被理解，所以讨论中还是包括了这种情形。现在，波是沿着空气与大地的分界面传播。为避免混乱，可令反射面以很小的角度偏离垂直方向，如图3.2-2所示。

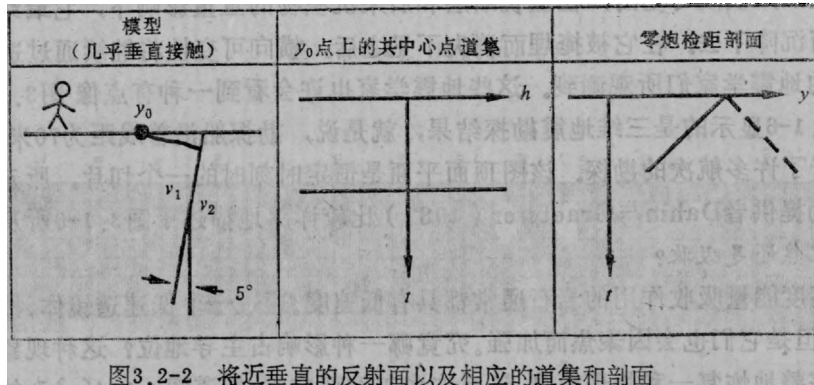


图3.2-2 将近垂直的反射面以及相应的道集和剖面

图3.2-2表明，旅行时间并不随炮检距之改变而变化。当炮点与检波点彼此逐渐分离时，旅行时间并不随之增加，看起来似乎有些自相矛盾，解释这种矛盾的关键就在于：保持恒定不变的是中心点，而不是炮点。在炮检距增大时，炮点虽越易远离该反射面而检波点却更接近于该反射面，因而，在一个射线路程上的时间减小了，在另一个路程上的时间却增大了。

平面反射面可以具有位于水平与垂直之间的任何倾角，从而其共中心点道集应处于图3.2-1所示共中心点道集与图3.2-2那种共中心点道集之间。图3.2-2内的零炮检距剖面是一条直线，原来它就是双曲线族的渐近线，该渐近线的斜率就等于速度 v_1 的倒数。

2. 倾斜层

尽管倾斜层形成的时距曲线很简单，要导出它可并不简单。在导出之前，将先说明一下其结果：对于一个与水平方向呈 α 角度倾斜的地层，其时距曲线为

$$t^2 v^2 = 4(y - y_0)^2 \sin^2 \alpha + 4h^2 \cos^2 \alpha \quad (3.2.1)$$

在 $\alpha = 45^\circ$ 情形下，方程(3.2.1)是熟悉的毕达哥拉斯(Pythagoras)锥面，它正好像是 $t^2 = z^2 + x^2$ 。对于其他的 α 值，该方程仍然是某种锥面，不过是不大熟悉的一种锥面，因为轴拉长了。

对于 (h, t) 空间内在 $y = y_1$ 点上的共中心点道集，方程(3.2.1)看起来如像 $t^2 = t_0^2 + 4h^2/v_{视}^2$ 。所以，不论地层的倾角 α 如何，共中心点道集总是相当于一种严格的双曲线的。倾角的影响表现在使双曲线之渐近线改变，从而也就是改变着视速度。这个结论在实际工作中有着重大意义，并以Levin倾角校正而知名(1971)：

$$v_{视} = v_{地层} / \cos \alpha \quad (3.2.2)$$

总而言之，倾角使叠加速度增大了。

图3.2-3表示共中心点道集的若干射线。注意，各条射线是在不同的地点入射在倾斜地层上。所以，共中心点道集并不就是共深度点道集。要理解为何反射点在反射面上出现移动，就得回想下一项基本几何事实，即三角形中的角平分线一般是并不平分对边的。随着炮检距增大，反射点就向上倾方向移动。

最后，证明一下式(3.2.1)。图3.2-4表示的是与位于两倍倾角的另一反射面上的“虚”震源有关的基本几何关系；为求方便起见，令地层与地面在 $y_0 = 0$ 点相交。根据三角学的余弦定律可决定图3.2-4中的直线 $s'g$ 之长度为

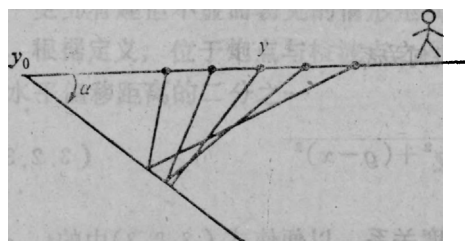


图3.2-3 共中心点道集的射线

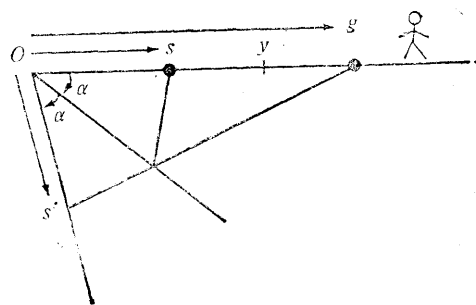


图3.2-4 由 s' 点处之虚震源至 g 点的旅行时间可用余弦定律表示

$$t^2 v^2 = s^2 + g^2 - 2sg \cos 2\alpha$$

$$t^2 v^2 = (y-h)^2 + (y+h)^2 - 2(y-h)(y+h) \cos 2\alpha$$

$$t^2 v^2 = 2(y^2 + h^2) - 2(y^2 - h^2)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$t^2 v^2 = 4y^2 \sin^2 \alpha + 4h^2 \cos^2 \alpha$$

上式就是方程(3.2.1)。

式(3.2.1)的另一层意思就是：它所描述的是恒定炮检距剖面。(出人意外，一个倾斜的平面地层的旅行时间关系竟在非零炮检距上变得很弯曲——它变成太过分的双曲线了)

3. 点源响应

另一种简单几何关系是一个反射点位于地层之内时的情形。一个波从任何方向入射在该点上，将沿所有的方向发生波的反射，由于任何模型都是这类点散射的一种叠加结果，所以这种几何关系特别重要。图3.2-5所示是一个例子。该图中的曲线包括有平点(flat spots)，这种现象同图3.2-1和图3.2-2中的某些曲线呈直线形式是出于相同的原因。

一个位于 (x, z) 点上的点散射之几何关系, 如图 3.2-6 所示。

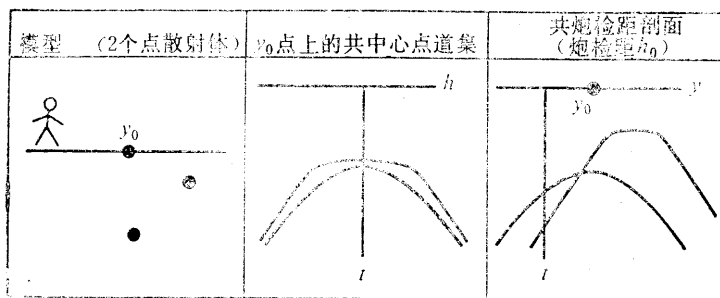


图 3.2-5 两个点散射之响应。注意图中的平点

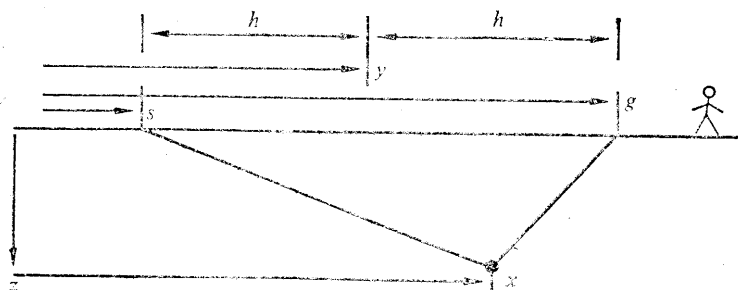


图 3.2-6 点散射几何关系

旅行时间 t 的方程就是两个旅行路程之和

$$tv = \sqrt{z^2 + (s-x)^2} + \sqrt{z^2 + (g-x)^2} \quad (3.2.3)$$

4. Cheops 金字塔

由于点散射模型之重要性, 我们将求助于各种长度关系, 以便使式 (3.2.3) 中的 t 、 z 、 x 、 s 与 g 之间的函数关系具体可见。利用一维图形来表示这种反映爆炸反射面几何形态的圆锥曲线剖面是非常困难的。

首先, 假设式 (3.2.3) 中的第一个平方根是常数, 因为现在令其中任何项均保持为常数。这样, 就剩下 (g, t) 空间内熟悉的双曲线了, 除了对时间已经加上一个常数以外。相反, 再假设另一项平方根值为常数, 类似地由此又得出 (s, t) 空间内的一个双曲线。在 (s, g) 空间内, 旅行时间等于 s 的一个函数加上 g 的一个函数。我想, 这图像有点像是一个平行于 s 轴的衣架, 同另一个平行于 g 轴的衣架相交地悬挂着。

旅行时间与各坐标的关系图形犹如是耸立在 (s, g) 平面上或者 (y, h) 平面上的一座山, 如图 3.2-7(a) 所示。注意, 在大 t 时通过该山的一个横切面是方形的, 方形的各角已经加以平滑。一个恒定的 t 值就相应于 (s, g) 空间内的一个方形等高线, 如图 3.2-7(b) 所示。从代数上说, 在一个点反射体接近于地表面的情形下, 例如当 $z \rightarrow 0$ 时, 该种方形的性质就变得更明显, 这时, 式 (3.2.3) 变为

$$vt = |s-x| + |g-x| \quad (3.2.4)$$

该正方形之中心位于 $(s, g) = (x, x)$ 。令旅行时间 t 沿垂直于 (s, g) 空间内的水平面的方向向下增大, 则相应的方形等高线形状看起来就像是通过埃及 Cheops 金字塔的一个水平

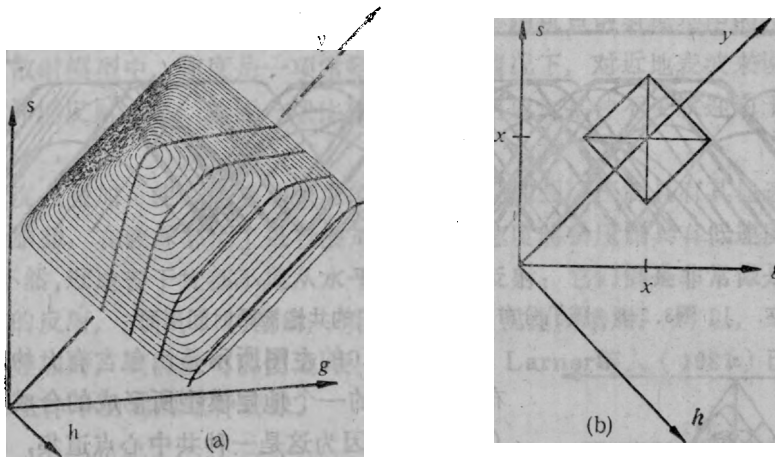


图3.2-7

(a) 图为方程(3)在 x 和 z 固定时的旅行时间图像, 看起来像一座山, 其中, 粗黑线是恒定炮检距剖面。(b) 图
为大 t 时(或小 z 时)通过该山的一个横断面

切片一般。在一定高度环绕该金字塔走一圈, 就是环绕方形走一圈。从另一种角度看, 在 s 为恒定的情形下, 沿 g 方向横穿过该金字塔时的高度变化, 简单就是一个常数加上一个绝对值函数, g 保持恒定而沿 s 方向横穿过时的情形也是一样。

更为有趣但不显而易见的情形是共中心点道集的各种曲线和恒定炮检距剖面。回想一下, 根据定义, 位于炮点与检波点之间的中心点其坐标为 y ; 再有, h 等于从炮点至检波点的水平偏移距离的二分之一

$$y = \frac{g+s}{2} \quad (3.2.5a)$$

$$h = \frac{g-s}{2} \quad (3.2.5b)$$

h 恒定时, 沿 y 方向的横截面如图3.2-7所示。在该横截面的最高处, 你是在一个如图3.2-5秃顶双曲面的平坦水平阶地上行走。金字塔的顶部和各棱角经受某种侵蚀而被平滑后, 就很像是非零反射面深度情形下的这么一种模型。

在各射线均接近于垂直的情形下, 时距曲线均远离双曲线之渐近线, 这时式(3.2.3)中的各平方根均可按Taylor级数展开, 近似代表一个旋转抛物面, 金字塔受侵蚀的顶部形状可用此描述。

5. 随机分布的点散射

图3.2-8所示是取自大约包含有五十个随机分布点散射体所形成之地层模型的一个合成共炮检距时间剖面(COS), 其中到达时间较晚者呈双曲线形, 早到达者则双曲线具有平坦的顶部。最早到达的可能初至相应于射线水平地从炮点直接到达检波点。

图3.2-9所示是由同一个随机分布点散射的地层模型作出的合成共炮点剖面(CSP)。其中, 每个散射体均形成一个双曲线型的时距曲线。在零炮检距附近, 各双曲线均不对称, 它们的位置是随机的; 不过, 它们必然全都位于各直线 $|g-s|=vt$ 之下。不但在较早的时间上, 而且在较晚的时间上, 都可以发现具有尖锐顶部的双曲线。然而, 由检波点附近的浅层

散射体所形成的各尖锐顶部必然都位于接近于各直线 $|g-s|=vt$ 之处。

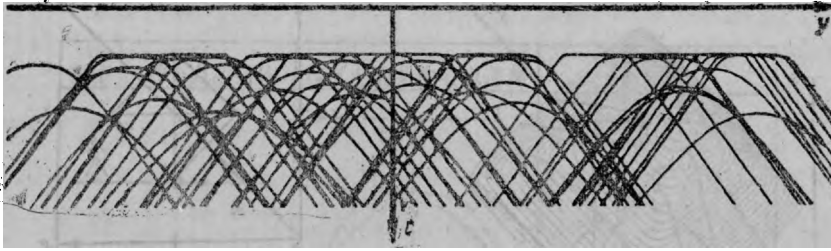


图3.2-8 随机分布点散射体形成的共炮检距时间剖面

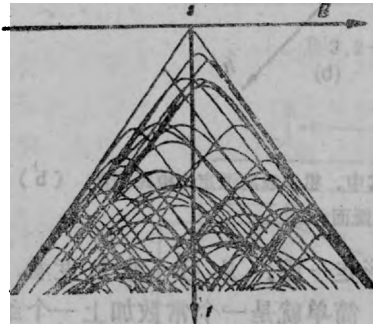


图3.2-9 随机分布点散射体形成的共炮点剖面

图3.2-10的左图所示是由包含有大约五十个随机分布点散射体的一个地层模型所形成的合成共中心点道集 (CMP)。因为这是一种共中心点道集, 各曲线经过零炮检距时均呈对称 (野外资料的各负值炮检距从不绘出)。某些双曲线具有平坦的顶部, 这表明相应散射点均非直接位于中心点之下。

正常时差校正是对数据资料进行拉伸处理, 试图使双曲线变成平缓, 这种校正要求地层要平坦, 但是对于直接位于中心点之下的点散射体, 这种处理也是有效的。图3.2-10的右图表示对随机散射体模型应用正常

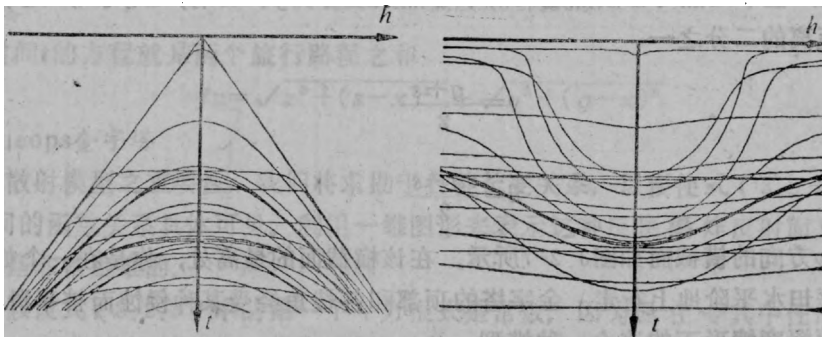


图3.2-10 随机分布点散射体形成的共中心点道集 (左图)。同一道集经过正常时差校正之后的情形 (右图)

时差校正时会发生什么现象, 这时某些反射被展平了, 另外一些则“过校正”了。

6. 正向与反向散射: Lerner 条痕^①

在某些地段上, 近地表波 (near-surface wave) 压制了有地质意义的深层反射。由于地表面比起下面较深地层更为大大地不规则, 所以近地表波通常均不规则, 这使得我们的困难复杂化了。在陆地上, 这些干涉波称作地滚波; 在海上, 它们称作水波 (water wave), 但别把它们与水面上的表面波相混。

图3.2-2中垂直的反射壁就可能是产生这类近地表干扰的一种模型, 在这种模型中, 波

^①所谓 Lerner's Streaks, 在我国术语中可译为“坑漏干扰”。——译者

仍然是靠近地表传播的。随机分布的垂直壁可以形成类似图3.2-11所示野外资料那样的零炮检距时间剖面。另一类不太少见的近地表干扰模型就是随机点散射模型中的平顶曲线了。

在随机点散射模型中，速度是一项常数。在实际情况下，对近地表波来说，地层速度一般比较低，对深层反射来说，速度一般比较高，这就使放大某种不受欢迎的干扰有了可乘之机。

进行共深度点叠加可使具有叠加速度的同相轴得到加强，压制具有其他速度的同相轴。因而你也许会猜想，在较深部位上进行叠加，较高的速度将会压制具有低速度的近地表同相轴。其实大谬不然，近地表干扰都不是从水平地层发生反射；它们倒是非常像是从垂直壁或陡倾斜地层发生的反射。式(3.2.2)指出，倾角增大将使视速度增加。所以，毫不奇怪，在深层地层上进行叠加时，高速度可能使地表干扰加强。Larner等人(1981)已经清楚地描述和解释过实际工作中出现的这种现象。

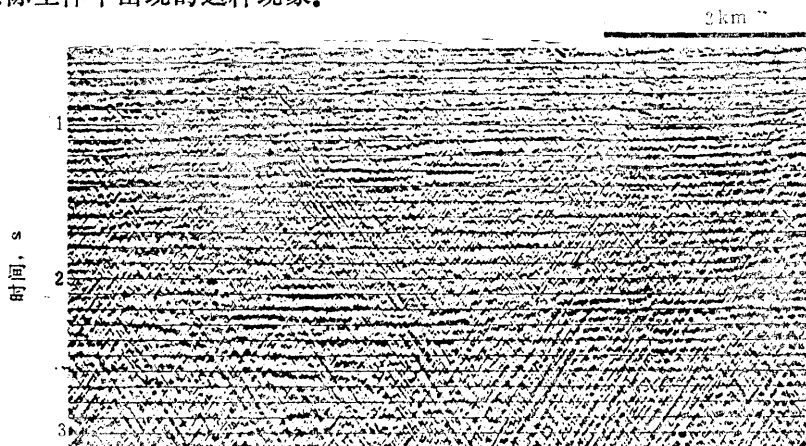


图3.2-11 阿拉斯加地区Shelikof海峡的具有水层干扰之共深度点迭加时间剖面(据Larner)

7. 侧反射的速度

浅水干扰可能由沉没船只的散射波所形成，或者是距测线若干公里之遥的某个岛屿或冰山的侧面所散射的波。想一想散布在整个浅海海底的漂砾吧，它们不但沿着船的航道分布，而且沿其两侧散布。由这些漂砾形成的反射时距曲线正好适用随机点散射模型。由于地震波具有较长的波长，接收设备使我们无法将这些侧反射与上、下行波加以区别。

试想像位于船的一侧有若干公里之遥的这些浅层散射体之一，更准确地说，应令该散射体处于海底表面上，位于垂直通过炮点与检波点连线的中点之直线上。对于这一个散射体来说，其共中心点道集应是一精确的双曲线，犹如是图3.2-9上之深层反射体所形成的一般。既然这是一个由水层速度决定其形态的双曲线，以沉积地层较高的速度进行的共深度点叠加方法应当能很好地压制掉这类散射干扰。所以，以前述及的产生“坑蓆状干扰”的散射不是侧向散射，“坑蓆状干扰”的散射是由那些沿着测线分布的散射体所形成，而不是由垂直于测线方向分布的散射体所形成。

8. 偏移椭圆

另一种深刻了解方程(3.2.3)的办法是把炮检距 h 和总旅行时间 t 看作固定常数，这时最终可证明，可能的反射点的轨迹在 $(y-y_0, z)$ 平面上应是一个椭圆。之所以为椭圆的原因可由椭圆的几何意义得出。要画出一个椭圆，可将一个钉子或图钉固定在图3.2-6的

s 处, 另一个则钉于 g 处, 用一根线将图钉联结起来, 线的长度应足以从 s 经 (y_0, z) 至 g 。用一支铅笔沿该线滑动同时保持该线是绷紧着的, 那就可以作出一个经过 (y_0, z) 点的椭圆了, 该线应使总距离 tv 保持为常数。

零炮检距时间剖面偏移的一种方法是绕射扫描, 取 (y, t) 空间内每一个数据的值, 然后用它作出 (y, z) 空间内的一个适当的半圆。在非零炮检距情形下, 应将该圆推广为椭圆。

要证明可将方程(3.2.3)变成椭圆、即拉伸压扁的圆的标准数学形式, 可不大容易, 但是这个结果对于以后的分析有简单而又重要的意义, 所以我们必须在这里证明一下。在 (y, h) 空间内, 式(3.2.3)为

$$tv = \sqrt{z^2 + (y - y_0 - h)^2} + \sqrt{z^2 + (y - y_0 + h)^2} \quad (3.2.6)$$

为有助于减少代数上的累赘, 现定义新的 y , 使之等于原有 y 再减去 y_0 , 即 $y \rightarrow y - y_0$ 。再作下列定义

$$tv_{\text{half}} = 2d = 2tv_{\text{half}} \quad (3.2.7a)$$

$$a = z^2 + (y + h)^2 \quad (3.2.7b)$$

$$b = z^2 + (y - h)^2 \quad (3.2.7c)$$

$$a - b = 4yh \quad (3.2.7d)$$

利用这些定义, 将式(3.2.6)变为

$$2d = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (3.2.8)$$

两端取平方后, 得出只具有一种平方根的新方程

$$4d^2 - (a + b) = 2\sqrt{a}\sqrt{b} \quad (3.2.9)$$

再取平方以消去平方根

$$16d^4 - 8d^2(a + b) + (a + b)^2 = 4ab \quad (3.2.10a)$$

$$16d^4 - 8d^2(a + b) + (a - b)^2 = 0 \quad (3.2.10b)$$

引入 a 与 b 的定义, 则

$$16d^4 - 8d^2[2z^2 + 2y^2 + 2h^2] + 16y^2h^2 = 0 \quad (3.2.11)$$

置 y 与 z 于右端

$$d^4 - d^2h^2 = d^2(z^2 + y^2) - y^2h^2 \quad (3.2.12a)$$

$$d^2(d^2 - h^2) = d^2z^2 + (d^2 - h^2)y^2 \quad (3.2.12b)$$

$$d^2 = \frac{z^2}{1 - \frac{h^2}{d^2}} + y^2 \quad (3.2.12c)$$

最后, 代入以前所有的定义, 则

$$t^2v_{\text{half}}^2 = \frac{z^2}{1 - \frac{h^2}{t^2v_{\text{half}}^2}} + (y - y_0)^2 \quad (3.2.13)$$

t 值固定时, 式(3.2.13)就是 z 轴已伸长了的一个圆方程。我们进行的代数运算证实: 借助“图钉与线”所定义的椭圆同“拉伸压扁的圆”之定义是一致的。

3.3 以双平方根方程实现观测排列延拓

本节将讨论用一种更广泛意义的成像概念, 即观测排列延拓^①来取代爆炸反射面成像概

^①原文为*experiment sinking*, 若按字面直接译出, 其意义不易明瞭。现根据该概念的实际意义, 按现已习惯通用的术语译为“观测排列延拓”。——译者

念，将建立一种称为双平方根方程（DSR）的新方程来实现观测排列延拓成像。DSR方程的作用就是将整个地震勘探排列向下延拓，不单只是检波点向下延拓，而且炮点也向下延拓。在导出DSR方程之后，本章其余部份将专门致力于用DSR方程来解释偏移、叠加、叠前偏移、速度分析及横向速度变化的校正等问题。

瞧一眼前面的式（3.2.9），你就会发现这是一种具有两个平方根的方程。一个平方根项代表波到达角的余弦，另一个平方根项代表炮点上的出射角之余弦；一个余弦项可以用沿 (s, g, t) 空间内检波点所在坐标轴之Fourier分量 k_x 来表示，另一项余弦可用沿炮点所在坐标轴之Fourier分量 k_s 来表示。

野外地震记录位于 (s, g) 平面内，为转移至地震解释人员所习惯的 (y, h) 平面，只需作简单的旋转即可，这样就可沿 y 和 h 将资料作Fourier变换，然后就能用本节的式（3.3.17）、而不是用式（3.3.9）来进行向下延拓的处理。

DSR方程与互换原理有关，我们首先要回顾一下该原理。

1. 地震互换原理及其应用

互换原理是说：如果震源与检波器互换位置，所得地震记录应相同。互换性得以成立的物理原因就在于：不论观测排列如何复杂，沿射线的波速在任一方向上均相同。

从数学上说，出现互换性原理是因为弹性物理方程是属于自伴随（self adjoint）的。自伴随这一术语的意义在“地震数据处理基础”一书中有所解释，书中指出，业经离散化后的声波方程形成一个对称矩阵，即使密度与压缩系数均属空间可变时亦如此；任何此类矩阵之逆仍是另一种称作脉冲响应矩阵的对称矩阵，相对于该矩阵对角线的各元素均彼此相等；任何一对元素中，每个元素都是对脉冲源的响应，这成对相向的两个元素就涉及到被互换的源与接收点。

关于互换性有一件棘手的事情就是必须妥善处理方向特性作用。例如，单个的垂直检波器本身就有一种天然的方向特性，它既不可能接收水平传播的压力波，也不可能接收垂直传播的剪切波。为使互换性得以应用，当震源与接收点互换时，必须使方向特性保持不变，方向特性必须认为是介质所固有的，不因检波器而变化。

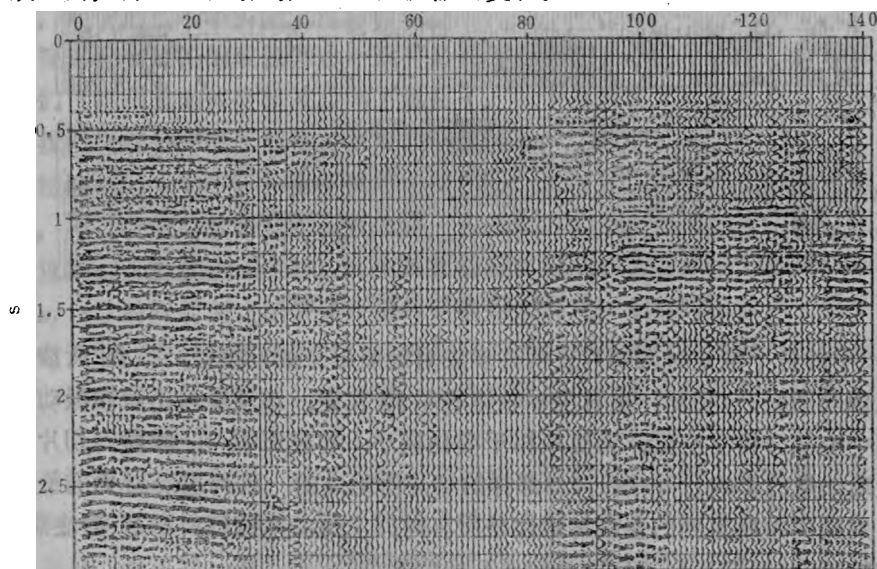


图3.3-1 加利福尼亚Central Valley地区的共炮检距时间剖面

从我们的数据库中我查出一种能说明野外观测条件下之互换性的中间放炮排列陆地资料。图3.3-1所示共炮检距时间剖面系采用垂直振动源和垂直检波器所记录，该项观测并非专为检查互换性的目的而进行，所以炮点测线与接收点测线之间似乎有一点横向偏移；因类似的原因，震源组合与检波器组合方式可能也稍微有点不同。虽然已经知道横向速度变化是该地区的一个问题，可是图3.3-1中的地层倾角却恰好相当小。

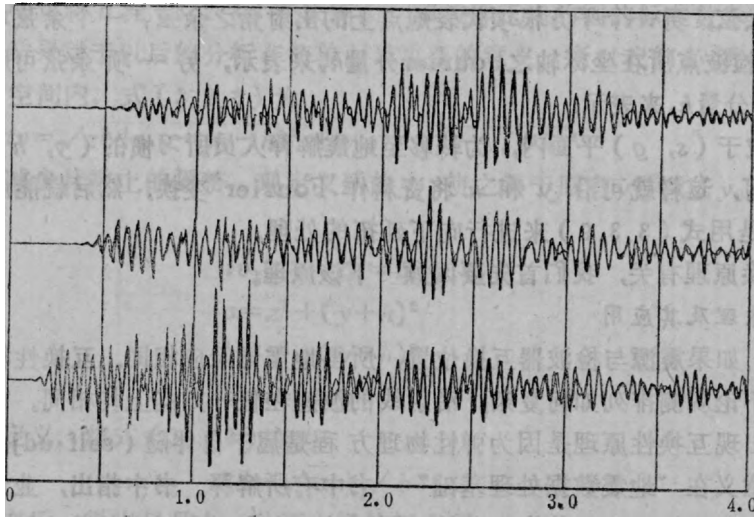


图3.3-2 重叠的互换地震记录

图3.3-2所绘是三个互换地震记录的开始部分，分别为近炮检距、中等炮检距及远炮检距上所选之成对记录。你能看出，各互换地震记录一般均具有相同极性，而且往往具有近乎相等的振幅（该图所示系图3.3-1中最好的三个记录）。

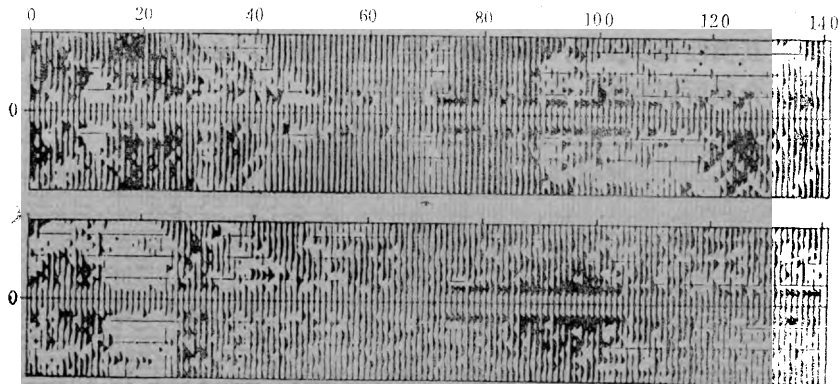


图3.3-3 1秒与2.5秒处的恒定时间切片

图3.3-3中的各个恒定时间切片表明许多成对地震记录的互换性，该图所涉及的中心点水平距离范围与图3.3-1相同，垂直坐标轴则表示炮检距。该项资料不是在振动器附近所记录，所以使中心部分留有空隙。为使不相干变化极小，动校正是在作时间切片之前完成的（图左端呈现缺炮的影响）。由图3.3-3那样的切片所组成的一系列连续画面有一种特点，即是：你在各别画面中所见到的左右对称性是所有时间上的共同特征。不过要注意，在120号中心点附近的1秒时间切片上却是显著偏离互换性要求的。

在实验室中,可在观测精度限度内证实互换性的存在,这可能是最佳结果了(见“地震数据处理基础”一书中所举White所作的实验例子)。在野外环境下,互换性是否有效依赖于所要求条件能被满足至何种程度。海上勘探所用空气枪应是可与水听器互换的;地面重锤震源应是可与垂直检波器互换的,但是地下爆炸炮点却并不一定与地面垂直检波器是可互换的,因为二者方向特性不同,而且二者位置亦稍有不同。Fenati与Rocca(1984)曾研究过野外变动条件下的互换性问题,他们报道过震源与接收器的微小定位误差可以很容易形成比视互换性差异还大的偏差;他们也曾报道过,理论的互换性观测排列实际上也许比假想的非互换性观测排列还缺乏互换性。

地层内部几何形态的复杂性并未降低线性原理应用的可能,与此类似,几何复杂性并未使互换性难于应用。在有风的情况下,不能把互换性应用于声波,因为声波在迎风时比顺风时要传播得慢一些。但是比起野外工作中普遍常见的各种不规则性来,风的这种影响就是非常微不足道了。仅只是由于反射随时间而衰减这一项,就要使不具互换性的干扰噪音变得突出起来。往后我们将假设,互换性一般是可应用于反射地震资料分析的。

2. 观测排列延拓概念

爆炸反射面概念有很大用处,因为它能使我们把许多观测排列内(比如说,多达1000个炮点)在零炮检距上所观测到的地震波同一个假想观测排列的波联系起来,即与爆炸反射面观测记录结果联系起来。对爆炸反射面的模拟类比,有几个关系到横向速度变化与多次反射的公认限制。一个主要限制是:爆炸反射面概念没有向我们提供关于非零炮检距记录资料究应如何进行偏移的任何线索。所以,需要有更广泛意义上的成像概念才行。

就从测线是沿 x 坐标轴分布的野外资料开始说起吧。设有无限多观测排列。一个观测排列是指:点震源或炮点置于 x 轴上的 s 处,然后用 x 轴上各个可能位置 g 上分布的检波器对反射进行记录。所以,观测到的资料是一种上行波,它是与 s 和 g 有关的二维函数 $P(s, g, t)$ 。(有关炮点与检波点的实际间距与分布范围等重要的应用问题,将推迟至3.6节和4.3节再讨论)。

以前几章已经指出如何使上行波向下延拓。上行波的向下延拓实际上与检波点的向下延拓是一回事,完全不涉及震源点的延拓处理。上行波可以从一个爆炸反射面开始,或者可以在地面开始,向下进行,然后向上反射回去。

为应用观测排列延拓的成像概念,就有必要不但使检波点向下延拓,而且也要使震源向下延拓。我们已经知道如何使检波点向下延拓了,由于互换性允许检波点与炮点相互交换,所以实际上我们也就是知道了如何将炮点向下延拓了。

炮点与检波点可以向下延拓至不同的深度水平,因而在这种处理中间,它们可以处于不同深度水平,不过就最终处理结果要求来说,仅需要它们处在相同深度水平;这就是说,取 z_s 为炮点深度和 z_g 为检波点深度时,向下延拓处理将要求在所有水平上都是 $z = z_s = z_g$ 。

位于 (x, z) 的反射面之映像是按最靠近的可能的成对炮点与检波点上所见到的反射强度与极性来定义的,取其数学极限时,这种最靠近的成对点相当于震源与检波点在反射面上彼此重合了,这时的反射旅行时间等于零。这种观测排列延拓成像概念可总结为下列关系:

$$\text{映像}(x, z) = \text{波}(s=x, g=x, z, t=0) \quad (3.3.1)$$

对于良好质量的资料,就是说,对于符合向下延拓方法假设的资料,应可将反射能量偏移至零值旅行时间时的零炮检距情形。对反射能量没有达到这种状态的原因仔细进行研究,将能使该模型得到进一步改善,要改善模型通常就相当于要改善速度的空间分布情形。

3. 旁轴波动方程评述

在1.5节中已就旁轴波动导出了一个方程, 其中, 关于单个平面波的假设意味着该波的到达时间系由单值函数 $t(x, z)$ 给定。在深度 z 为恒定值的一个平面上, 比如在地表面上, Snell定律的参量 p 是可测定的, 即

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_z = \frac{dt}{dx} = \frac{\sin\theta}{v} = p \quad (3.3.2a)$$

在钻孔内则应有约束, 即必须是在水平坐标 x 为恒定的情形下进行观测, 这时根据上行波得出的相应观测结果将为

$$\left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_x = \frac{dt}{dz} = -\frac{\cos\theta}{v} = -\left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.3.2b)$$

回想一下时移偏微分方程及其呈某种任意函数形式 f 的解 U :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.3.3a)$$

$$U = f\left(t - \int_0^z \frac{\partial t}{\partial z} dz \right) \quad (3.3.3b)$$

正同式(3.3.2b)一样, 在方程(3.3.3a)中是在恒定 x 值时取偏导数。将(3.3.2b)代入后, 得

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.3.4a)$$

对波场遍及 (x, t) 进行Fourier变换时, 我们用 $-i\omega$ 代替 $\partial/\partial t$; 同样, 对于Fourier积分核中的行波 $\exp(-i\omega t + ik_x x)$, 恒定相位意味着 $dt/dx = k_x/\omega$ 。利用这些结果, 式(3.3.4a)变为

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -i\omega \left[\frac{1}{v^2} - \frac{k_x^2}{\omega^2} \right]^{1/2} U \quad (3.3.4b)$$

除了 v 是一个 z 的函数之外, 方程(3.3.4b)的解同标量波动方程的那些解是符合一致的, 在这种情形下, 标量波动方程是既有上行波解又有下行波解, 而方程(3.3.4b)则只有上行波解。第2章所讲的是如何用 $\partial/\partial x$ 代替 ik_x 来进入横向空间域, 对于将许多局部平面波进行叠加的情形和横向速度变动 $v(x)$ 的情形来说, 所得出的方程是很有用的。

4. 炮点与检波点空间域内的双平方根方程

令检波点下降 dz_g 距离进入地层内, 所观测上行波的旅行时间变化将为

$$\frac{\partial t}{\partial z_g} = -\left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial g} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.3.5a)$$

设已令炮点下移 dz_s 距离而不是位于 $z=0$, 这时同样有

$$\frac{\partial t}{\partial z_s} = -\left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial s} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.3.5b)$$

因为当检波点与炮点全都向下移时, 旅行时间减小, 所以方程(3.3.5a)和(3.3.5b)全要求有负号。

将炮点与检波点二者同时垂直向下移动完全相等的距离 $dz = dz_g = dz_s$, 旅行时间的改变就等于式(3.3.5a)与(3.3.5b)之和, 即

$$dt = \frac{\partial t}{\partial z_g} dz_g + \frac{\partial t}{\partial z_s} dz_s = \left(\frac{\partial t}{\partial z_g} + \frac{\partial t}{\partial z_s} \right) dz \quad (3.3.6)$$

或者

$$\frac{\partial t}{\partial z} = - \left\{ \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial g} \right)^2 \right]^{1/2} + \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial s} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (3.3.7)$$

可以把这个关于 $\partial t / \partial z$ 的表达式代入方程 (3.3.3a), 于是得

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \left\{ \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial g} \right)^2 \right]^{1/2} + \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{\partial t}{\partial s} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.3.8)$$

三维 Fourier 变换将上行波数据 $u(t, s, g)$ 转换成 $U(\omega, k_s, k_g)$, 在 Fourier 空间内表示方程 (3.3.8), 得出

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -i\omega \left\{ \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{k_g}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} + \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{k_s}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} U \quad (3.3.9)$$

记住方程 (3.3.9) 中两个平方根的来源, 一个是检波点所在处的到达角之余弦除以检波点所在处之速度, 另一个是炮点所在处的出射角之余弦除以炮点所在处之速度。利用以前几章中的技巧, 我们就知道如何用 $\partial / \partial g$ 代替 ik_g 、用 $\partial / \partial s$ 代替 ik_s 而变换为横向空间域。为体现横向速度变化 $v(x)$, 必须使炮点位置所在处之速度有别于检波点位置所在处之速度。因而

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \left\{ \left[\left(\frac{-i\omega}{v(g)} \right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial g^2} \right]^{1/2} + \left[\left(\frac{-i\omega}{v(s)} \right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right]^{1/2} \right\} U \quad (3.3.10)$$

式 (3.3.10) 就是知名的炮点检波点空间内之双平方根方程 (DSR 方程), 由于它把检波点与炮点一起向下移, 将它称为观测排列延拓方程也许更能说明问题。回想一下关于分裂法和全分离法那一节 (2.4 节) 就会明白, 两个平方根算子是符合交换律的, 所以它完全等价于炮点与检波点分别向下延拓或者一起向下延拓, 沿着零炮检距时间剖面上可发现的、而在爆炸反射面模型中却不存在的那些射线, 这种方程将会产生波场。

5. 中心点与炮检距 (y, h) 空间的双平方根方程

将双平方根方程转换至中心点与炮检距 (y, h) 空间, 我们才有希望把熟悉的零炮检距偏移部分同炮检距校正联系起来。

记录参量 (g, s) 与解释参量 (y, h) 之间的变换关系为

$$y = \frac{g+s}{2} \quad (3.3.11a)$$

$$h = \frac{g-s}{2} \quad (3.3.11b)$$

在 (g, s) 空间或 (y, h) 空间中的旅行时间 t 可使之参量化, 根据导数的连锁法得出这种转换的微分关系

$$\frac{\partial t}{\partial g} = \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial g} + \frac{\partial t}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial g} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial t}{\partial y} + \frac{\partial t}{\partial h} \right) \quad (3.3.12a)$$

$$\frac{\partial t}{\partial s} = \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial t}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial s} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial t}{\partial y} - \frac{\partial t}{\partial h} \right) \quad (3.3.12b)$$

已经知道如何将时差从炮点与检波点 (g, s) 空间变换至中心点与炮检距 (y, h) 空间之后, 紧接着让我们看一下如何以非常相同的方式进行空间频率变换。显然, 利用式 (3.3.11) 能将资料从 (g, s) 空间变换至 (y, h) 空间, 然后进行 Fourier 变换使之变换至 (k_y, k_h) 空间。这时的问题是: 以空间频率 (k_y, k_h) 表示时, 双平方根方程 (3.3.9) 将取何种形式? 任一种坐标系统中的地震数据场定义为

$$U(s, g) = U'(y, h) \quad (3.3.13)$$

这个定义引入了一个新数学函数 U' ，它具有与 U 相同的物理意义；但是像计算机子程序或函数调用一样，对于坐标系 (y, h) ，它应采用一种不同于 (s, g) 坐标系统的下标查询过程。对式(3.3.13)应用偏微分连锁法，得出

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial U'}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial s} \frac{\partial U'}{\partial h} \quad (3.3.14a)$$

$$\frac{\partial U}{\partial g} = \frac{\partial y}{\partial g} \frac{\partial U'}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial g} \frac{\partial U'}{\partial h} \quad (3.3.14b)$$

再利用式(3.3.11)的关系，得

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U'}{\partial y} - \frac{\partial U'}{\partial h} \right) \quad (3.3.15a)$$

$$\frac{\partial U}{\partial g} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U'}{\partial y} + \frac{\partial U'}{\partial h} \right) \quad (3.3.15b)$$

在Fourier变换空间内， $\partial/\partial x$ 变换为 ik_x ，当从等式两端消掉虚数 i 而且因 $U=U'$ 而可从等式两端被消去之后，式(3.3.15)就成为

$$k_s = \frac{1}{2} (k_y - k_h) \quad (3.3.16a)$$

$$k_g = \frac{1}{2} (k_y + k_h) \quad (3.3.16b)$$

式(3.3.16)即是式(3.3.15)的Fourier表示式。将式(3.3.16)代入式(3.3.9)内就达到了本节主要目的，即将双平方根偏移方程转换至中心点与炮检距的坐标系 (y, h)

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -i \frac{\omega}{v} \left\{ \left[1 - \left(\frac{vk_y + vk_h}{2\omega} \right)^2 \right]^{1/2} + \left[1 - \left(\frac{vk_y - vk_h}{2\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} U \quad (3.3.17)$$

有许多种类的共中心点道集地震记录分析就是以方程(3.3.17)为出发点。现引入一些方便的简化定义

$$G = \frac{vk_y}{\omega} \quad (3.3.18a)$$

$$S = \frac{vk_h}{\omega} \quad (3.3.18b)$$

$$Y = \frac{vk_y}{2\omega} \quad (3.3.18c)$$

$$H = \frac{vk_h}{2\omega} \quad (3.3.18d)$$

第一章已证明，像 vk_x/ω 这样的量可解释为是波传播角度。所以，新定义 S 与 G 分别是射线的出射角之正弦与到达角之正弦。当这些正弦处于其极限值 ± 1 时，它们就属于 (s, t) 空间或 (g, t) 空间内可能的最陡斜率。同样地， Y 可解释为地震时间剖面上的视倾角， H 则与共中心点道集中所观察的时差有关。利用这些定义，方程(3.3.17)变得稍微简单一些

$$\frac{dU}{dz} = -\frac{i\omega}{v} [\sqrt{1-(Y+H)^2} + \sqrt{1-(Y-H)^2}] U \quad (3.3.19)$$

现今大多数的叠前偏移方法均涉及对方程(3.3.19)的解释。对它作进一步深入分析，既能说明常规偏移处理过程的限制，又能据此提出处理过程的改进办法。

习 题

(1) 试考虑如何使方程(3.3.17)适应于允许炮点与检波点之间有速度差异。

3.4 双平方根方程的意义

双平方根方程具有石油勘探地震数据处理中大多数非统计方法方面的特点。这种在前一节中导出的方程颇不易于理解，因为它是一种在四维空间 (z, s, g, t) 中的算子。我们将通过各种具体应用来对它进行探讨，在各该应用中它均是一种较低维空间中的问题。在本节中，速度横向变化将忽略不计（因为事情本来就够复杂的了，要考虑它就更棘手了）。讨论就从下列二式开始：

$$\frac{dU}{dz} = \frac{-i\omega}{v} [\sqrt{1-G^2} + \sqrt{1-S^2}] U \quad (3.4.1a)$$

$$\frac{dU}{dz} = \frac{-i\omega}{v} [\sqrt{1-(Y+H)^2} + \sqrt{1-(Y-H)^2}] U \quad (3.4.1b)$$

1. 零炮检距偏移 ($H=0$)

降低(3.4.1b)之维数的一种办法就是直接令 $H=0$ ，于是两个平方根变得相同，从而可将它们合并，得出熟悉的旁轴方程

$$\frac{dU}{dz} = -i\omega \frac{2}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega^2}} U \quad (3.4.2)$$

在式(3.4.2)中出现岩石速度的两个地方，该岩石速度均应除以2，这是由于为使野外资料与爆炸反射面模型相应，就需要使岩石速度减半。所以不论我们作过了什么，只要是令 $H=0$ ，我们就得到在第一章中使用过的方程了。令 $H=0$ 就使观测排列延拓概念在作用上有等价于爆炸反射面概念的效果了。

2. 零倾角叠加 ($Y=0$)

处理炮检距 h 的时候，通常假设地层是水平成层的，从而观测结果将与中心点 y 无关。除了 $k_y=0$ ，或换句话说，除 $Y=0$ 以外，采用这样一种地层模型时，所有遍及 y 之数据资料的Fourier变换均将为零。当 $Y=0$ 时，式(3.4.1)中的两个平方根又变得相等，因而所得方程再一次成为旁轴方程

$$\frac{dU}{dz} = -i\omega \frac{2}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega^2}} U \quad (3.4.3)$$

利用这个方程将双曲面从地表向下延拓时，可发现双曲面随着深度之增大而蜷缩，直至达到出现最佳聚焦的正确深度。这种情形如图3.4-1所示。

各波均在零炮检距时出现最佳聚焦。出现聚焦代表向下延拓达到目的，这时，向下延拓正好到达一个反射面。对于正位于反射面之上的自激自收点的情形，是在零值旅行时间上的反射最强。采集 $t=0$ 时在零炮检距上的值并放弃其余炮检距上的值，是消除干扰的一种途径（实际上，这就是一种限制干扰影响的方法）。粗略地说，这同沿着原始资料上的双曲线轨迹进行求和的常规处理过程就是一回事。很自然，向下延拓处理时采用的波速最接近于地层速度时，求和可望达到最佳状态。以后就将利用炮检距空间来测定速度。

3. 常规处理——近似分离法

将式(3.4.1b)括号中的算子在形式上定义为双平方根算子(DSR算子)

$$DSR(Y, H) = \sqrt{1-(Y-H)^2} + \sqrt{1-(Y+H)^2} \quad (3.4.4)$$

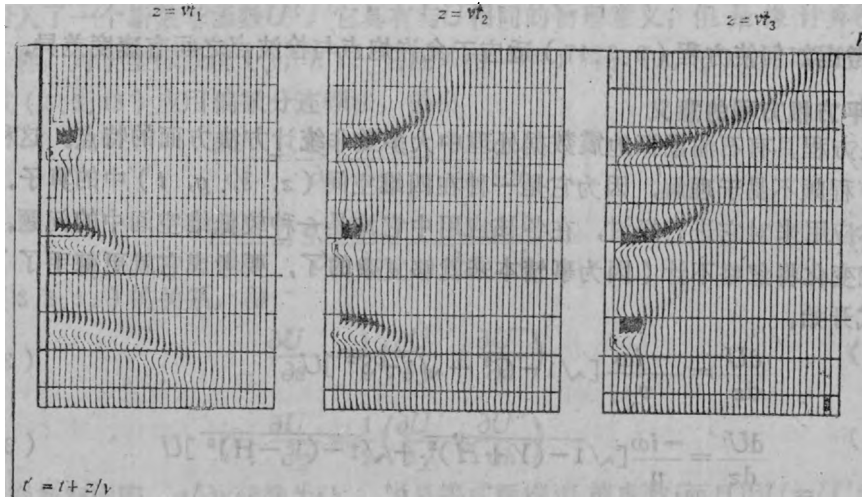


图3.4-1 采用三层的地质模型时，共中心点道集为三个双曲面
连续图形表示向下延拓相继达到出现最佳聚焦时的深度

在Fourie空间内，向下延拓是用相移因子 $\exp(i\omega \text{ DSR} \cdot \frac{z}{v})$ 完成的。

采用这种算子有一个严重问题：无法将它分离成为一个炮检距算子与一个中心点算子之和。不可分离的意思是，式(3.4.4)的Taylor级数展开中包含有像 $Y^2 H^2$ 这样的项，不能把这样一些项表示成 Y 的一个函数加上 H 的一个函数。不可分离性是数据处理工作中的灾难，它暗示着偏移与叠加必须同时完成而不能前后相继完成。要恢复纯粹的可分离性，其唯一的途径就是回到 S 与 G 的空间中去（那可是远离常规处理的变化剧烈的抉择，我们将在以后再转而讨论它）。

让我们回顾一下有关可分离性的一般性问题。为使算子 $\sqrt{1-X^2-Y^2}$ 能近似分离，显而易见的途径就是进行Taylor级数展开，然后略去所有交叉项，更精确的近似是 $\sqrt{1-X^2} + \sqrt{1-Y^2} - 1$ ，它在 $X=0$ 时准确地拟合于所有的 Y ，而在 $Y=0$ 时则准确地拟合于所有的 X ；把这个思想应用于双平方根算子，得

$$\text{SEP}(Y, H) = 2 + [\text{DSR}(Y, 0) - 2] + [\text{DSR}(0, H) - 2] \quad (3.4.5a)$$

$$\text{SEP}(Y, H) = 2[1 + (\sqrt{1-Y^2} - 1) + (\sqrt{1-H^2} - 1)] \quad (3.4.5b)$$

注意，在 $H=0$ 时，式(3.4.5)就等于双平方根算子；在 $Y=0$ 时，该式也是等于双平方根算子，仅当 H 与 Y 二者均非零时，SEP才不同于DSR。

式(3.4.5)分解成三个算子之和，能提供一种类似二维Fourier积分核 $\exp(ik_x y + ik_y h)$ 所能提供的好处，该积分核具有的相位是由两部分之和所组成，这意味着Fourier积分能够对 y 或 h 按内嵌套循环进行处理。所以利用SEP进行向下延拓时，可以如式(3.4.1b)所暗示的那样在 (k_x, k_y) 空间内完成，或者我们可以选定Fourier变换，以适当的嵌套循环运算方法变换至 (h, k_y) 、 (k_x, y) 或者 (y, h) 。

对式(3.4.5b)中的三项各取一个熟悉的名称是可带来方便的。第一项与时间深度转换有关，第二项与偏移有关，第三项与正常时差有关；

$$\text{SEP}(Y, H) = \text{TD} + \text{MIG}(Y) + \text{NMO}(H) \quad (3.4.5c)$$

可以把式(3.4.5)形式的近似解释为“标准处理”，标准处理中的第一步即是正常时差校正。在式(3.4.5)中，NMO算子是将地表上的所有炮检距向下延拓为一定深度上的所有炮检距。选择零炮检距只不过就是放弃所有其他炮检距；就如同按炮检距进行叠加一样，选择零炮检距可以减少所需考虑的数据量。

通常，被放弃的炮检距均不作偏移。相反，凡偏移之后改变叠加速度的精细处理都涉及要对零炮检距附近的一些炮检距进行偏移。

既然SEP算子内的所有项均可相互交换，要是将它用于在叠加之前对所有炮检距进行偏移，那计算工作量似乎就太浪费了。这样作所得结果将与叠后偏移完全一样。

4. $H=0$ 的各种意义

时差算子 $2H/v$ 有各种不同的形式：

$$\frac{dt}{dh} \text{ —— 射线轨迹情形下}$$

$$\frac{k_h}{\omega} \text{ —— Fourier变换情形下}$$

$$\partial_t = \int_{-\infty}^t dt \frac{\partial}{\partial h} \text{ —— 偏微分方程情形下}$$

互易性暗示着旅行时间 t 为炮检距 h 的一个对称函数，从而在 $h=0$ 时， dt/dh 为零。在那种意义下，把式(3.4.2)应用于零炮检距剖面看来是适宜的。更准确地说，射线轨迹表达式 dt/dh 严格说来只能在有一个平面波的时候才可应用。球形波阵面是由许多平面波之叠加所形成。这时，关于 H 的Fourier变换解释要有稍许差别，而且更恰如其分。要挑选零频率分量，即挑选地震记录道的平均值时，就令 $\omega=0$ ；要挑选零空间频率分量，就是说，要挑选遍及

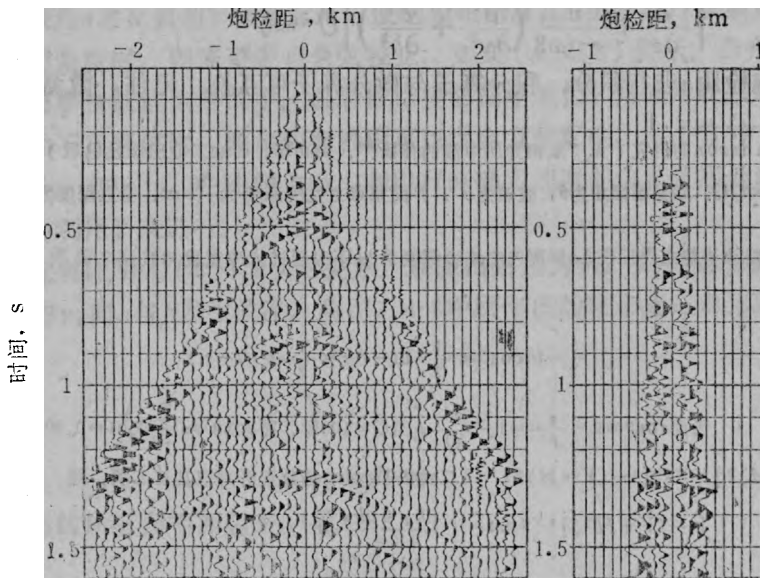


图3.4-2

丹麦某地区的陆地剖面(左图)，由左图提取出并加以重新显示的Fresnel带(右图)

炮检距的求和, 就令 $k_h=0$ 。常规叠加可定义为沿某个双曲线轨迹遍及炮检距的积分或者求和, 直接令 $k_h=0$ 就是挑选某个拉伸展平的双曲线轨迹, 亦即速度为无限大时的双曲线。这么一种积分或求和会接收到来自数据双曲面之顶部的主要影响, 在该顶部, 同相轴开始与进行积分或求和所沿的水平直线相切。(由于若干历史原因, 这样一种数据求和往往称为垂直叠加)。在时差还没达到等于半波长之前, 对积分的主要影响大多数是来自双曲线顶部邻近的区域, 称作Fresnel带的这种区域之宽度是影响该积分的主要因素。Fresnel带的概念已在1.2节内介绍过了。图3.4-2所示是从一张野外剖面提取出的Fresnel带。

Fresnel带的定义必须涉及到某一种频率, 就实用目的考虑, 我们能够只考察几个零值交点也就行了。仔细检查图3.4-2中1秒附近的记录, 我们可看到有许多频率。在 $t=1.0$ 至 $t=1.1$ 之间的间隔内, 可看出大约有两种波长的低频和大约五种波长的高频。主要关心的是最高频率, 因为它们限定了地震分辨率的极限。自零时间至1秒时间之间所相应的深度大约为较高频率所相应之半波长的100倍。作为一种概略的概念, 可以说所观测到的这个值100适用于一切旅行时间; 那就是说, 在任何旅行时间上, 所观测到的具有空间可对比追踪性之最高频率往往是具有一种大约为总旅行时间之1/100的半周期。我们可以说大地沉积地壳的品质因数 Q 大约总是为100, 所以我们典型考虑的角度大约为 $\cos 8^\circ = 0.99$ ①

从理论上来说, 零炮检距剖面与垂直叠加之间的主要差别在于振幅不同并有某种微小的相移。在实际处理情形下, 它们看上去并不像是以显著不同的方式进行偏移的。对于按照有限速度而非无限大速度进行叠加的资料, 如果我们能够找到一种实现向下延拓的方程那就好了。

当速度是水平坐标的恒定函数时, 令 $H=0$ 这件事从偏微分方程的观点看来和从Fourier变换的观点看来, 是完全相同的; 但是在其他情形时, 偏微分方程观点就是更普遍一点的观点。为了具体化而又不产生混乱, 可将方程(3.4.1b)近似表示成适用于 15° 倾角、具有时间滞后的空间域形式②

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{v}{-i\omega 8} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial h^2} \right) \right] U' = 0 \quad (3.4.6)$$

将这个方程遍及炮检距 h 进行积分。积分算子与微分算子可互换。记住, 微商的积分等于积

① 根据E.Kjartansson的研究(见“双相介质中波的传播”, 1986年, 石油工业出版社出版), 旅行时间 t 与脉冲宽度 τ 之间呈比例关系 $\tau \propto t/Q$ 。如界面倾角为 θ , 波速为 v , 界面某点之法线深度为 $\frac{1}{2}vt$, 垂直深度为 $\frac{1}{2}vt\cos\theta$; 一般情形下, 时间剖面上可对比追踪之界面在 Δx 距离内之法线深度差 Δh 不应超过脉冲宽度与波速之乘积 $\frac{1}{2}\tau v$ 。当角度不大时, 近似应有

$$\frac{1}{2}vt\cos\theta \approx \frac{1}{2}vt - \Delta h = \frac{1}{2}v(t - \tau)$$

因而 $\cos\theta \approx 1 - \frac{\tau}{t} = 1 - \frac{1}{Q}$, 当 $Q=100$ 时, 得 $\cos 8^\circ \approx 1 - 0.01 = 0.99$ 。——译者

② 将 $[1 - (Y+H)^2]^{1/2}$ 与 $[1 - (Y-H)^2]^{1/2}$ 二式按Taylor级数展开并取其首二项, 则

$$[1 - (Y+H)^2]^{1/2} \approx 1 - \left(\frac{vk_y + vk_h}{2\omega} \right)^2 / 2$$

$$[1 - (Y-H)^2]^{1/2} \approx 1 - \left(\frac{vk_y - vk_h}{2\omega} \right)^2 / 2$$

代入式(3.4.1b)内, 在略去 $i\omega/v$ 项并以 $v/2$ 代替 v 或以 $2z$ 代替 z 之后, 即可得出式(3.4.6)。——译者

分上限计算所得函数与积分下限计算所得函数之差，因而得

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{v}{-i\omega\delta} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \left(\int U dh\right) + \frac{v}{-i\omega g} \frac{\partial U}{\partial h} \Big|_{h=-\infty}^{h=+\infty} = 0 \quad (3.4.7a)$$

在无限大炮检距 $h = \pm\infty$ 之处，波应消失，从而其对水平炮检距之导数 $\partial U / \partial h$ 也应等于零，由此可知，式 (3.4.7a) 中的最后一项应等于零。所以，令 $H=0$ 就意味着下列关系成立

$$(\text{旁轴算子})(\text{垂直叠加}) = 0 \quad (3.4.7b)$$

建立式 (3.4.7b) 时有一个问题，即它已经两次假设速度与炮检距无关，第一次是当从式 (3.4.6) 中忽略掉薄透镜项时^①，第二次是在把炮检距积分的算子乘以速度作互换时。如果速度同水平 x 轴有关，则它肯定就要与中心点和炮检距二者都有关。总之，如果速度在 Fresnel 带的范围内是缓慢变化的，则取 $H=0$ 就是为垂直叠加资料的向下延拓提供了一种有效的偏移方程。

5. Clayton 余弦校正

有这样一种可能性存在：使地层倾角之正弦与 Y 有关，使炮检距所张角度之正弦与 H 有关。当这种关系大致成立的时候，得进行一种重要的校正。试考虑图 3.4-3 所示的倾斜地层。

反射面倾角为 α ，炮检距可通过炮检距角度 β 来表达。我们将不加证明地引用 Clayton 所曾指出的下列关系：

$$Y = \sin\alpha \cos\beta \quad (3.4.8a)$$

$$H = \sin\beta \cos\alpha \quad (3.4.8b)$$

在正角或负角很小的情形下，可将余弦略

去，这时使地层倾角 α 之正弦与 Y 联系起来、使炮检距角度 β 之正弦与 H 联系起来，那是正确的。在中等大小的角度时，则需要进行余弦校正，如式 (3.4.8) 所示。当角度超出 45° 时。灵敏度反向，因而事情就颠倒混乱了。读者应当提防简单地把 Y 同倾角联系起来、把 H 同速度联系起来的这种不正规讨论。倾角和炮检距可以混合发生影响，3.2 节中的“Larner 条痕”就是一个例子。实际上，在陡倾角时，利用 H 来确定速度的这种普通处理办法应当以某种方式使之改变为利用 Y 来进行。

接下去我们就来证明式 (3.4.8) 的关系。震源出射角为 γ_s ，入射至接收点的角度为 γ_r 。首先，使 γ_s 与 γ_r 同 α 与 β 发生关系，将图 3.4-3 中所作出的较小之三角形的所有角相加起来，得

$$\left(-\frac{\pi}{2} - \gamma_s - \alpha\right) + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi$$

$$\gamma_s = \beta - \alpha \quad (3.4.9a)$$

把较大一个三角形的所有角相加起来，得

$$\gamma_r = \beta + \alpha \quad (3.4.9b)$$

要把一定深度时的角度 α 和 β 同地表上的时差 dt/ds 和 dt/dg 联系起来，需要当心符号之正负，

① 即略去 $i\omega/v$ 时。——译者

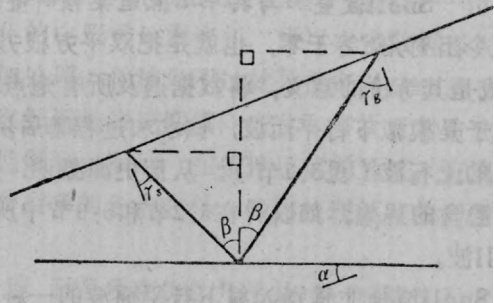


图 3.4-3 倾斜地层几何形态
注意，角度 2β 的平分线并不通过 g 与 s 之间的中心点 (Clayton)

注意旅行时间之随检波点向右移而增大、随炮点向右移而减小。根据3.3节中的方程(3.3.16)和(3.3.18)以及视倾角 Y 和 H 的定义, 应有

$$Y - H = S = \frac{vk_z}{\omega} = v \frac{dt}{ds} = -\sin \gamma_s = \sin(\alpha - \beta)$$

$$Y + H = G = \frac{vk_g}{\omega} = v \frac{dt}{dg} = +\sin \gamma_g = \sin(\alpha + \beta)$$

将上述一对方程相加和相减, 然后利用三角学的合角公式, 得出Clayton的余弦校正公式(3.4.8)

$$Y = -\frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta$$

$$H = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) - \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta) = \sin \beta \cos \alpha$$

6. Snell波叠加与共中心点道集倾斜叠加

令出射角 S 等于零, 也就是把双平方根方程简化成单平方根方程了。 $S=0$ 的意思是 $k_z=0$ 、或是其等价的意义: 将数据遍及所有炮点 s 进行求和(无需时移而求和)。这样一种求和相当于是模拟下行平面波, 该求和过程幕后所隐含的成像原理是要找出在下行波到达时间上出现的上行波(见5.7节)。从历史渊源说, 这就是我的CDP叠加剖面有限差分波动方程偏移所隐含的思想。如以后在5.2节和5.3节中所阐述的, 也可令 S 等于一个常数以模拟下行Snell波。

Snell波是非垂直入射下行平面波的一种推广, 炮点不是同时起爆, 而是与 $dt/ds=S/v$ 成反比地相继起爆。通过 (t, s) 平面沿着斜率为 dt/ds 的直线对野外资料进行求和, 即可模拟这种情形。令 S 为某种常数, 例如 $S=vdt/ds$, 也就是把双平方根方程简化为旁轴波动方程, 上述假想观测的下行Snell波向下延拓所需要的正是这个方程。Snell波能够用各种不同的值 $p=dt/ds$ 来构制, 可各自偏移并成像, 然后把所成的像遍及所有 p 进行叠加。早在双平方根方程提出之前就已经产生这些思想了, 可是至今它们尚未得到流行, 其原因何在?

与模拟Snell波有关的一个问题就是: 波场通常是沿检波器电缆方向按粗网格间隔加以采样的, 电缆长度本身几乎从未超出波传播的距离。在共检波点道集中, 双曲线的顶部并不需要位于零炮检距上, 对数据进行内插与外推的精巧方法因此而失效。对于倾斜地层, 最早到达的波至往往要偏离排列的端点, 所以数据处理因缺失数据而受到很大影响。

共中心点道集倾斜叠加、即 $H=pv$, 就是为了避免这些困难而有了用武之地(关于倾斜叠加的完整解释, 见5.2节)。在共中心点上, 双曲线以零斜率通过零炮检距, 因而数据更适合于沿一条倾斜直线进行积分时所需采用的内插与外推运算。令 $H=pv$, 得

$$k_z = -\frac{\omega}{v} [\sqrt{1 - (Y + pv)^2} + \sqrt{1 - (Y - pv)^2}] \quad (3.4.10)$$

这个关系已经不能由双平方根方程简化为旁轴波动方程, 但是它却使问题归结为一种易于采用现成可用技术的形式了, 诸如采用Stolt方法或者相移法等, 这种处理办法的细节可参阅Richard Ottolini的博士论文(1982)。

7. 为何不在 (S, G) 空间内向下延拓?

如果速度已知, 因而仅有的任务只是偏移的话, 这时不能在 (S, G) 空间内完成向下

延拓的基本理由就不存在了。可是，速度实际上总不是完全已知的。偏移对速度误差影响的灵敏度随角度而迅速增大，因而得假设 (S, G) 空间内有相当的角度精度。此外，记录电缆的有限长度范围以及出现空间假频的可能，均使 (S, G) 空间内的偏移遇到了与Snell叠加所遭遇的相同问题。我看没什么重要理由可以使人相信 (S, G) 空间的偏移就是要比共中心点道集倾斜叠加好一点，而且假频和截断误差的影响看来似乎还使它更为糟糕。少为人知但更实际的处理广角偏移问题的办法将在本章以后几节中讨论。

另一方面，速度有横向变化(如可已知的话)，则可能需要在 (s, g) 空间内来实现偏移。

采用炮点检波点空间还有另一个原因，这就是炮点彼此相距很远。这时数据无论在中心点空间或炮检距空间内，都要受到假频影响(见5.7节)。

3.5 叠加与速度分析

按炮检距沿双曲线进行叠加，可能是地震勘探中最重要的计算机处理过程了。比它偏移更为重要，因为它使数据库从 (s, g, t) 空间的一个体积简化为 (y, t) 空间的一个平面。地震资料解释人员现在还很少有人采用计算机化的电影式地震资料，所以大多数解释人员在他们能解释分析之前都必须使地震资料经过叠加处理。偏移只不过就是把资料从一个平面转换至另一个平面。此外，偏移有个缺点：有时它把近地表速度横向变化和多次反射造成的混乱也混杂在一起了。叠加处理也可能混杂有这类影响，不过，在条件恶劣的地区，资料要不经叠加处理，那就别想看出什么东西。除前面列举的各点之外，叠加处理还有个附带的产品，那就是据此可以估计岩石速度。

从历史上说，曾经采用射线法来完成叠加处理，而且现在仍然几乎是唯一地按这种方式来处理。而另一方面，偏移则总是采用波动方程方法来完成，那就是说，以Fourier变换或有限差分方法来实现。偏移与叠加二者均属双曲线识别处理过程，偏移时采用波动方程方法有许多好处，这些好处难道不能同等地适用于叠加吗？看起来似乎是应该如此，但是现在的勘探实践还没有证实这点，其原因还不太清楚。本章以后各节内容实际上是属于专题研究性质，其标题不妨戏称为《不久将要建立的理论》。有关速度估计的更高级概念在5.0节至5.4节讨论。波动方程叠加与速度测定方法均是独创性方法，它们也许还没有经受过令人满意的检验，或者它们也许还只是不完善地被汇总在一起的。给读者留有想像的余地，时间将会告诉我们究竟如何。

为什么许多这种理论并没在常规勘探工作中应用？可能的一种原因是：为消除冗余信息而进行叠加这种论点大概更适合于作为一个统计问题来处理，而不能作为一种物理问题来处理。为考虑到这类随机偶然性，我得多用一点笔墨来讨论“波动方程时差校正”，这是一种将统计分析推迟到向下延拓处理之后再进行的方法。另一种可能原因则是：比起波动方程来，用射线法解决排列末端数据丢失和排列长度范围内出现空间假频的问题，大概要更为灵活。对于这类随机偶然性质，我特意列了简短一小节来讨论数据恢复问题。不论是哪种情况，本章论述的数据处理办法想来都应有所裨益。

1. 正常时差校正(NMO)

正常时差校正(NMO)就是对时间轴进行某种拉伸，使所有地震记录看来像是零炮检距地震记录。3.0节内曾首先讨论过NMO，在那种最简单的形式中，NMO是以毕达哥拉斯关系 $t_{nm}^2 = t^2 - x^2/v^2$ 为基础的。在地层的速度为恒定时，正常时差校正要取双曲线族的渐

近线并沿它移动直至与 $t=0$ 重合，这就是在时间轴上舍去初至之前的任何采样值，然后再将地震记录的其余部分拉平。接近初至之处，拉伸影响最为显著，在以后的各时间上则逐次减弱。在图3.5-1所示的正常时差校正例子中，你会注意到有由拉伸而形成的许多低频成分。

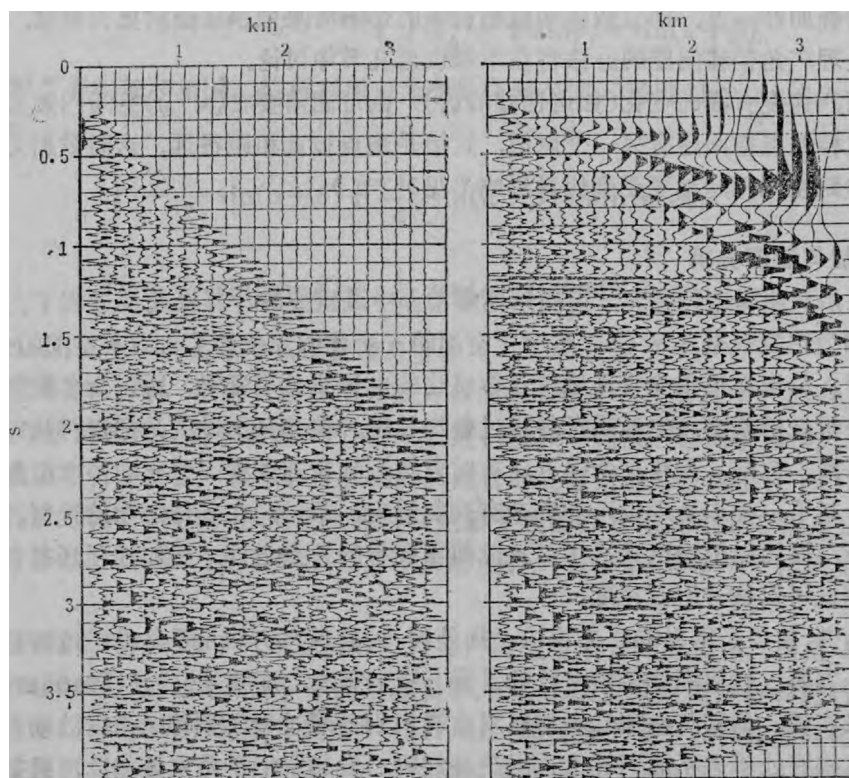


图3.5-1 左图所示为墨西哥海湾地区的共中心点道集，经正常时差校正后如右图所示

能够作正常时差校正的是共炮点道集或共中心点道集。应用于共炮点道集的正常时差校正使该道集成为类似于零炮检距时间剖面的一小部分，这时地质构造突出地被展现出来。对共中心点道集进行正常时差校正，是确定地层的速度与深度之函数关系的主要手段，这是因为共中心点道集对地层之倾角是不灵敏的。

从数学上说，有关正常时差NMO的变换是一种线性运算。事情看来似乎有些矛盾，一种非均匀的时间坐标拉伸运算竟是某种线性运算，可是坐标拉伸确实是满足与线性性质有关的数学条件。不要把流行的线性条件混淆为不太常见的时不变条件。线性性质仅要求：对于将原始数据 P 分成几部分（例如分成 P_1 与 P_2 ）的任何分解来说，经过正常时差校正的几部分之和应等于和之正常时差校正。分解的例子包括：（1）分成较早各时间和较晚各时间；（2）分成偶数时间点和奇数时间点；（3）分成高频和低频；（4）分成大信号值与小信号值。

为把正常时差校正想像成是一种线性算子，试将地震记录考虑为某种向量。NMO算子类似于一个对角线矩阵，但是沿矩阵对角线分布的是内插滤波因子，而且各内插滤波因子均有偏离对角线的相移以形成所期望的时延。

2. 常规速度分析

常规速度分析要利用一系列试验速度，每种试验速度取为深度的恒定函数并用它对数据进行时差校正。图3.5-2的左图为用一恒定速度对图3.5-1所示共中心点道集进行时差校正之后的结果。注意，该道集中部的各同相轴均将近拉平，而较小时间上的同相轴则校正不足，较大时间上的同相轴则过校正。这种现象很典型，因为正常时差校正量的变化是与速度呈反比关系（根据毕达哥拉斯关系即可知），而地层的速度在通常情形下正是随深度而增大的。利用遍及CDP道集各炮检距进行求和的结果作为时差校正速度是否良好拟合于地层速度的一种测度，大概说来，速度拟合程度越佳，求和值就将越大。用许多种速度重复进行这种过程，按求和值的幅度绘制等值线图，将它显示为时间与速度的函数，这就是速度谱，如图3.5-2的右图所示。

在实际处理时，求和之前可以采用一些额外的修饰处理步骤。可以按记录道的功率和按它们的谱（见5.5节有关反褶积处理的论述）对各记录道作道间均衡处理（使它们比例相等）。类似还有，可以将求和所得幅值加以平滑和归一化（见Taner与Koehler(1969)的论文）。还可以如下节所述将数据加以编排和加权。

得出最佳叠加效果的速度是反射面以上各地层之速度的某一种平均值，这种平均值的精确定义推迟到5.4节再去讨论。

3. 切除与加权

定义切除函数是常规处理中的重要一部分。切除函数就是用于压制掉数据中某些不希望要的部分时所使用的一种加权函数。图3.5-3所示是经过切除处理之野外剖面的例子。加权与切除对叠加的质量有重大影响。因此，有许多试验和理论讨论实际上都是以它们作为研究主题，这是毫不奇怪的。

切除函数往往是以 r 为变量的一维函数，其中 $\textcircled{1}$ ， $r = h/t$ 。既切除大 r 值时的数据也切除小 r 值时的数据，其原因如下所述。

在小 r 值时，炮点附近仍然可发现有能量存在，诸如水或泥块坠落所形成的影响，或者低速地滚波所形成的干扰能量。

r 值大时，则存在与初至有关的问题。在这种情形下，正常时差拉伸最大而且对速度极

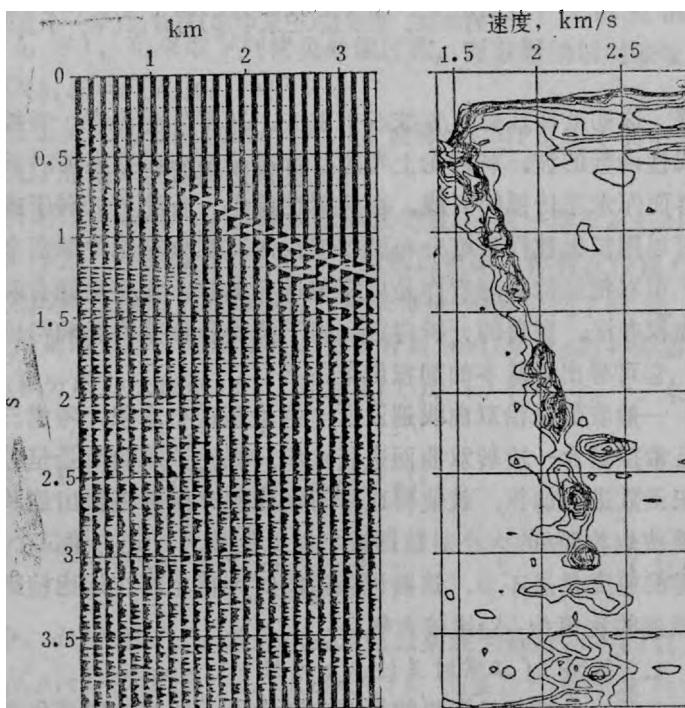


图3.5-2 按恒定速度进行正常时差校正及速度分析结果

图3.5-3所示是经过切除处理之野外剖面的例子。加权与切除对叠加的质量有重大影响。因此，有许多试验和理论讨论实际上都是以它们作为研究主题，这是毫不奇怪的。

切除函数往往是以 r 为变量的一维函数，其中 $\textcircled{1}$ ， $r = h/t$ 。既切除大 r 值时的数据也切除小 r 值时的数据，其原因如下所述。

在小 r 值时，炮点附近仍然可发现有能量存在，诸如水或泥块坠落所形成的影响，或者低速地滚波所形成的干扰能量。

r 值大时，则存在与初至有关的问题。在这种情形下，正常时差拉伸最大而且对速度极

$\textcircled{1}$ h 为炮检距， t 为时间。——译者

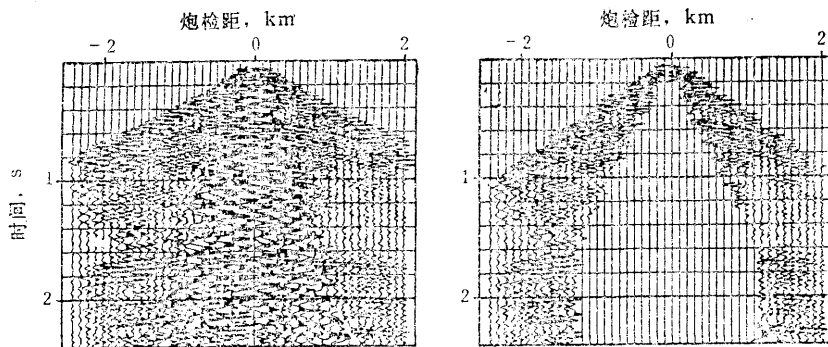


图3.5-3 左图是Alberta地区的陆地地震记录，右图是该记录经过切除处理后的结果，地滚波(记录中部)与首波(第一个波至)均已消除

敏感。这初至往往称作首波或折射波。从野外观测看，首波就是一种其旅行时间表现为距离之线性函数的波。就理论上考虑，针对分层介质很容易对首波作出解释。首波具有沿一地层边界面作水平传播的射线。在实际现象中，首波可以弱于或者是强于反射波，首波强于反射波可以用反射波作三维分布而首波仅作二维分布这个事实来解释。

可以把切除处理看作是用零值进行加权。为产生最有利的叠加效果，可以选择更普遍性的加权办法。完善的分析肯定应将干扰噪音和截断影响考虑在内，我们权且作一个简化分析吧，它可导出最基本的加权函数。

一般我们是沿双曲线遍及所有炮检距进行求积。考虑三维问题时则与此不同，你这时实际是希望遍及一旋转双曲面进行求积。假设该双曲面是呈径向对称的，按炮检距 h 的大小对被积函数进行加权，就使得通常的线性积分能够模拟出遍及旋转双曲面的积分结果^①。叠加前要按炮检距 h 的大小对数据进行按比例放大，还有第二个原因，那就是在零炮检距附近能获得的速度信息不多，这些记录道的时差很小而在远炮检距时则可获得很多速度信息，这些记录道的比值 $\Delta t/\Delta h$ 比较大^②。

4. NMO (正常时差校正) 方程

在任一已知记录资料的深度范围之内，地层速度变化范围可达2倍左右，是很典型的情形。这样一来，对于以毕达哥拉斯关系为基础的分析方法就得需要重新加以考虑研究了。在实际处理中，总是采取在毕达哥拉斯关系中插入一个随时间而变的速度这种办法来处理随深度而变的速度(有关的经典参考文献见Taner与Koehler[1969]的论文，它包括有许多颇有

① 这是必须进行加权处理的第一个理由。所谓沿双曲线的积分，实即正常时差校正并叠加；所谓沿旋转双曲面求积，就是考虑球面扩散影响时的叠加。因此，必须按炮检距的大小，成比例地对叠加道(所谓被积函数)进行加权，校正这种影响，这时的叠加处理(所谓的线性积分)结果，才能消除三维情形下的能量扩散。直接了当地说，进行加权处理的第一个理由就是必须对波阵面球面扩散影响进行适当的补偿。

② 这是必须进行加权处理的第二个理由。浅显地说，近炮点记录道时差小，因而速度分辨率低；远炮点记录道时差大，速度分辨率高。但是近炮点记录道振幅强，而远炮点记录道因能量衰减而振幅弱，采用以叠加方法为基础的速度分析时，将因此而主要是反映近炮点记录道的作用和影响，降低了速度分析的精度。因此必须按炮检距的大小而成比例地加权放大记录道数值，使得近炮点与远炮点记录道的振幅在叠加中发挥同等作用。这种加权处理，对速度谱而言，可提高速度分辨率；对叠加处理来说，可提高叠加效果和质量。——译者

助益的细节讨论)。尽管计算正确的非双曲线时差校正并不困难,很多还是采用这种近似。让我们看一看倒底是如何在数学上将速度函数 $v(z)$ 同正常时差联系起来。设共中心点道集之一记为 $P(h, t)$,正常时差校正将该CMP道集转换为某一地层模型 $Q(h, z)$

$$Q(h, z) = \text{earth}(z) \times \text{const}(h) \quad (3.5.1)$$

实际上, $Q(h, z)$ 终究还不是 h 的恒定函数, 它还只是我们所欲达到的目标。

可以把正常时差校正处理看成是一种简单的复制过程。这点在概念上很容易想像, 它就是把 (h, t) 平面上的每一个点复制拷贝到 (h, z) 平面上的适当位置。可将这一类拷贝过程记为

$$Q[h, z(h, t)] = P(h, t) \quad (3.5.2)$$

这么拷贝时, 必须小心避免在 (h, z) 平面上留下一些空洞^①。最好是对 (h, z) 输出平面内的每一个点进行扫描, 从而从 (h, t) 平面内找出其在 (h, z) 平面内产生该空洞的根源。利用某种动校正时间表 $t(h, z)$, 可采取下列拷贝处理过程, 对数据加以时差校正

$$Q(h, z) = P[h, t(h, z)] \quad (3.5.3)$$

如采用本书的术语, 时差校正处理的输入数据 $P(h, t)$ 被称作CMP道集(共中心点道集), 而输出数据 Q 则被称作CDP道集(共深度点道集)。

在实际处理中, 生成该旅行时间表的第一个步骤是把深度变量 z 变成一垂直旅行时间变量 τ 。所以, 所要求的表是 $t(h, \tau)$ 。为得到位于 (h, τ) 的输出数据, 你得在位置 (h, t) 上取输入数据。产生这种时间表的最直接而可靠的途径, 看来得按 z 的步长向下推进。实际也就是按 τ 的步长向下推进, 并沿射线追踪。那就是说, 你要针对Snell参量 p 的各种固定值, 采用对下列两项方程遍及 τ 进行积分的办法根据 $v(\tau)$ 计算出 $t(p, \tau)$ 和 $h(p, \tau)$ 来

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{dz}{d\tau} \frac{dt}{dz} = v \frac{1}{v \cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{1-p^2 v(\tau)^2}} \quad (3.5.4)$$

$$\frac{dh}{d\tau} = \frac{dz}{d\tau} \frac{dh}{dz} = v \tan \theta = \frac{pv(\tau)^2}{\sqrt{1-p^2 v(\tau)^2}} \quad (3.5.5)$$

在式(3.5.4)与式(3.5.5)中, dt/dz 和 dh/dz 的表达式均是以射线为基础而不是以波阵面为基础。给定了 $t(p, \tau)$ 和 $h(p, \tau)$, 为消去 p 然后求出 $t(h, \tau)$, 需要进行叠代及内插方法。这听上去挺难处理的——事实确实也是如此——因为在大角度时通常存在有到达反射同相轴中部的首波, 不过, 一旦完成了这项工作, 你就能贮存该表而多次重复利用它了。各时距曲线在大炮检距上出现交叉分支现象, 推动了以波动方程为基础的速度分析方法的建立, 最大的速度灵敏度正是出现在传统的双曲线假设和单一初至假设均不成立的那些地方。

5. 线性性质与统计估计

波动方程数据处理方法具有的线性性质使得我们能将数据集分解成几部分, 对每部分分别地处理, 然后将它们重新组合, 所得结果同未作分解时处理所得结果相同。

例如, 设把共中心点道集分成两部分, 比如, 分成近记录道部分 A 和远记录道部分 B 。令 $(A, 0)$ 表示各远记录道均已置零的共中心点道集, $(0, B)$ 可以是该道集的另一种拷

^① 正常时差校正值为时间采样间隔 Δt 的整数倍, 但应校正的值不一定恰为其整数倍。在校正处理过程中, 超过整数倍之余值累积到等于一个 Δt 值时, 须进行内插, 所谓“空洞”, 即应内插之处。——译者

贝, 其中各近记录道均已置零。我们可将 $(A, 0)$ 向下延拓, 然后再独立地将 $(0, B)$ 向下延拓。在各自完成向下延拓之后, 可将 $(A, 0)$ 与 $(0, B)$ 相加起来。我们可以轮流地暂停延拓, 就统计处理作出某种考虑, 然后选择用某种加权函数把它们组合起来。图3.5-4所示为三个记录道组成的数据集被分解成三个数据集, 每道就是一个数据集。图中的半圆是各记录道单独进行向下延拓时的扫描路径, 每个半圆都通过零炮检距, 给出已适当展平、经过正常时差校正之后的记录道^①。

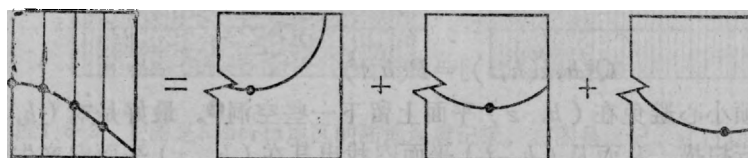


图3.5-4 三个记录道组成的共中心点道集按各记录道分解成三部分
左端, 资料中的脉冲经过内插处理, 可描绘出一双曲线轨迹。右端, 各数据点均扩展成偏移半圆,
各半圆均通过位于双曲线顶点的零炮检距

采用加权函数这种思想, 极端不同于我们先前进行分析的风格, 它代表一种干扰识别的概念, 这是我们始终忽略了的在所有科学分析中都很重要的某种东西, 那就是统计方法! 是什么因素要求选择一种加权函数呢? 因素有很多, 信噪比是起作用的一种因素; 某些记录道可能受噪音干扰或缺失, 也是因素。当斟酌最终显示形式时, 必须考虑人的感觉能力, 并且需要压缩动态范围, 以便很小的值也能被发现。不但在明显易见的 (h, t) 空间内, 而且在频率域、倾角域或者在可能使波场过于超出均衡状态的任何其他空间内, 都必须考虑动态范围的压缩问题。

分解数据集有许多种方法, 究竟选择何者, 这决定于你的统计模型和你是否愿意使处理重复进行许多次。也许数据道集的几部分不应该按其炮检距 h 来分解, 而只应按它们的 $r = h/t$ 的值来分解。显然, 要考虑的问题是很多的。

6. 共中心点道集的横向内插与外推

因为记录道数目不充分而产生了一些涉及到共中心点道集的实际处理问题。截断问题便是因检波器电缆只有一定长度并非长达遍及地震波传播之距离而发生的实际问题。图3.5-5说明为什么电缆截断不但对波动方程方法, 而且对常规的射线追踪和叠加方法也都是一个问题。还有, 假频问题便是因炮点与检波点彼此不是足够靠近而产生的实际问题。沿炮检距坐标轴出现空间假频, 它对波动方程方法的影响看来比对射线追踪方法的影响是个更为严重的问题, 原因在于正常时差校正降低了空间频率。因与检波器、电缆及地面耦合条件等实际问题有关而形成的数据缺失空白, 也常常会造成意外的困难。

本节将随同关于估计缺失记录道的系统处理方法之讨论, 一起解决这些问题。所述该项技术, 是斯坦福大学SEP科研项目 (Stanford Exploration Project) 目前正在发展的更为一般性的缺失数据估计处理程序系列中最简单的一种。

首先作正常时差校正, 就是说, 把双曲线时距曲线拉伸展平。首先遇到的问题是: 必须用什么速度作正常时差校正才行。为易于进行记录道内插, 合适的时差校正速度应该属于道

^① 这就是本书所谓的“波动方程时差校正”, 实际就是叠前偏移。——译者

集上占优势能量的那种速度。在给定的一个数据集上，这种速度可以在某些时间上是一次波速度，而在另一些时间上是多次波速度。需用这类无物理意义的速度的原因为：必须妥善地处理强同相轴，以便保留较弱的一些同相轴。弱同相轴的截断影响可作为“二阶问题”而忽略不计。通常，实际问题是要在存在有沉积地层弱反射的背景上，将海水层之强同相轴压制掉，尤其在高频时更需如此。原则上，我们是能够在存在强P-P波的背景上搜寻出弱P-SV波的。

正常时差校正之后，残余能量应具有很小的倾角，缺失数据之处当然要除外，这些地方用零值代替就迫使目前的数据在空间波数域内成为宽频带了。为了改善我们对于这种受到严重干扰的能量连续性的视觉，我们使数据经过一种可令高波数能量通过的“劣通”（badpass）滤波，诸如像2.5节所讨论的高通递归倾角滤波

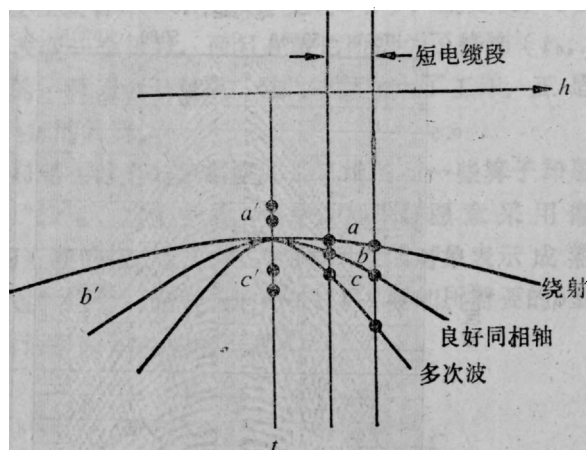


图3.5-5

以地层速度进行正常时差校正，可使良好同相轴上由电缆截断的两点校正至良好位置，不引起什么问题。可是，绕射与多次波的电缆截断点却校正至a'和c'，可能成为令人讨厌的问题，这类讹误所形成的干扰会造成畸变影响，使得根据共深度点叠加求出波形时所作的精细复杂的时间序列分析全白费功夫了

$$\frac{\frac{k^2}{-i\omega}}{\alpha + \frac{k^2}{-i\omega}} \quad (3.5.6)$$

注意，这种滤波将大大地削弱具有小波数k的能量，即已经过适当时差校正的能量；另一方面，在各缺失记录道附近，要注意波数k域内的谱应是宽带的，因而这样的能量几乎是以单位增益通过该“劣通”滤波的。

现在就从原有数据中减去“劣通”滤波的输出。这种减法要有选择地作，在存在记录数据之处则什么也不减。这就完成了第一次叠代。然后，重复这些步骤和叠代，当在缺失记录数据的位置上“劣通”滤波不再输出什么时，就最终达到了收敛。图3.5-6所示是这种处理的一个例子。

上述处理已忽略掉沿中心点方向存在有倾角的可能性，倾角影响要到3.6节才着手考虑。

因为忽略了一个数据集也许会同时存在若干种速度的可能性，这种处理过程在应用方面也是受限制的。为真正搞好这类扩展数据集的工作，可能需要有一个精确的模型以及像下一节和5.4节中所讨论的速度谱的概念。

7. 速度空间的变换

沿双曲线轨迹按各炮检距进行共中心点道集求和，把如此得到的一个叠加结果称作常速叠加（constant-velocity stack）或CV叠加。可以把速度空间就定义为是一族CV叠加，许多速度各自都对应于一个叠加。CV叠加是一种从炮检距空间至速度空间的变换，进行CV

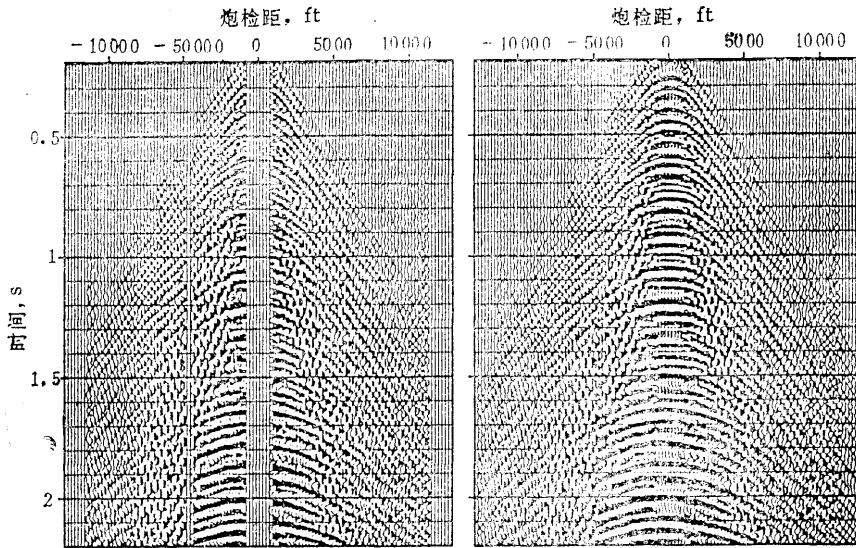


图3.5-6

左图：阿拉斯加地区有缺失空白道的野外记录
右图：对上述记录进行递归空间滤波后的恢复结果

叠加就是根据一个 (t, h) 空间的共中心点道集来形成一个 (t, v) 空间的速度分布图形。常规生产性的速度估计方法相当于增添有平方与归一化处理的CV叠加。诸如CV叠加这类的线性变换一般都是可逆的，但是变换至速度空间是属于非常高维次的变换，48道而且每道有1000个时间采样点，这就使该种变换成为48,000维的变换了。就目前的计算机技术而言，矩阵有这么大是没办法用代数方法求逆的，然而，却有一些出色的近似求逆办法可供选用。

对于酉矩阵 (unitary matrix) 来说，转置矩阵是等于逆矩阵的^①。在波动传播理论中，一个转置算子总是满意地近似于一个逆算子。Thorson(1984)曾经指出，对CV叠加的转置运算就跟CV叠加本身没什么两样。要对CV叠加作转置运算，得从一个速度分布图形开始作起，即从一个 (t, v) 空间中的图形作起。为形成某个给定炮检距 h 时的原始状态，首先必须强使 (t, v) 图形中的每一个记录道恢复原来的正常时差；亦即，必须迫使同相轴从 (t, v) 图形中所具有的零炮检距时间 t_0 恢复到与给定炮检距 h 相应的时间上去。然后遍及所有速度 v 将该种 (t, v) 图形进行叠加，以产生该给定炮检距 h 情形下的地震记录。对所有的待求炮检距的值 h 重复进行上述恢复过程，即可恢复原来的共中心点道集^②。除了把时差校正拉伸公式改变成对压缩进行补偿之外，对CV叠加进行转置运算的程序同CV叠加本身的运算程序很相像。

① 方矩阵 (U) 的Hermite复共轭矩阵 $(U^*)^T$ 若等于该酉矩阵本身的逆矩阵，即 $(U^*)^T = (U)^{-1}$ 则方矩阵 (U) 称为酉矩阵。或者，酉矩阵就是其Hermite复共轭矩阵与该矩阵相乘等于单位矩阵的那种矩阵，即 $(U^*)^T(U) = (U)^{-1}(U) = (E)$ 。——译者

② 设 $u(t_0, v)$ 为CV叠加结果， $w(t, h)$ 为共中心点道集。若共中心点道集叠加过程用线性算子 L 表示， $Lw(t, h) = u(t_0, v)$ ，则恢复过程可用转置算子 L^T 表示： $L^T u(t_0, v) = w(t, h)$ ；其中

$$Lw(t, h) = \int w(t = \sqrt{t_0^2 + h^2/v^2}, h) dh$$

$$L^T u(t_0, v) = \int u(t_0 = \sqrt{t^2 - h^2/v^2}, v) dv。——译者$$

CV叠加的逆过程类似于倾斜叠加的逆过程或者Radon变换（见5.2节），就是说，CV叠加差不多就是它本身的逆，不过，你需要改变一个符号，而且在最后阶段为了修饰 (t_0, v) 空间的速度谱，还需要进行像 ρ 滤波那样的一种滤波运算^①，至此才算结束了工作。正是由于进行 ρ 滤波，才使逆CV叠加有别于CV叠加的转置。

“转置”这个词是指矩阵转置。由于我们现在讨论的数据空间是二维的而一些算子却是四维的，难于看出在这种情形下为什么适用“转置”这个字眼。但是，如果你愿意采用像2.2节中式(2.2.25)和式(2.2.26)那样的变换的话，把这些二维和四维的对象表示成熟悉的一维和二维形式，那时你就会明白“转置”这个词完全是适用的。CV叠加所需要的 ρ 型滤波比普通的 ρ 滤波要稍微复杂一点——详情请参阅Thorson的论文。

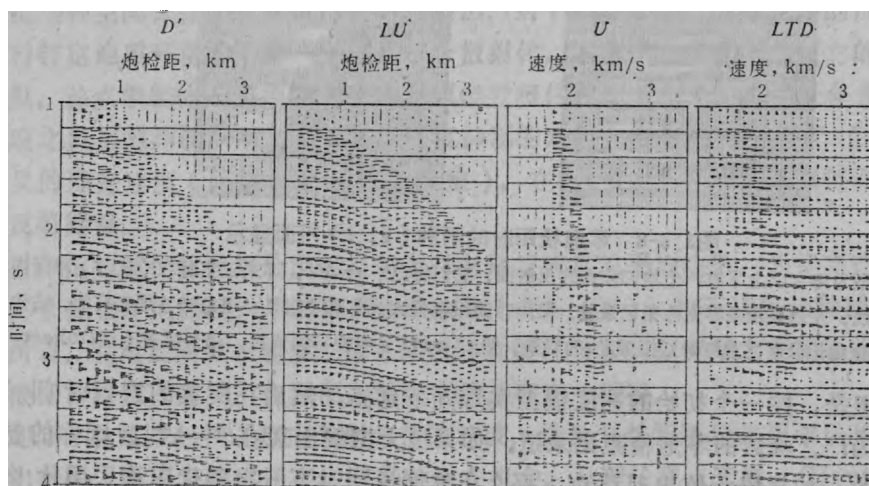


图3.5-7 左端图形D为墨西哥海湾地区的共中心点道集，第二个图形(LU)是第三个图形(U)经过逆正常时差校正和叠加后得到重建数据，最后一个图形(LTD)是第一个图形(D)的CV叠加

图3.5-7是Thorson的速度空间反演的实例。图形D为原始共中心点道集，其次一个图形LU是速度空间的反变换结果，它是D的近似重建图象，其中双曲线同相轴比随机噪声恢复得非常好，随机噪声没有恢复得如此好是因为CV叠加中的速度范围限制取在水层速度与3.5公里/秒之间。图形LTD是对D进行CV叠加之结果，LTD再经 ρ 型滤波处理后得图形U，图形LU就是U的转置CV叠加。

值得注意的是计算如LTD之类的速度谱时，需有大量计算量，必须对每一种速度值来计算CV叠加。下一节和5.4节中，将述及利用波动方程的速度识别方法，各种波动方程方法一般比较节省计算量，不过它们的效果还不完全能对比。

① 设CV叠加结果为 $u(t_0, v)$ ，经 ρ 型滤波处理后为 $u(\bar{t}_0, \bar{v})$ 。所谓 ρ 型滤波即是下列积分运算

$$u(\bar{t}_0, \bar{v}) = \int_0^{\infty} \int_{v_1}^{v_2} F(t_0 - \bar{t}_0, v - \bar{v}) u(t_0, v) dt_0 dv$$

式中， F 为 ρ 型滤波在 (t_0, v) 空间内的脉冲响应

$$F(t_0 - \bar{t}_0, v - \bar{v}) = 4t_0 \left| \frac{\bar{t}_0^2 - t_0^2}{v^2 - \bar{v}^2} \right| H((t_0 - \bar{t}_0), (v - \bar{v}))$$

其中， $H((t_0 - \bar{t}_0), (v - \bar{v}))$ 是一个仅在 (t_0, v) 平面的第2象限和第4象限内取非零值的二维Heavisid阶跃函数。——译者

8. (z, t) 平面方法

在15°延拓方程 $U_{z,t} = -1/2vU_{h,h}$ 中，对深度 z 进行比例标定或对速度进行标定，是没有区别的。所以，以错误的速度进行向下延拓，可能就会向下延拓至错误的深度。Stephen M. Doherty(1975)就曾经在速度估计办法中利用过这种思想。参阅图3.5-8。

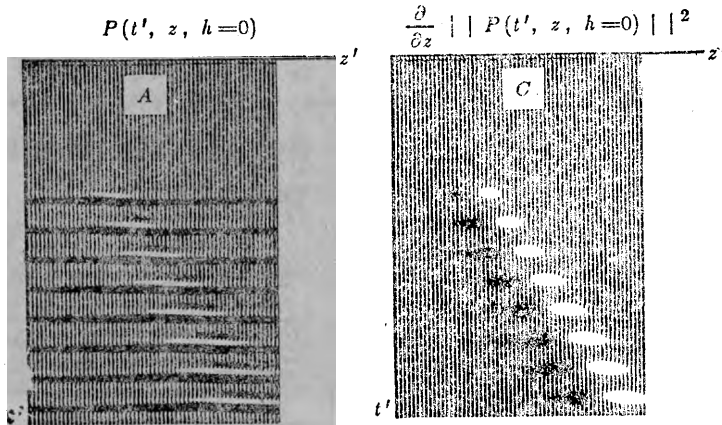


图3.5-8 零炮检距时的两种 (z, t) 平面显示

地层模型为海水层之下有八个均匀分布的反射面，它们相应于 $z=0$ 时，即未延拓时在 (h, t) 平面内的一组双曲线。左边显示是零炮检距记录道，聚焦时的振幅极大尚非明显可见，但是相移是显著的。右边显示是零炮检距记录道之包络对延拓深度 z 的导数，沿 $z' = vt'$ 呈线性排列成行，相当显著（据 Doherty）

这种思想是：按一个初始的速度模型实现向下延拓，然后在所有的旅行时间“深度” τ 上显示出作为 t' 之函数的零炮检距记录道。如果极大振幅出现在 $t' = \tau$ 时，则你的初始速度模型就是对的；如果极大值出现移动，那么在你能说明对下一次叠代应该采用什么速度之前，你得分析一下才好。

9. 将道集分解为高速分量与低速分量

本节将定义一种处理过程，这种处理能够把共中心点道集的反射和折射全部划分为两部分，一部分具有高于某种给定速度模型 $\bar{v}(z)$ 的均方根速度，而另一部分则具有低于 $\bar{v}(z)$ 的速度。

在作这样一种分类之后，可以消除掉低速干扰。再不然，根据速度谱在相应地层速度处应有峰值这种一般假设，可以通过叠代方法求出地层速度。以后将会看到，利用按速度进行数据分类这种方法所具有的线性性质和可逆性，还有可能进行各种不同的数据内插、横向外推以及其他统计处理方法。

处理办法很简单。开始时利用一个共中心点道集，将负值炮检距各道的数据均置零，然后按照速度模型 $\bar{v}(z)$ 把该道集向下延拓。具有小于 $\bar{v}(z)$ 之速度的数据部分将为过偏移，分布于从零炮检距至负炮检距；具有大于 $\bar{v}(z)$ 之速度的数据部分则将为偏移不足，它们将移向零炮检距但不会通过它。所以，低速部分位于负炮检距，而高速部分则位于正炮检距。如果你希望的话，还可以将处理过程反向，使两部分回到原始数据空间。

显然，用一个阶跃函数乘该数据，可能会形成一些不受欢迎的绕射，可是不这么作，你又没有指望能求出一种无限尖锐的速度截止滤波。显而易见，这时可以采取折衷的办法，用斜坡函数来代替阶跃函数就能够减小这种虚假的绕射波。有一种使负炮检距 h 的数据置零的替代办法是变换至波数频率域 (k_h, ω) 内，然后在 k_h 与 ω 之符号互异的两个象限内将数据均置零。

可惜，这种分类方法本身并不会提供速度谱。远离零炮检距 $h=0$ 之处的能量未被聚焦，而且同速度也并非明显有关。由于计算速度谱的需要，进一步推动了发展其他处理方法。

10. 剖面上的反射首波

追踪识别反射首波对一位叠加剖面解释人员来说是件常事。从观测现象上看，这只不过是时间剖面空间 (t, y) 内所见到的一种双曲线渐近线而已。从理论上说，它具有这样一种射线：远离震源沿一水平分界面运动直至遇到某种不规则体、也许是遇到断层，它从那里反射并返回至震源。反射首波有时称为折射反射(**reflected refraction**)。这种同相轴提供了一种很容易的速度估计方法，即 $v=2dy/dt$ 。从数据处理的观点看，像这样一种速度测定方法是出乎意料的，因为自动处理方法是在炮检距空间内提取所有的速度信息，许多解释人员都愿意把这种空间保存在计算机内存中。当然，对于一个要加以追踪识别的反射首波，必须提出一种特定地质环境的解释——这是一个散射体，其能量应强到足以使它的双曲线渐近线明显可见。该点散射体还必须能量强得足以经受得住爆炸组合与检波器组合影响以及CDP叠加影响之典型的抑制作用。受到最高程度抑制的水层速度与地滚波速度，正是叠加剖面上最经常见的那些速度(回想一下Larner条痕)。在3.2节中所示的共炮点剖面上已出现过某些折射反射能量。

根据反射作出的速度估计都是反射点以上所有地层速度的平均结果。为提高速度的深度分辨率，有必要减去不同深度水平的速度估计结果(见5.4节)；由于进行这种减法，就损失了精度。所以，利用反射波求速度，很自然就得出在精度与深度分辨率之间采取折衷办法。另一方面，根据首波估计速度，在深度方面就自然具有高分辨率。

数据处理似乎忽略或轻视了反向散射传播的首波，然则它总能遇着并被加以利用。这种状态必然事出有因，说不定这里还存在有某种潜在机会。从理论观点来看，Clayton的余弦校正法已经证明过，在广角情形时，速度对炮检距的灵敏度和倾角对中心点的灵敏度出现了相反的变化。但是在时间较大时，另一种因素的影响却变得明显起来了：即排列长度可能非常之小于偏移双曲线的宽度。所以，尽管很容易在中心点空间内发现渐近线，可是在炮检距空间内，排列末端上的时移却很小，难以检测。

有什么处理方法既能得益于反射的横向连续性、而又能加强而不是降低这种利用渐近线进行速度测定的能力呢？就以高速度进行叠加为例说起吧，这时需利用下列思想：在任何深度 z 上，频率波数域 (ω, k_y) 内之时间剖面二维变换 $U(\omega, k_y)$ 的功率谱都应在损耗时差参量 $p(z)=k_y/\omega=1/v(z)$ 时出现截止。在功率谱 U^*U 的图形中，或者更恰当地说，在倾角谱的图形中，这种现象将表现为是深度之函数。或许在对待求速度进行倾角空间内的滤波之后，就能够更好地用肉眼检查地震剖面本身了。

波场外推方程是一种全通滤波(*all-pass filter*)，因此，为什么功率谱却是随深度而变化呢？^①它之所以有变化，是因为在任何深度 z 上进行波场外推时，都需要排除掉所有在时间 $t=0$ 之前的地震记录数据。在计算出倾角谱之前，这种数据就已经置零了。这种处理过程如图3.5-9所示。

就我所知，这类速度检测方法还从未有人试过。我相信这种方法是值得作些认真的试验的，即使是在大多数属于层状地质构造的区域，也总会存在有断层和不规则性，这时倾角谱

^①所述方法的处理顺序是：先将时间剖面向下延拓，然后计算已偏移剖面的功率谱；每向下延拓若干步长，就作一次检测。——译者

就能有充分的用武之地。应用这种方法时存在的困难不大可能是由讯号微弱而引起，更可能的倒是近地表速度不规则性而产生的潜在困难。

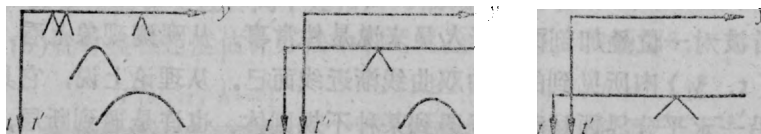


图3.5-9 测定速度的倾角谱方法

为求出任何深度上的速度，只需在剖面的该种深度上搜索出最陡倾角。在左图的地表面上，你可看到地面的地滚波。其余两图表示逐步向下延拓时的状态，速度最慢的同相轴是波速逐次增大的双曲线之渐近线

习 题

(1) 设数据 $P(y, h, t)$ 在中心点 y 变化时保持为恒定。如共中心点道集 $P(h, t, z=0)$ 已知，根据双平方根方程

$$\frac{\partial}{\partial z} P = -i \frac{\omega}{v} \left[\sqrt{1 - (Y+H)^2} + \sqrt{1 - (Y-H)^2} \right] P$$

试定义一个能将 $P(h, t, z=0)$ 变换为 $P(h=0, t, z)$ 的 Stolt 型积分变换。在利用 Stolt 偏移时，应将你的答案按二维 Fourier 变换形式来表示。

(2) 根据互换性设有定义在正值和负值炮检距 h 上的一个 CDP 道集 $u(h, t)$ ，试述下列诸运算对它的影响：采用 Fourier 变换使之变换为 $U(k_h, \omega)$ ；乘以 $1 + \text{sgn}(\omega) \text{sgn}(k_h)$ ；再反向变换至 (h, t) 空间。

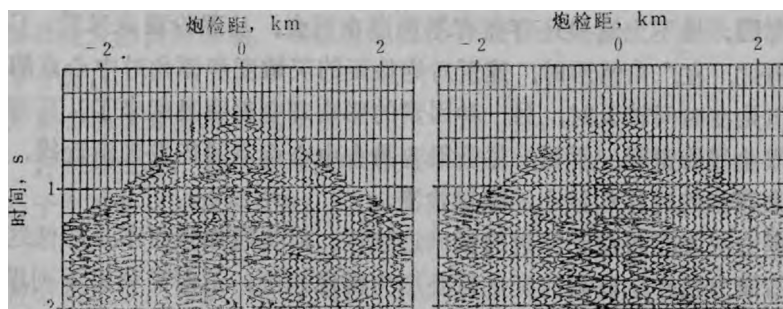


图3.5-E2 这是什么

3.6 偏移与速度估计

我们会经常同时面临倾角、炮检距及速度未知这三种复杂情况，当速度已知时，双平方根方程提供了一个颇有吸引力的解决难题之途径。可是当速度未知时，可就把人难住了，采用上一节中所述那样的速度估计处理办法吧，可它却又是假设没有倾角的情形。在这一节中，我们将建立一种界面存在倾角时进行速度估计的方法。

1. 倾角时差校正——Sherwood 的“魔鬼”方法

倾斜地层与水平方向的交角为 α 时，Levin 关于该倾斜层的反射旅行时间 t 的表达式为（见 3.2 节）

$$t^2 v^2 = 4(y - y_0)^2 \sin^2 \alpha + 4h^2 \cos^2 \alpha \quad (3.6.1)$$

在炮检距与时间的空间 (h, t) 内，这是一支双曲线。以 $\cos \alpha$ 为比例系数将速度 v 放大，

可使这时距曲线同无倾角情形下的时距曲线完全相同^①。常规处理办法就是沿这种曲线进行叠加和速度分析，它常常能有满意结果。有时，结果却不令人满意，因为倾角不是空间的单值函数，例如，断层面附近将会存在绕射，这时它们是所有倾斜同相轴的叠加结果，每个同相轴强度一般均比反射要弱。在同一位置上可以存在许多同相轴倾角，这会使速度估计和叠加受到干扰。

原则上，叠前偏移——它是完整的双平方根方程的某类实现方法——可以解决这种普遍性问题，但是，从何处取得用于偏移方程中的速度呢？尽管仅在涉及小角度时，偏移对速度有点不灵敏，而当所涉及的是广角时，偏移对速度就变得比较灵敏了。

应当考虑一下偏移处理能否与速度估计处理混合使用。J. W. C. Sherwood (1976) 曾经指出偏移与速度估计这两种处理究竟应该如何混合使用。应当把时差校正分为两部分考虑。一部分与炮检距有关，即正常时差校正 (NMO)；另一部分则与倾角有关，这后一部分处理在概念上是新颖的。Sherwood将该种与倾角有关的处理描述为一类滤波处理，但他并未提供方法实现的细节。他把他的处理方法称作Devilish(“魔鬼”方法)，这个词是“*dipping-event velocity inequalities licked*” (倾斜同相轴速度不等量修正)的缩写。以后Yilmaz更为实用性地把该种处理称为叠前局部偏移，但是最后终究还是把这种处理直接称为倾角时差校正 (*dip moveout or DMO*)。我们将首先看一下Sherwood所得结果，然后讨论Rocca的倾角时差校正概念模型，最后是对两种概念上有区别的处理方法进行定量说明。

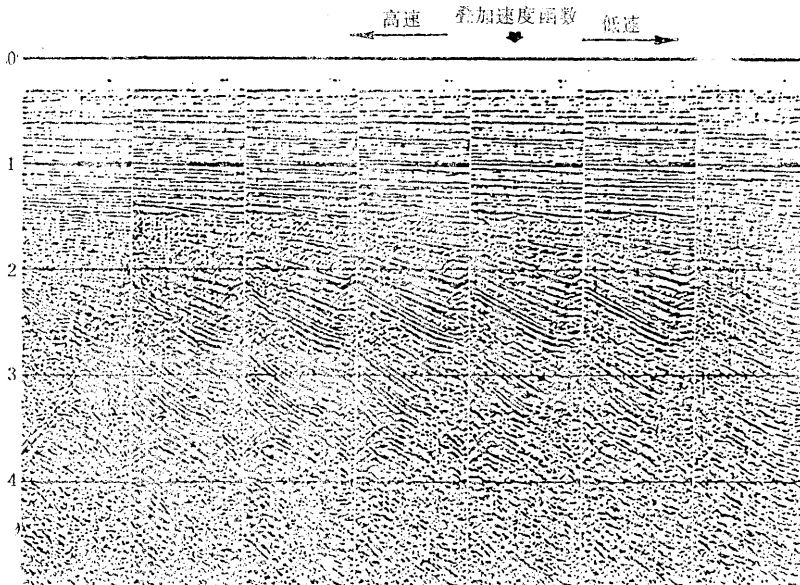


图3.6-1 常规叠加速度扫描 (Digicon公司提供)

图3.6-1是叠加剖面的一小部分，这一部分在图中重复了若干次，每次采用的叠加速度是不同的。要注意图中的特点，采用低速时，水平同相轴占优势；采用高速时，陡倾斜同相轴占优势。在应用Devilish校正之后，像从前一样重新将数据叠加，结果如图3.6-2所示，这时叠加速度不再与倾角有关了。这意味着，在Devilish校正处理之后，测定速度能够无需

①以 $v/\cos\alpha$ 代替 v 时，即得这种结果。——译者

考虑倾角了，换句话说，所有各种倾角的同相轴对始终如一的相同速度都起作用，而不是每一种倾斜同相轴各自预示有一种不同的速度。因此，Devilish这种校正处理对于具有相交同相轴的资料理应能够提供更佳的速度，从而我们也就可以期望得到更好些的最终叠加结果。

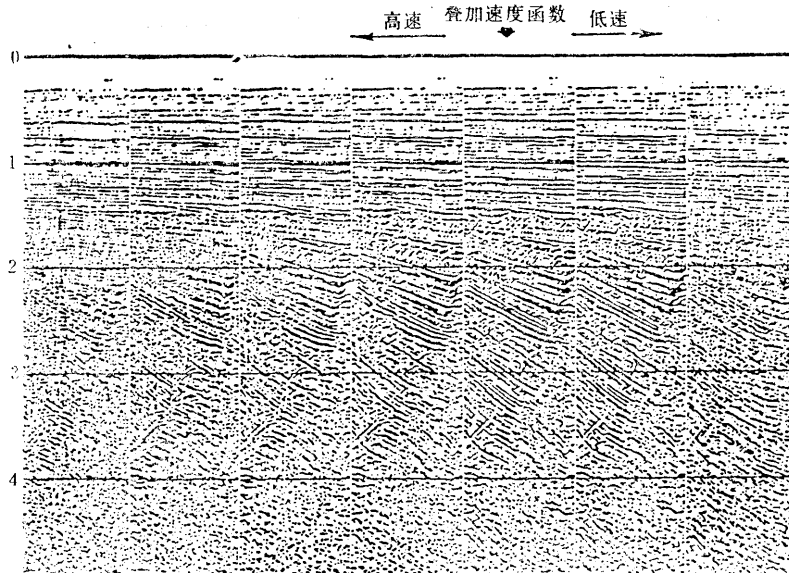


图3.6-2 Devilish叠加速度扫描 (Digicon公司提供)

2. Rocca的扫描算子

Fabio Rocca为Sherwood的倾角校正方法建立了一种概念清晰明确的模型，现在用图3.6-3来阐明Rocca的叠前局部偏移算子 (*prestack partial-migration operator*) 的概念。试想像有一种在某个特定点 (t_0, y_0) 上含有一个脉冲函数的共炮检距剖面 $P(t, y, h = h_0)$ 。其中， t 为反射时间， y 为中心点坐标， h_0 是该剖面所相应的固定炮检距。由于只有 (t_0, y_0) 一个点上才有反射脉冲，这种资料所暗示的地层模型应是一个形状如半椭圆的反射面，炮点在该椭圆的一个焦点上，接收点位于另一焦点上。根据这种地层模型，采用正演模拟方法可作出一个相应的零炮检距剖面来，就是说，将半椭圆上的每一点扩展成双曲线，即可得出零炮检距剖面。将共炮检距偏移和零炮检距绕射这两种运算结合起来，就得出了Rocca算子。

Rocca算子就是图3.6-3中的密切曲线 (*curve of osculation*)，即各双曲线彼此得到增强之处的微笑曲线 (*smile-shaped curve*)^①。如在椭圆弧上处处作出如图3.6-3所示的许多双曲线，而不是在几个孤立的点上作双曲线的话，这时该密切曲线就会在图上成为仅有可见的东西了 (而且还使你看不出它是从何而来)。

Rocca微笑曲线弧所相应之旅行时间的解析表达式表明，该弧是位于图3.6-4所示的一个扁椭圆的末端部分。我们将略去这个微笑曲线方程的导出过程，最终可证明该方程为

$$\frac{(y-y_0)^2}{h^2} + \frac{t^2}{t_0^2} = 1 \quad (3.6.2)$$

①该曲线状似人们微笑时的嘴，是以得名。——译者

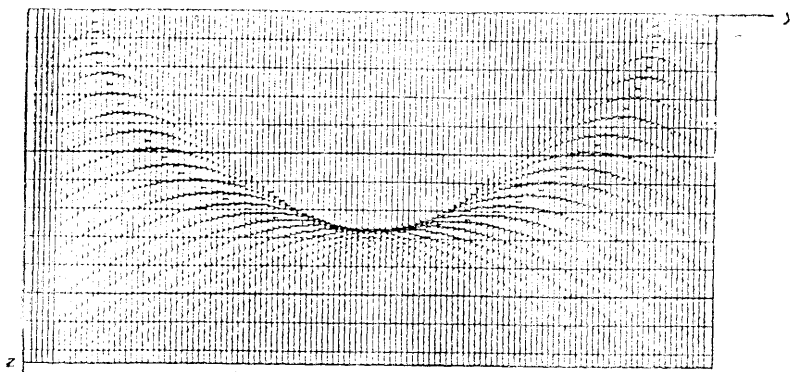


图3.6-3

Rocca叠前局部偏移算子就是一种双曲线叠加, 各该双曲线之顶点均位于半椭圆上。将Rocca算子遍及中心点应用于共炮检距剖面, 就可将该剖面转换为零炮检距剖面 (据Gonzalez)

从这个方程看, Rocca算子好像是同速度无关似的。其实, 它并不完全如此, 因为微笑曲线是在满足 $dt/dy=2/v$ 关系的点上才截止的。

Rocca算子把共炮检距剖面变换成为零炮检距剖面, 这种变换过程达到两个目的: 第一, 它完成正常时差校正; 第二, 它完成Sherwood倾角校正。沿共炮检距剖面的中心点坐标轴进行如图3.6-3所示的运算, 只在一个时间 t_0 上得出零炮检距剖面作为输出。对于每一个时间 t_0 , 必须设计出不同的Rocca算子, 所有 t_0 值时得出的输出必须叠加起来。图3.6-5所示就是若干 t_0 值时的若干个Rocca微笑曲线之叠加结果。

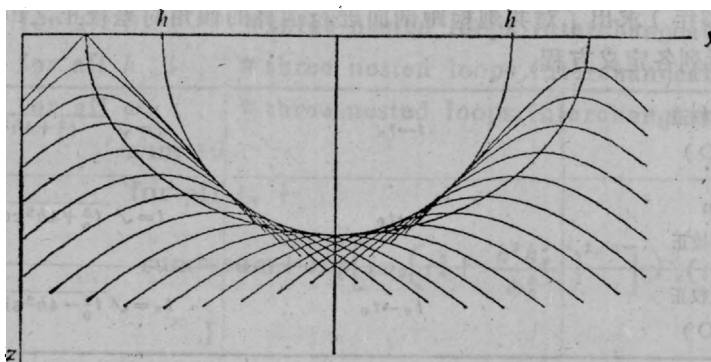


图3.6-4 Rocca微笑曲线 (据Ronon)

从实用的观点看, 这种算子特别有吸引力, 因为对各个共炮检距剖面进行偏移处理时, 不是利用大而宽的椭圆进行大数据量处理, 而只需要狭而小的 Rocca算子。由图3.6-5可知, 倾角时差校正算子^①内的能量集中于该曲线底部附近很狭的范围内; 在极限情形下, 半椭圆趋近于半圆, 那就是说, 在 h/vt_0 值较小的情形下, 能量全部趋向底部。当所有能量集中于底部一个点附近时, 该Rocca算子实际上就变成一个 δ 函数。在各炮检距均被校正为零

①文中所述倾角时差校正算子 (dip moveout operator)、Rocca微笑曲线、Rocca算子、Rocca叠前局部偏移算子, 密切曲线等等, 大体均指同一类运算。——译者

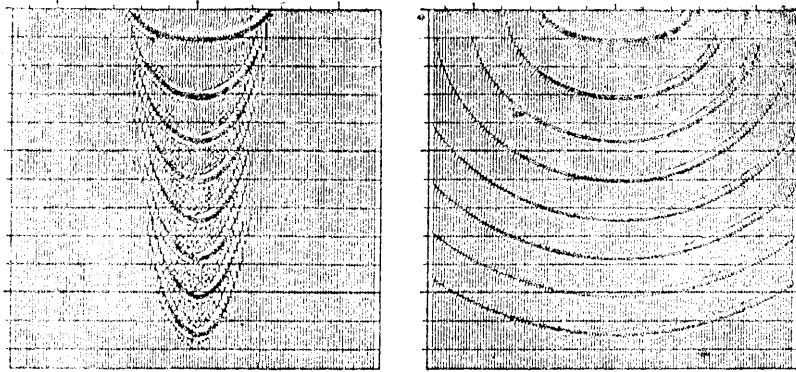


图3.6-5 倾角时差校正之点源响应(左图)与共炮检距偏移扫描(右图)的比较(据Hale)

炮检距情形之后,根据正常时差剩余校正确定速度,然后再将数据叠加并偏移。

Rocca椭球体的扁度(narrowness)在两种意义上有好处,从实用上说,它意味着在完成速度估计和叠加以前,不需要将很多的中心点资料数据输入于计算机内存;更为重要的是,由于算子所需的运算如此简洁紧凑,它确实不必对数据作大量运算。这点好处很重要,因为运算是在完全已知速度之前的早期阶段完成的,所以有可能令人满意地选取区域性的恒定值、例如取2.5公里/秒作为Rocca算子所需的速度值。

若有倾角时差校正算子的旅行时间曲线表达式,可能会有助于Kirchhoff积分求和型的偏移扫描处理,这将要求某些代数推导演绎,由此可导至Ottolini与Hale所建立算子本身的Fourier变换表现形式。

3. Hale的共炮检距倾角时差校正

Hale(1983年)求出了对共炮检距剖面进行运算的倾角时差校正之Fourier变换表达式。参阅下表所列各定义方程:

正常时差校正 (NMO)	$t \rightarrow t_n$	$t = \sqrt{t_n^2 + 4h^2/v^2}$
Levin 正常时差校正	$t \rightarrow t_0$	$t = \sqrt{t_0^2 + 4h^2 \cos^2 \alpha / v^2}$
倾角时差校正 (DMO)	$t_n \rightarrow t_0$	$t_n = \sqrt{t_0^2 - 4h^2 \sin^2 \alpha / v^2}$

将倾角时差校正(DMO)方程代入正常时差校正(NMO)方程中,就得出Levin正常时差校对方程^①。

要利用上表中的倾角关系方程,需知地层倾角 α ,该倾角可由零炮检距剖面测定。在Fourier空间内的零炮检距剖面上,该倾角的正弦为 $vk_y/2\omega$,其中 k_y 为沿中心点坐标 y 的空间波数;为强调这种测定仅应用于零炮检距剖面,我们总将 ω 写为 ω_0 ,即

① t 为反射时间, $2h$ 为炮点至检波点的炮检距, v 为地层速度, α 为地层倾角, t_0 为中心点(炮点与检波点之间的中心点)下之界面的双程垂直时间(垂直深度 $vt_0/2$)。若炮点位于上倾方向,检波点位于下倾方向,则炮点下界面的双程垂直时间为 $t_0 - 2hs \sin \alpha / v$,检波点下之界面双程垂直时间为 $t_0 + 2hs \sin \alpha / v$,由此可知,时间 t_n 为上述两种垂直时间的几何平均值。——译者

$$\sin\alpha = \frac{vk_y}{2\omega_0} \quad (3.6.3)$$

不存在倾角时,正常时差校正应将任何记录道转换成零炮检距记录道。类似地,存在倾角时,正常时差校正与倾角时差校正联合应用将把任何共炮检距剖面转换为零炮检距剖面。按这种方式由共炮检距剖面制造出来的拟零炮检距剖面 (*pseudo-zero-offset section*) 将以 $P_0(t_0, h, y)$ 表示。首先按中心点坐标 y 取其 Fourier 变换对偶 k_y , 然后遍及时间 t_0 取 Fourier 变换, 得

$$P_0(\omega_0, h, k_y) = \int e^{i\omega_0 t_0} P_0(t_0, h, k_y) dt_0 \quad (3.6.4)$$

将积分变量由 t_0 改变为 t_n , 则

$$P_0(\omega_0, h, k_y) = \int \frac{dt_0}{dt_n} e^{i\omega_0 t_0(t_n)} P_0(t_0(t_n), h, k_y) dt_n \quad (3.6.5)$$

用正常时差校正之后的资料 P_n 来表示被积函数, 采用 $P_n(t_n, h, k_y) = P_0(t_0(t_n), h, k_y)$ 的办法即可作到这点

$$P_0(\omega_0, h, k_y) = \int \frac{dt_0}{dt_n} e^{i\omega_0 t_0(t_n)} P_n(t_n, h, k_y) dt_n \quad (3.6.6)$$

同采用 Stolt 偏移处理时一样, 上述变换中与 dt_0/dt_n 有关的 Jacobi 函数行列式对各项均起标定作用, 但是对时移则不起作用。倾角时差校正 (DMO) 实际上是利用指数项完成的。

略去该 Jacobi 函数行列式项 (它将近为 1, 作用确实不大), 整个处理过程可用程序概略表示如下:

```

P(ky) = FT [ P(y) ]
Pn(tn) = NMO [ P(t) ]
for all ky { # three nested loops, interchangeable
for all h { # three nested loops, interchangeable
for all ω0 { # three nested loops, interchangeable
sum = 0
for all tn {
sum = sum + exp [ iω0 ( tn2 +  $\frac{h^2 k_y^2}{\omega_0^2}$  )1/2 ] Pn(tn, h, ky)
}
P0(ω0, h, ky) = sum
} } }
p0(t0, h, y) = FT2D [ P0(ω0, h, ky) ]

```

要注意, 在程序的内循环中的指数项是与速度无关的。倾角时差校正方程 (DMO) 中的速度在用式 (3.6.3) 代换 $\sin\alpha$ 以后就消失了, 所以倾角时差校正并不依赖于速度。

以上概述的处理过程要求在倾角时差校正之前进行正常时差校正 (NMO)。要是顺序颠倒, 就会成为一种近似方法。遗憾的是我们不得不这么颠倒, 因为我们不知道速度, 宁可在需要进行速度估计的正常时差校正 (NMO) 步骤之前来完成计算量大的这种与速度无关之

倾角时差校正 (DMO) 步骤。图3.6-6为倾角时差校正处理结果。

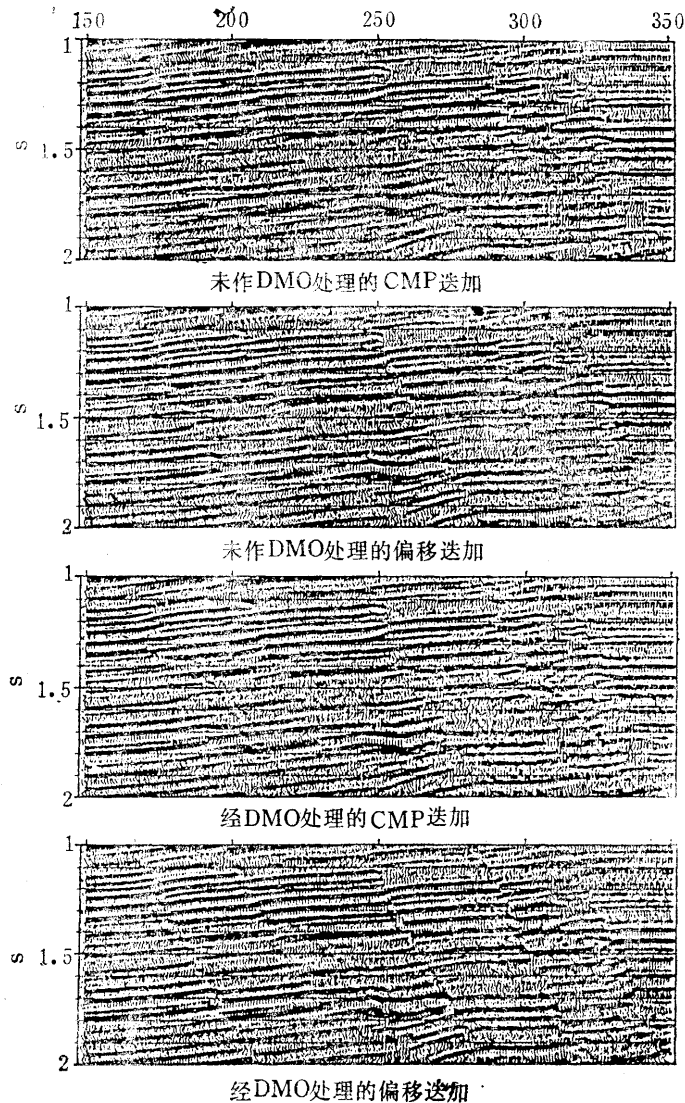


图3.6-6 倾角时差校正处理的剖面 (据Hale, 1983)

4. Ottolini 的径向记录道 (Radial trace)

普通我们都把共中心点道集看作是地震记录道的一个集合, 即许多时间函数的集合, 每一个时间函数相应于某个特定的炮检距 h 。但是, 这种 (h, t) 数据空间能够以不同的坐标系统加以表示。Turhan Taner 所介绍的径向记录道系统是具有某些美妙属性的一种坐标系统, 在这类系统中, 不是按恒定炮检距 h 来取记录道, 而是按恒定角度取记录道。这种思想如图3.6-7所示。

除有某些以后将变得更明显的理论优点之外, 这种系统还有一些实用优点, 其中, 值得注意的是:

- (1) 各记录道均匀填满非零数据空间;
- (2) 在较小时间上, 各记录道在短波长之处彼此紧靠近, 而在长波长之处则分开较

宽；

(3) 给定记录道上的能量代表波动沿一固定角度方向的传播情况。

这最后一个特征对于具有多次反射的数据特别重要(见5.6节)，不过，就我们的讨论目的而言，径向记录道的最佳属性还是另外一种。

Richard Ottolini曾注意到，地层内的点散射体在径向记录道剖面上表现为准确的双曲线，而不是具有平缓顶部的双曲面。点散射体的旅行时间曲线或Cheop金字塔形的曲线族，可写成“弦长度”方程或扁圆方程(见3.2节)。作下列定义

$$\sin\psi = \frac{2h}{vt} \quad (3.6.7)$$

并代入3.2节中的式(3.2.13)内，得

$$vt = 2 \left[\frac{z^2}{\cos^2\psi} + (y - y_0)^2 \right]^{1/2} \quad (3.6.8)$$

用 $\cos\psi$ 来标定 z 轴，又完全重现圆和双曲线的情形！现将隐含的双曲线表示成图3.6-8中所示的三维图像。

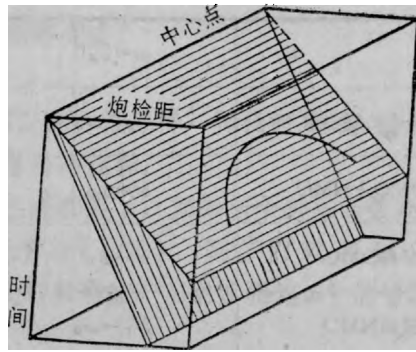


图3.6-7

在反射地震测线数据体积的内部，是称为径向记录道剖面的平面。地层内部有一个点散射体，则径向记录道剖面上就有一支双曲线

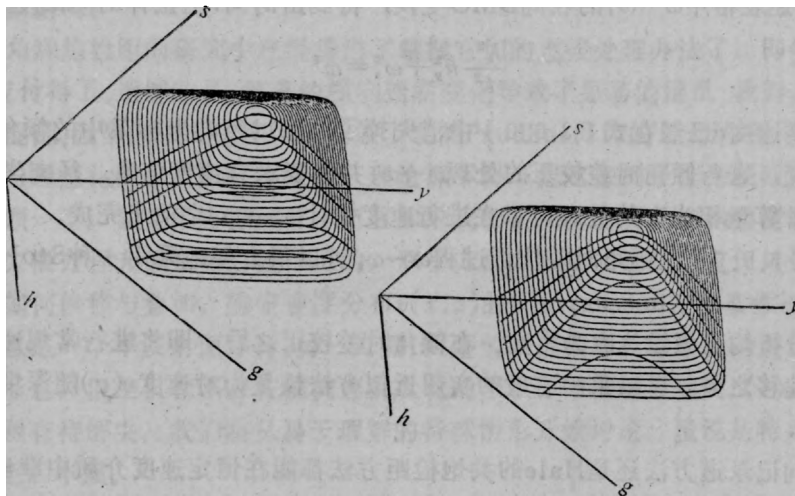


图3.6-8 在Cheop金字塔中是平顶的双曲线，在径向记录道剖面上却是绕射双曲线

我们将会看到，图3.6-8中的径向剖面内的双曲线比固定炮检距 h 时所看到的平顶双曲面更容易掌握一些。参考下表定义倾角时差校正的方程和定义径向记录道坐标系内之普通的时差校正的方程，就会明白这点。

下表中的第二个方程就是零炮检距偏移采用的爆炸反射面方程，在双平方根方程中令

偏 移	$\omega \rightarrow k_z$	$k_y^2 + k_z^2 \cos^2 \psi = 4\omega^2 / v^2$
零炮检距绕射	$k_z \rightarrow \omega_0$	$k_y^2 + k_z^2 = 4\omega_0^2 / v^2$
DMO+NMO	$\omega \rightarrow \omega_0$	$\frac{1}{4} v^2 k_y^2 \sin^2 \psi + \omega_0^2 \cos^2 \psi = \omega^2$
径向DMO	$\omega \rightarrow \omega_s$	$\frac{1}{4} v^2 k_y^2 \sin^2 \psi + \omega_s^2 = \omega^2$
径向NMO	$\omega_s \rightarrow \omega_0$	$\omega_0 \cos \psi = \omega_s$

$H=0$ 也可以得出该式。如该式所示，它包含有地层速度而不是半速。方程(3.6.8)说明，用 $\cos\psi$ 将 z 坐标轴加以标定，则不同 ψ 值时的各双曲线就全都联系在一起，具有同一个形式了。根据 Fourier 变换理论，用一个除因子 $\cos\psi$ 对 z 进行标定就会相当于用一个乘因子 $\cos\psi$ 将 k_z 加以标定。这就意味着，上表第一个方程可以适用于径向记录道剖面上的偏移双曲线和绕射双曲线^①。从第一个和第二个方程中消去 k_z ，得出上述 $\omega \rightarrow \omega_0$ 时的第三个方程，这个方程把所有炮检距（实际上就是任何径向角度）偏移至零炮检距的运算同后来在零炮检剖面上进行绕射扫描的运算全结合在一起了，所以总效果就是炮检距延拓、即正常时差校正（NMO）和倾角时差校正^②（DMO）。上表最后两个方程是把 $\omega \rightarrow \omega_0$ 时的第三个方程分解成 $\omega \rightarrow \omega_s$ 和 $\omega_s \rightarrow \omega_0$ 的两个相继过程，这两个处理过程像是 DMO 和 NMO，但是运算均在径向空间内进行。径向 NMO 是一种简单的时不变（time-invariant）拉伸，因此采用符号 ω_s 。

同共炮检距剖面的情形不同，现在的径向空间之倾角时差校正是能够在进行拉伸、速度估计这些步骤之前完成的。让我们来论证一下倾角时差校正确实真的与速度无关。将式(3.6.7)代入前述表格中 $\omega \rightarrow \omega_s$ 的径向 DMO 变换，得到由时间 t 至拉伸时间的变换方程

$$\frac{h^2}{t^2} k_y^2 + \omega_s^2 = \omega^2 \quad (3.6.9)$$

我们可观察到速度 v 已经在式(3.6.9)中消失掉了，所以径向坐标系中的倾角时差校正确实不依赖于速度，进行倾角时差校正的处理 $\omega \rightarrow \omega_s$ 并不要求有速度信息。径向坐标系提供的好处就是这种计算量相当大的处理可以在进行速度估计 $\omega_s \rightarrow \omega_0$ 之前来完成。

利用式(3.6.9)，倾角时差校正过程 $\omega \rightarrow \omega_s$ 可以很方便地采用一种 Stolt 型的算法来实现。

前面的分析均已假设速度为常数。在倾角时差校正之后，即将进行常规速度分析、叠加和零炮检距偏移之前，可以采用有效的实用近似方法恢复为对速度 $v(z)$ 随深度而变情形的分析。

无论径向记录道方法还是 Hale 的共炮检距方法都能在恒定速度介质中准确地解决所有角度问题，可是没有一种方法能准确处理速度分层情形下的问题，连能否作到这点也不清楚——因为没有一种方法是源于双平方根方程的。Yilmaz (1979) 关于 DMO 方面的工作是源于双平方根方程的，所以他的方法对于速度分层情形可望是严格的，但是 Yilmaz 也不能避

① 这个方程即是径向记录道剖面偏移与绕射的频散方程，炮检距信息隐藏于角度参量 ψ 内。——译者

② 这个频散方程所描述的是将径向剖面转换为零炮检距平面的运算过程，它将 ω 转换为 ω_0 ，事实上就是将时间 t 转换为中心点位置上的双程垂直时间 t_0 。——译者

免与角度有关的近似处理问题。因此，理论工作尚有待完成。

5. 倾角时差校正的抗假频特性

你可能会想，如果将 (y, h, t) 空间以采样间隔 Δy 沿 y 轴采样，则任何最终偏移剖面 $P(y, z)$ 将没有比 Δy 更高的空间分辨率了。其实情形并不这样。

此处起作用的基本原理自Shannon时代以来就已经知道了，如果一个时间函数及其导数均按时间间隔 $2\Delta t$ 进行采样，倘若信号的原始宽度低于 $1/(2\Delta t)$ ，则它们就可以完全重建。更一般性地说，如果一个信号用 m 个独立的滤波器来滤波，而且所得这 m 个信号均按间隔 $m\Delta t$ 来采样，则该信号就可以被恢复。

这里的问题是如何将这种概念应用于地震资料。基本信号是地层模型，它的各种不同滤波后的形式就是共炮检距剖面。记住，当增大炮检距时，CDP叠加的反射点是移向上倾方向的。进一步的细节可参阅Bolondi、Loinger和Rocca(1982)的论文，他们首次指出了倾角时差校正的抗假频特性。在对三维地震资料的兴趣日益增大的这个时期，应该对倾角时差校正的抗假频的特性给予特别的注意。

习 题

(1) 试述Hale的倾角时差校正处理中Jacobi函数行列式的影响。

3.7 横向速度变化

对于进行解释的地质家来说，横向速度变化就是使地震剖面中产生了强烈畸变。其实，畸变比它看上去的样子还要糟。地球物理学家则面临着挑战，试图以定量方式去处理速度横向变化问题。首先是，如何才能可靠地估计横向速度变化的大小？然后是，我们敢将这些估计用于重处理数据吗？

我们从倾角和炮检距的研究中已经得出了掌握它们的直接处理办法了，即使在二者同时存在时，也能应付得了。遗憾的是，显著的横向速度变化导致了显著的混乱，我们必须想办法克服的就是这种混乱。强烈的横向速度变化掩盖了北美Prudhoe海湾的最大油田。幸好，我们有许多易于理解的理想化例子，任何“终极的”理论都不得不把这些例子作为极限情形来解释。

让我们回顾一下。如把平方根展开，而且如果我们接受精确度受倾斜角度影响的通常限制，那么双平方根方程大概是可以起作用的。双平方根方程的问题是，它仅只告诉我们一旦速度已知时应如何偏移与叠加。确定速度分布 $v(x, z)$ 的Kjartansson方法要假设有直射、没有倾角、而且是一个平反射面才行。另一方面，同叠前局部偏移一起进行的叠加，允许有任何散射体几何形态，但是仅在不存在横向速度变化的假设下才能确定速度 $v(z)$ 。很清楚，这里还有许多问题有待解决。我们将从易于理解的特殊情形开始讨论，虽说是特殊情形，但却能非常深入问题的本质。

1. 替代速度——使海水层冻结起来

有时运气好，可以知道速度。也许你知道速度是因为你正在处理合成地震资料；也许你知道它是因为你已经钻了三百个浅孔；或许你能够作出很好的估计是因为你手上有已经知道海水层深度的剖面资料，所以你还愿意去猜测沉积地层的速度。实际上，速度问题往往是一种表层中存在的问题。或许你的地震电缆正巧从红海内不常见的灰岩礁上拖曳而过，因而你可能知道速度。

假定速度已知并已知近地表面处有横向变化，这时你应考虑采用关于替代速度 (*replacement velocity*) 的思想。例如，假如你能叫红海的海水冻结起来，恰好使它硬到足以使冰层速度与灰岩礁速度相等为止，那样就会消除深层反射的不必要的复杂性。当然，你不可能真使红海冻结，但是你可以将资料重新处理，试图去摹拟如果你能作到使它冻结时就会记录到的地震资料。

首先，把数据资料向下延拓至速度横向变化带以下的某个基准面，然后经过均匀的替代介质将它向上延拓返回至地面。

尽管原则上是可以将双平方根方程应用于这项目的，可是实际利用它太费时间，因而不大现实。最好的办法是研究出一种把上行与下行两种运算结合在一起的方法。既然这两种运算大部分是彼此反向的，则无论怎样处理资料都应该只是一种差函数。例如，下列方程：

$$\frac{\partial P}{\partial z} = i\omega \left[\frac{1}{v(s)} + \frac{1}{v(g)} - \frac{2}{v_{avg}} \right] P \quad (3.7.1)$$

就是将向下延拓同向上延拓结合起来，因而在各项速度近乎相同时，只不过使波场 P 有很小变化。方程 (3.7.1) 基本上是一种时移方程。有一种以静校正而著称的生产性处理方法，“静”这个词意味着时不变，亦即时移的大小不随时间而变。当适宜的校正仅仅是静态时移时，地层模型就只在近地面处才有横向速度变化，情形往往就是如此。因为速度 $v(s)$ 与 $v(g)$ 可以是深度 z 的任何函数，所以方程 (3.7.1) 也有能力作时变的时移。由于正规采用的是较大的炮检距，所张角度属于广角，因而有希望把方程 (3.7.1) 推广到广角情形。在 Lynn (1979年) 的论文内即有这类推广。Lynn 还指出：如何才能写出偏微分方程去描述横向速度变化对叠加速度的影响。Berryhill (1979) 阐述了采用 Kirchhoff 方法处理不规则基准面的问题。

在实际应用中，对横向速度变化进行估计的问题通常比偏移时应用这些速度要麻烦得多。根据大量观测，包括高程测量、由炮井底部至地表的旅行时间测定、以及反射地震记录互相关函数的计算等，估计出静态时移。Wiggins 等人 (1976) 曾提出过一种根据相关观测确定静态时移的方法。

在较深层也有速度横向变化的地方，时移变成与时间有关，这种情形称作动态时移问题。为计算动态时移，得假设倾角为零。通过一假想的具有横向可变速度的模型作射线追

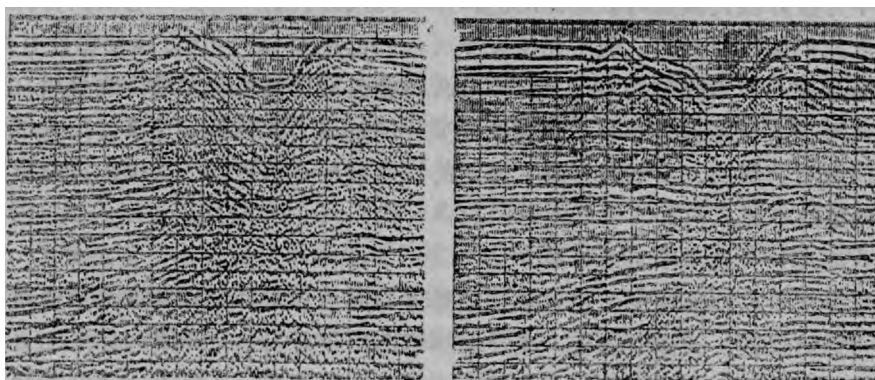


图3.7-1 菲律宾地区的资料(左图)，经过动态时移校正之后的结果(右图)
(据Dent, 1983)

踪；再通过一具有横向恒定速度的参考模型作射线追踪。这两种模型的旅行时间之差就定义了动态时移，见图3.7-1。该处的横向变化涉及范围还很深，所以问题看上去更像一个偏移问题。图3.7-2是Digicon公司采用一种称作REVEAL的处理方法所得结果，不过他们没有透露究竟采用的是时移方法还是波动方程方法。

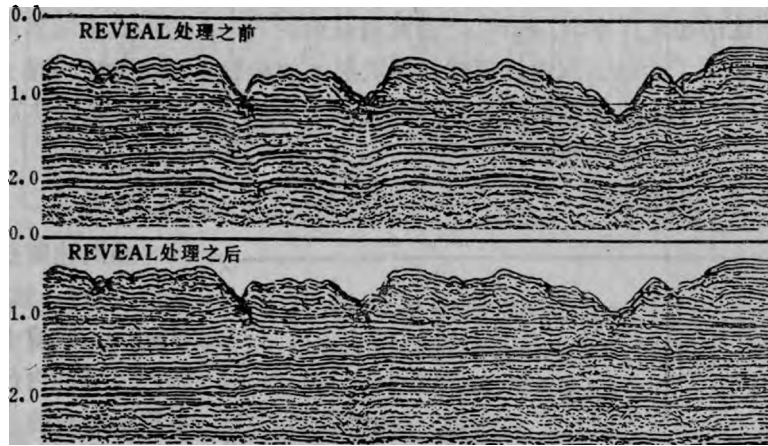


图3.7-2 采用替代速度进行处理的例子。

可以看出，较深的地层现已较平缓且更连续（Digicon公司提供）

2. 双曲线顶点的横向移动

图3.7-3所示是一个点散射体，位于呈三十度倾斜的低速楔形层之下的高速层内，这是许多横向速度变化问题的一种典型情形。地表上的到达时间将是粗略呈双曲线形，但具有某种畸变，因为在分界面上出现有速度跳跃变化。时距曲线的极小（即双曲线的顶点）业已偏离它的通常位置，不是正在该点散射体之上方。可以看出：

- (1) 在极小时间时，射线垂直向上出射；
- (2) 极小时间位于该点散射体所在的高速一侧；
- (3) 极小时间偏离该散射点的位移，随炮检距之增大而增加。

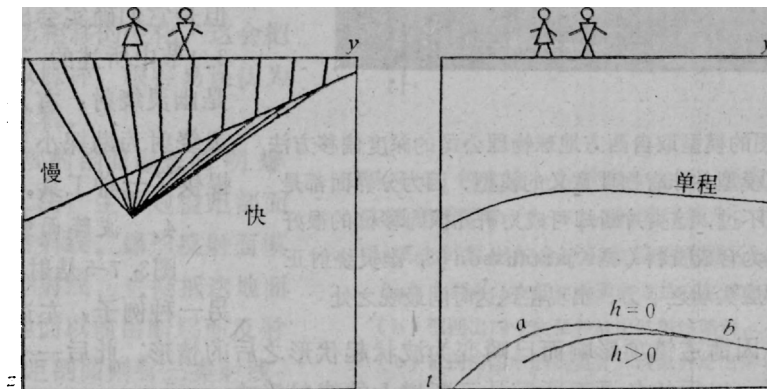


图3.7-3 位于速度楔形层之下的散射点的出射线（左图），时距曲线（右图）

图中，a点处的斜率是b点处斜率之负值。a与b之间的中点位于 $h>0$ 时的曲线之顶部

时距曲线大体呈双曲线形，但是左侧的渐近线给出左侧介质的速度，而右侧的渐近线则给出右侧介质的速度。

设自散射点至地面 x 点的旅行时间记为 $T(x)$ ，这时对共炮检距剖面来说，旅行时间 $t(y)$ 就是

$$t(y) = T(y+h) + T(y-h)$$

为求出最早到达的初至，令 $dt/dy=0$ ，由此可证明图3.7-3中的 a 点上的斜率应是 b 点上斜率之负值。这点表明了为什么双曲线顶部偏离散射体的位移是随炮检距而增大的^①。

横向速度变化使双曲线丧失了对称性，从计算上说，这就是透镜项使双曲线发生了歪斜，引起了它的顶点作横向移动。

3. “幽灵”绕射

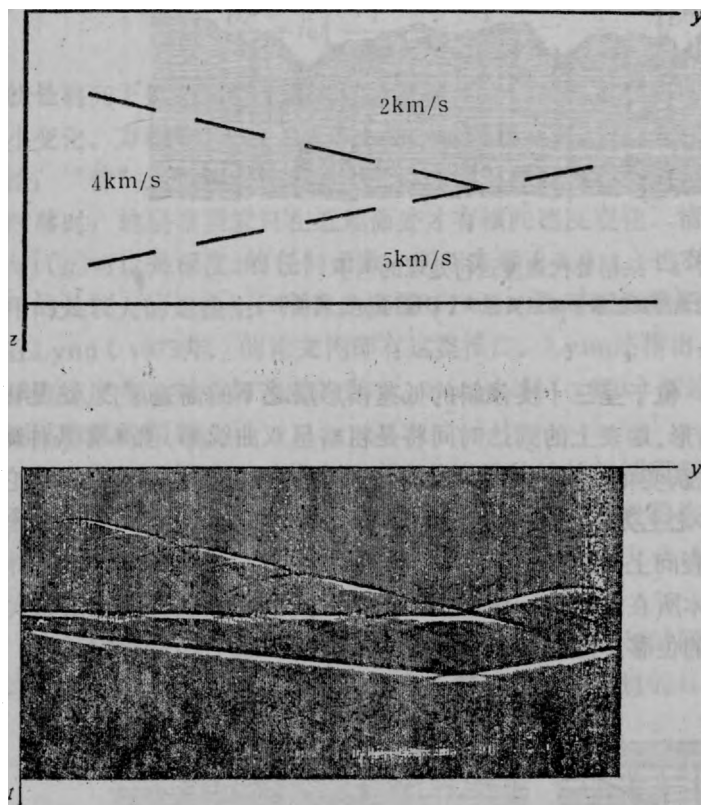


图3.7-4 上图的模型取自西方地球物理公司的深度偏移方法小册子。该模型并非有物理意义的模型，因为分界面都是呈片断状；不过，这类片断却可成为研究横向移位的很好案例。下图为合成资料（据Kjartansson），幽灵绕射正位于楔形层尖端之下方，出现在到达时间最晚之处

表示平面波刚好在因薄透镜项影响而已畸变为波状起伏形之后的情形。此后一个画面是薄透镜项的影响消失了，以后的各画面所示是不断增大的绕射影响。

横向速度变化的第二个例子是图3.7-4，该图也是取自Kjartansson的博士论文。图中所示物理模型是由代表反射面之断续线段所分开的三个具有恒定速度的楔形层，该模型的底边也代表一个反射面。图3.7-4中的波场利用爆炸反射面计算方法作出，Kjartansson把该种计算方法看作是零炮检距剖面的合理近似。注意，在速度为4公里/秒的楔形层尖端的下方，在底部水平反射面上有一个小绕射。因为这样一种绕射与可辨认出的平坦反射面毫无关系，所以给它取名为“幽灵”绕射（Phantom diffraction）。幽灵绕射不容易识别，但是它们确实会出现。实际上，3.1节中所述的“亮点”大概就是幽灵绕射；有人曾报导过，幽灵绕射为勘探小型的高速灰岩礁提供了一种工具。

4. 波阵面愈合

图3.7-5是射线发生弯曲的另一种例子，左边第一个画面表

①必须同时还考虑到双曲线的不对称性质，才能得此结论。——译者

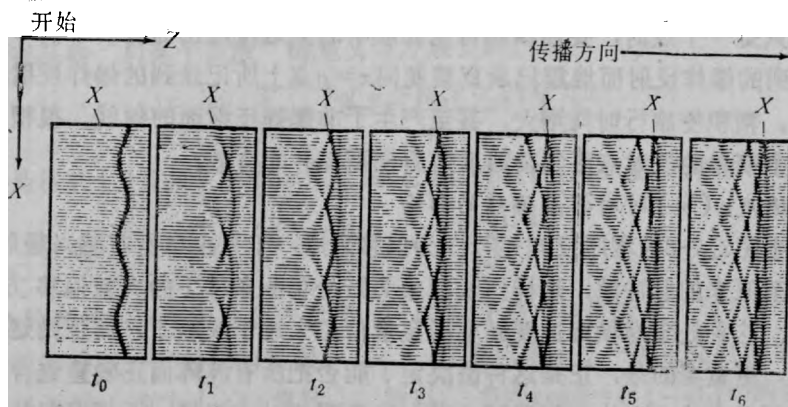


图3.7-5 左侧第一个画面所示是刚好因薄透镜项影响而畸变为波状之后的平面波。在此之后，薄透镜项的作用消失。以后的相继画面所示是绕射影响不断增大。注意波束拉长和初至愈合的现象（取自《地球物理数据处理基础》一书，页213）

5. 断层面反射

通过地层内一个垂直断层时，速度变化将是水平坐标的一个简单阶跃函数。因为反射系数和透射系数与角度有关，传播通过这样一种断层的射线会经受振幅变化。由于有共同的近于垂直的射线，只要存在很小的速度差异就能产生很强的内部反射。根据这个道理，陡断层应当是畸变得更多，从而断层在小炮检距剖面上就比大炮检距剖面或叠加更容易辨别出来。

在 (y, t) 空间内观察时，这种现象就有点更为混乱。图3.7-6系由 Kjartansson 计算出，他曾在这次测验中将该图作为考试题目。请你研究一下这个图并回答说明中提出的那些问题。这里提示一下：超过临界角的反射射线要经历相移的变化，这会把一个脉冲变成双脉冲，很容易误认为是两种射线路程。

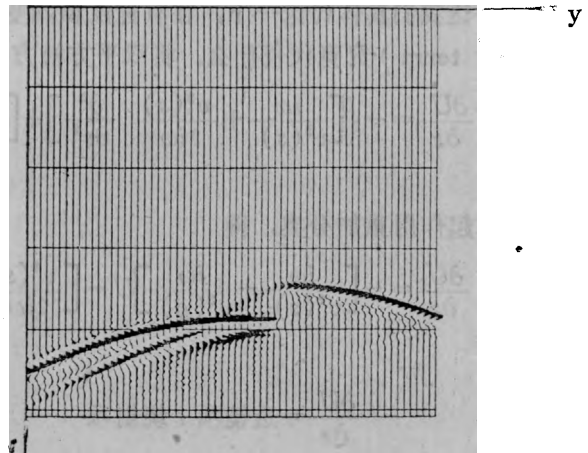


图3.7-6 包含有一散射点并在通过垂直接触面时存在速度跃变 $v_1/v_2=1.2$ 的地层模型，根据爆炸反射面概念计算出的合成时间剖面（据Kjartansson）

图3.7-6展现的剖面形态说明爆炸反射面模型无法产生零炮检距剖面上能见到的所有射线。爆炸反射面模型产生两种类型射线：直接抵达地面的射线和到达地面以前由断层面反射的射线。零炮检距剖面则有三类射线：两种射线路程与前述相同，但有双倍旅行时间，一次是上行，一次是下行；另外就是图3.7-6中没出现的射线，

- 散射点是在低速介质内还是在高速介质内？
- 识别出四个波至并绘出其射线路程；
- 识别出图中的两类计算假象并给出解释；
- 找出图中的消逝波 (*evanescent wave*)
- 找出超临界角反射的相移；
- 零炮检距剖面上应该有一个图上没有的射线，试说明这个射线应在何处出现

即在一个路程中遇到断层面而在另一个路程中则遇不到断层面。

当反射体只是一个点时，要作横向可变介质中的共炮检距剖面有一个简单办法，就是把 $x=s$ 点上记录到的爆炸反射面地震记录直接就同 $x=g$ 点上所记录到的爆炸反射面地震记录按时间进行褶积。褶积使旅行时间增大，甚至产生了非爆炸反射面的射线。很糟糕的是，这种技术对于比一个简单的反射点更复杂的反射面模型却并非有效。

6. 误用速度 $v(x)$ 时对深度偏移的影响

可以将产生图3.7-6的程序反向运行作为偏移来用，于是来自所有感兴趣射线的能量就倒退返回至原来的脉冲源，这样作法能成为野外观测条件下的有效偏移方法吗？回答是，未必如此。这种处理对横向速度跃变的定量信息太过于灵敏了，而正是这种定量值才能确定反射系数，更重要的是，正是这种值决定了能否把所有波阵面正确重组而聚焦为一脉冲。为搞清楚不正确的速度值如何能形成进一步的误差，试想像一下采用双曲线绕射扫描偏移方法时的情形。应用于前述剖面时，这种扫描方法的意思是指，遍及图中所有射线路程进行加权求和。不正确的速度值将把错误的振幅置于各种不同双曲线支上，若干错误定位的双曲线支将造成断层位置错误。

从这个例子应得出的教训是很清楚的：使速度函数有不必要的突变，就可能形成虚假的断层面反射。假想的偏移速度应当沿横向方向尽可能地平滑变化；在数据处理中心，绝不应使不处于决策地位的拙劣又未经训练的工作人员享有随便采用快速横向变化速度模型的自由。

7. 透镜项——一阶效应

现在让我们具体讨论一下，在有速度横向变化的条件下，目前的叠前偏移方法中的透镜项 (lens term) 究竟代表什么。将双平方根方程具体简化为 15° 方程，得

$$\frac{\partial U}{\partial z} = - \left\{ \left[\frac{i\omega}{v^2(s)} + \frac{v^2(s)}{2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right] + \left[\frac{i\omega}{v^2(g)} + \frac{v^2(g)}{2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial g^2} \right] \right\} U \quad (3.7.2)$$

按各项所起作用重加分类，得

$$\frac{\partial U}{\partial z} = - \left[\frac{i\omega}{v^2(s)} + \frac{i\omega}{v^2(g)} \right] U - \left[\frac{v^2(s)}{2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{v^2(g)}{2i\omega} \frac{\partial^2}{\partial g^2} \right] U \quad (3.7.3a)$$

即

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \text{透镜项} + \text{绕射项} \quad (3.7.3b)$$

因此你又看到了熟悉的一类透镜项，不过它现有两部分，一部分代表炮点上的偏移，一部分代表检波点上的偏移。

8. 偏移时间剖面

当地质构造变化越益显著时，反射资料就开始变得更为奇异。首先值得注意的事情就是叠加速度变得没有意义了，实际上，不论采用什么样的计算处理——建立在不恰当的假设基础上的处理——全都能行。

要选取一种叠加速度，然后作叠加处理。那么，应该如何完成偏移处理呢？大多数基本的偏移程序均略去了透镜项，虽然很容易把透镜项包括在内，但该项对速度的横向变化很敏感，由于对速度横向变化的估计其可靠程度往往是可疑的，所以采用具有透镜项的偏移程序通常都限于是有经验的解释人员。基本的实用偏移程序一般均忽略掉透镜项，让我们来看一

下，这究竟意味着什么。

偏移方程是在某种“局部平面波”的意义下才成立的，即

$$k_z(y, z) = \frac{\omega}{v(y, z)} \left[1 - \left(\frac{v(y, z) k_x(y, z)}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.7.4)$$

偏移时间剖面则是将式(3.7.4)中的深度变量 z 变换为旅行时间深度 τ 而得以表示的

$$k_z(y, \tau) = \omega \left[1 - \left(\frac{v(y, \tau) k_x(y, \tau)}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.7.5)$$

式(3.7.5)的具体实现不要求有透镜项，所以 对于横向速度变化可望不会有大的灵敏度。可惜，这里存在着一个易犯的错误。 (y, z) 坐标系统是一种正交坐标系统，可 (y, τ) 系统却并非正交系统（除非 $v(y)=$ 常数），所以，表明 $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta}$ 的式(3.7.4)是不能用式(3.7.5)正确加以解释的。在朝向低速度一侧进行偏移的时候，双曲线将要偏移至其顶点。

总而言之，在生产环境条件下，人们对究竟存在有多少横向速度变化都没有一个清楚的概念以前，大量资料就都被处理了。因此，透镜项被忽略了。如果透镜项恰好能与绕射项交换的话，则所得结果还不赖。当速度横向变化足够缓慢时，各项还确实真可交换。否则，你就得采用透镜项，重作处理才行。进行重处理时，对速度误差的反应将是很灵敏的，可得当心呀！

第四章 波场外推的技巧

本章专注于能使我们高质量地完成向下延拓波场的技术细节。这章内容很少会有新的地震成像概念，然而，将有一些关于潜在危险的有趣例子，而且为了改善地层的地震映象之质量，将要介绍若干新颖有趣的数学概念。本章将近结尾处，备有用以模拟和比较各种偏移方法的程序。

1. 滤波魔术

我们在本章内首先要考虑的事情是信号强度。反射是随时间而变弱的，这将影响地震映象，因而需要进行补偿。

其次，地震资料是受滤波作用影响的，这种滤波既可在时间域内完成，也可在空间域内完成。时间序列分析包含有以滤波压制谱的某些频带而增强另外一些频带这种增强信噪比的概念，也可以在频率 ω 与波数 k 空间内对波场采取谱加权的办法。当不存在噪音时，波动方程理论告诉我们应采用什么滤波算子。不大严格地讲，波动方程本身就是一种在 (ω, k) 空间内具有平缓振幅响应和相应于传播时间延迟之相位响应的滤波。在 (ω, k) 空间的不同区域有不同数量的噪音，但是除了必须按相等比例关系 $\Delta x = \Delta z$ 加以显示，没必要按波动方程所提供的强度将不同区域全部显示出来。

空间Nyquist频率的性态提供了一个混合应用滤波理论和偏移理论的例子。因为地震数据总是存在空间假频的，所以这个例子并非没有实际意义。试考虑一种业已消除了Nyquist频率的脉冲函数，消除的结果对脉冲本身的有关影响是很小的，可是对该脉冲周围的零点的有关影响却很巨大。当用频率域方法对一个脉冲进行偏移时，对待低于空间Nyquist频率的空间频率是非常不同于高于它的频率的，一个是按向左倾对待，另一个则是按右倾对待。在

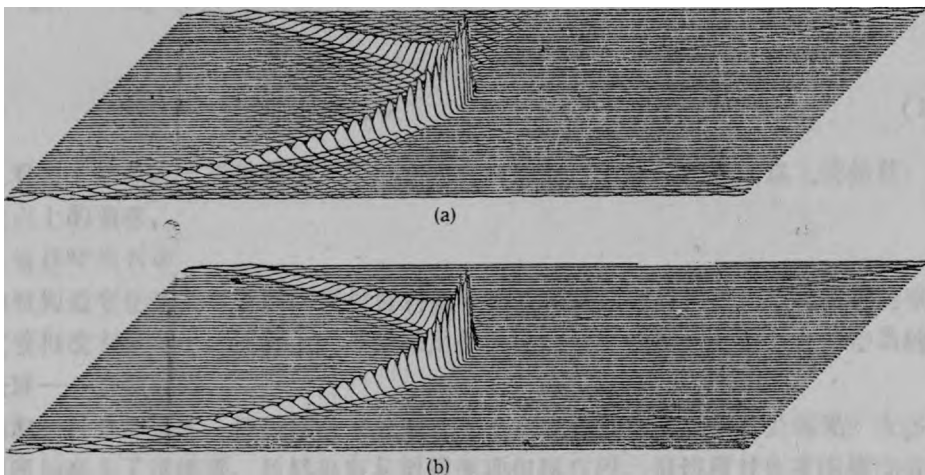


图4.0-1 为表现环绕脉冲的Nyquist噪音，双曲线业已放大（顶部），及采用滤波方法消除噪音的结果（底部）

空间频率域内的这类不连续性形成了一种虚假的、散布很广的空间域响应，如图 4.0-1 所示。

能很容易地压制掉虚假的Nyquist噪音。并不是由于在显示时排除了Nyquist频率，而只不过是采用了一种窄频带滤波，诸如在显示中所采用的滤波、即 $(1 + \cos k_x \Delta x) / (1 + 0.85 \cos k_x \Delta x)$ ，这种滤波特性能在空间Nyquist频率上平滑地趋向零点。在横向坐标 x 域内，这种滤波算子具有一种简单的三对角线表达形式。

2. 改善提高偏移技术的展望

在我们进行提高质量的探索追求时，我们也将回顾一下我们正在采用的各种近似方法。看一看采用近似如何使结果变坏，并进而发现应如何去改善那些结果，进行这些工作现在是时候了。将要考虑的有六个方面的具体问题：

- (1) 以差分算子来近似微分算子时所形成的频散影响；
- (2) 因平方根近似而形成的相位与群速度之各向异性畸变；
- (3) 测线末端的截断效应；
- (4) 倾角大于90度时的影响；
- (5) Fourier变换的折叠频率问题；
- (6) 速度 $v(z)$ 对Stolt偏移方法的影响以及如何用拉伸的办法改善其结果。

在研究了这些近似影响之后，4.6节进而对因果性 (*causality*)^①进行了透彻的研究，这个问题涉及许多研究课题，包括Fourier频率域偏移方法如何才能模拟时间域偏移所固有的因果性条件这类问题在内。4.7节是总的关于这种多技术的总结，该节提出一种可以根据许多不同偏移方法来模拟绕射双曲线的程序，这很方便于比较各种技术和参量的优化。本章中的图4.0-1与其他许多图件均系用此程序产生，所以你将能够重新产生它们。

3. 生产中的潜在危险： $v(x)$ 形成之弱不稳定性

某些质量问题是不可在Fourier频率域内理解的，除非细心地加以处理，不然速度的横向变化可以引起不稳定性。

横向的速度跃变形成了陡断层反射。更为严重的问题是：各种外推方程本身始终还未曾仔细论证过，本书中所包括的各外推方程其最精确的导出方法迄今只是根据波散关系完成的，而波散关系本身却是意味着沿 x 坐标方向的速度应是恒定的。包含有 vk_x^2 项的一种波散关系究竟应该如何表示的问题，还从未得到过答复。也许这可以用 $v(x, z) \partial_{xx}$ 、 $\partial_x v(x, z) \partial_x$ 、 $\partial_{xx} v(x, z)$ 等项或者它们的任何一种组合来表示，然而，这些表达式的每一种都隐含有数值彼此不同的内部反射系数。更糟糕的是，到了把所有坐标轴都加以离散化的时候，结果却表明最为灵敏的一个表示式会导致反射系数大于1，从而导致数值不稳定性。

弱不稳定性比强不稳定性更坏。强不稳定性还能立即引起注意，而弱不稳定性却可能逃脱人们的注意，从而在以后导致不正确的地球物理结论。幸好，稳定性分析可导出一种在4.8节中将要讨论的防弹法 (*bullet proof method*)。

4.1 波场外推的物理问题与修饰处理问题

频率滤波、倾角滤波以及增益控制看来是目的在于进行大量修饰的三种处理；它们全都

① 有的文献中称作物理可实现性。无论因果性或物理可实现性，均指激发前不应存在响应，波场处于静止状态的这种性质。——译者

是用于改善地震记录面貌。选择这些处理或类似处理的定量参量时所采用之准则往往是含糊不清的，而且与人的经验或视觉有关。原则上，乞灵于信息论并采用像信号与噪音倾角普之类的客观准则，应该有可能选出所需的参量，但是在常规的实际工作中，迄今还没这样作过。

不应当低估修饰性处理的重要性，例如，想对一些处理技术方法进行比较，在许多场合下往往就因为修饰性参量发生意外的变化，而导致失败。要求有这些修饰性处理是在波动传播理论内自然而然产生的，所以，看来最好是首先理解它们是如何形成的，然后在处理过程中进行这些修饰，而不要在处理以后才试图以某种人为方式生硬地附加上去。现在将对波场外推方程各个部分逐一加以研究，以指出它们的修饰性效果。

1. t 平方函数

反射随时间而变弱。为能看清较晚时间到达的数据，我们一般要使数据的放大倍数随时间而增大。我始终很少因我选取 t^2 函数作为比例因子而感到失望过。不可能总是期望 t^2 比例函数行得通，因为它到底是以非常简单的模型为基础的。但是我发现 t^2 比流行的抉择、即选取增长指数函数，更令人满意。 t^2 函数没有什么参量，而指数函数则要求有两个参量，一个是时间常数，另一个是截止时间，也就是到达这个时间你必须停止指数增长，因为它会变得过于大了。

t 取二次幂有两个原因。第一个原因是因为我们正在把三维问题变换为一维问题。地震波是在三维空间内扩展的，不断扩展着的球面波阵面表面面积与半径之平方呈正比关系，因而能量分布面积随时间之平方而正比增大；但是地震波振幅是与能量之平方根成比例的，所以由能量分布的这种基本几何形态关系可预言球面发散校正仅需时间的一次幂。

第二个原因是由计算简单的吸收而引起。讨论吸收作用要有某种模型，我将提出的模型对于解释有关地震波吸收的任何事情都显得过于简单了，可是它却能很好地预言应有另一个时间的一次幂，而经验证明我们确实是需要如此。关于该模型，我们假设：

- (1) 一维空间传播；
- (2) 速度恒定；
- (3) 吸收 Q^{-1} 为恒定；
- (4) 反射系数沿深度方向为随机的；
- (5) 不存在多次反射；
- (6) 震源为白噪音。

这些假设直接告诉我们：单频波将随深度而指数式衰减，比如说，按 $\exp(-\alpha\omega t)$ 而衰减，其中 t 为旅行时间深度， α 为与波动品质因数 Q 呈反比关系的衰减常数。在人们用这样一种单频波来模拟真实的地震数据的时候，许多人都会误入歧途。比较好的一种模型是采用宽频带的地震震源，例如采用脉冲函数。因为有吸收作用，高频分量衰减很迅速，最终只剩下低频分量，因而较低频率的信号得到增强。在传播时间为 t 时，原来的白噪声（常数谱）为前面提到的频率之阻尼指数函数 $\exp(-\alpha\omega t)$ 所代替。形成脉冲时间函数所需的能量仅与该频率的阻尼指数函数之下的面积是成比例的。至于说到相位，因为是假设脉冲震源而且速度是假设为常数，所有频率成分均将是同相的（见4.6节关于因果性问题的讨论）。将该指数函数从零至无限大频率进行积分，使我们得到负一次幂的时间 t^{-1} ，从而完成了发散校正应为 t^2 的证明。

奇怪的是预期的地震记录包络 t^{-2} 的形状并不依赖于耗散常数 α ，但是改变地震震源的谱的确会改变包络的形状。这里作为一个习题留待读者去证明：地震震源具有形式为 $|\omega|^\beta$ 的谱，其含意就是发散校正因子应为 $t^{2+\beta}$ 。

地震波速度随深度而增大，所以知道速度的人有时可使校正因子既是时间的（因而是炮检距的）、也是速度的一个函数，从而可能使发散校正得到改善。

在实际工作中，运气好也许 t^2 能良好地拟合于数据。实际上，Q值一般是随深度而增大，而反射系数一般是随深度而减小。

2. 噪音、面波与限幅

如果地震数据除了反射没包含别的，这时要显示它不会有什么麻烦。你大概会直接乘以 t^2 ，然后进行标定使得最大的数据值也能保持在有效显示区域内。在实际处理工作中存在有两个问题：（1）干扰记录道；（2）噪音传播方式。之所以会有干扰记录道，是因为世上人们的活动不会全是静止的，从而形成了一些干扰；噪音传播方式是指波被封闭在表面地层内的情形。所以，它们的发散要在二维空间内考虑，而不是像反射那样在三维空间内考虑。海水层干扰额外地强，因为水层具有均匀性而且吸收作用很低。

对于噪音要按低于极大值的某种水平对数据值进行限幅（clipping）的办法来加以处理。限幅的意思就是把大于限幅值的各个值均用限幅值来代替。由于噪音的大小一般是不可预测的，最可靠的方法应该是采用分位数（quantile）。试想象把数据的采样值根据其绝对值的大小按数值顺序加以分类。将第 n 分位数 n^{th} 定义为是这样的绝对值：它等于最大绝对值与最小绝对值之差的 $n/100$ 。如果按百分位数（percentile） 99^{th} 将数据加以限幅，则多达百分之十的数据可以是无限强的噪音。我发现大多数野外剖面受干扰采样值的数量都小于10%，所以我经常两次采用百分位数 90^{th} 作限幅。要求出分位数，没必要将数据全部分类，那样作就太慢了，可以采用快速得多的Hoare算法（欲知详情和更多地球物理方面的应用，可参阅“地球物理数据处理基础”一书或者Claerbout与Muir(1973)的论文）。

不同的显示具有不同的目的。重要的往往是在进行处理过程中保持线性性质，但是在最后阶段——即显示时——可以牺牲线性性质以便使我们能够观察到所有强的和弱的同相轴。人类的视觉作用一般来说毕竟是符合对数律的。在我们的实验室中，我们一般是采用乘幂律。我发现以其带正负号的平方根值来代替数据采样值本身一般是可将所有信号均压缩为某种可见域的。在显示具有非常小的记录道间距之野外剖面时，可能最好是采用带正负号的立方根值。更一般性地讲，我们可采用具有下列关系的非线性增益

$$\text{显示} = \text{sgn}(\text{数据}) |\text{数据}|^\gamma \quad (4.1.1)$$

式中，伽马 γ 是摄影术中用以描述摄像胶片之非线性程度的一种专门术语。本书中大多数的数据图形是采用 $\gamma=1$ 以及 t^2 增益，而且按百分位数 99^{th} 限幅。

工业应用的标准办法看来是自动增益控制AGC。自动增益控制AGC的意思是对某种间隔内的数据幅度取平均，然后再除以幅度。尽管AGC是非线性的，可是它比采用 γ 值更接近于线性关系，所以当你计划以后的处理时，采用它大概是比较好的。不过，利用AGC时，你就失去了可逆性以及绝对增益的感觉。

图4.1-1是个有趣的例子。由于它是个中间放炮排列，你也许推测它是陆地资料，船是不可能将电缆在船的前面推着走的。但是，左图清清楚楚是表示海上的多次波，混响的周期是均匀的，而且在海底反射之前没有其他反射。它必然是在覆盖深水（375米）的冰层上面

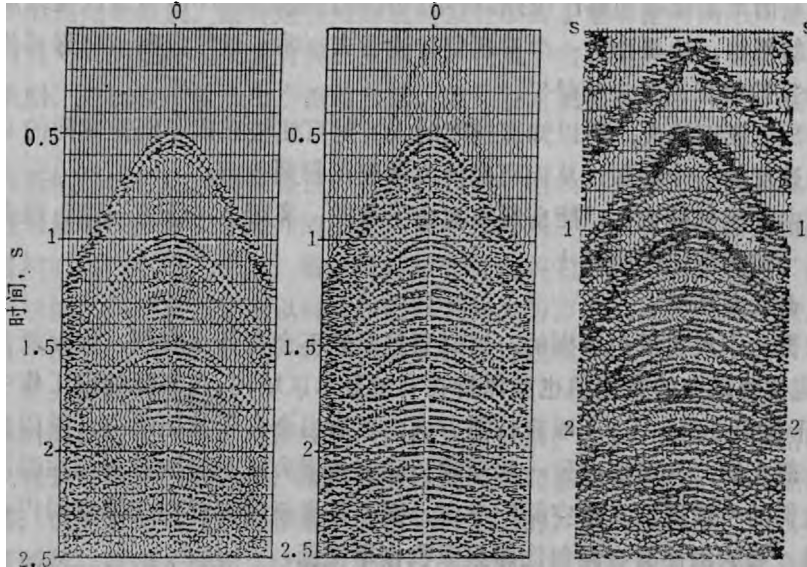


图4.1-1 西方地球物理公司提供的北极地区记录剖面

左图，采用 t^2 增益。中图，采用 t^2 增益和 $\gamma=0.4$ 。右图，采用西方地球物理公司的AGC增益

所采集的资料。从采用非线性增益的中图我们可清晰地看出有一海水层的波，而在它之前有速度较快的冰层内之波。图中也有冰面上较微弱的低速低频“地滚波”，还有一些良好的反射。

3. 5° 近似方程中的复速度

5° 近似方程，即

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{v} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (4.1.2a)$$

$$ik_z = -\frac{i\omega}{v} \quad (4.1.2b)$$

表明一个波阵面要取若干时间才能从一个深度传播到另一个深度。因速度 v 为实常数，由式(4.1.2)所描述的各波在传播中均不改变其形状。在实际工作中，总观察到有波形变化，所以， v 不应该是一个实常数。速度的虚部将形成衰减，速度与频率有关将引起频散。

4. 吸收作用

当速度 $v(\omega)$ 按下述方程定义时

$$-\frac{i\omega}{v(\omega)} = \frac{\omega_0}{v_0} \left(-\frac{i\omega}{\omega_0}\right)^{1-\epsilon} \quad (4.1.3)$$

就产生了吸收作用的基本模型。在 $\epsilon=0$ 时，方程(4.1.3)给出常速度。在4.6节中将证明，方程(4.1.3)是模拟所谓的因果性恒定 Q 值阻尼衰减，此处， $Q^{-1} = \tan \pi \epsilon$ 。图4.1-2所示是利用式(4.1.2)和(4.1.3)按爆炸反射面模型作出的合成地震记录。

式(4.1.3)在速度中引入了虚部，因而形成衰减，这种衰减的主要影响就是使到达时间晚的初至削弱。第二种影响就是使晚到之初至的频率成分变低。第三种影响则是这样：它之所以出现是由于因果性条件的要求迫使速度的实部或多或少地与频率有关。在图4.1-2中，

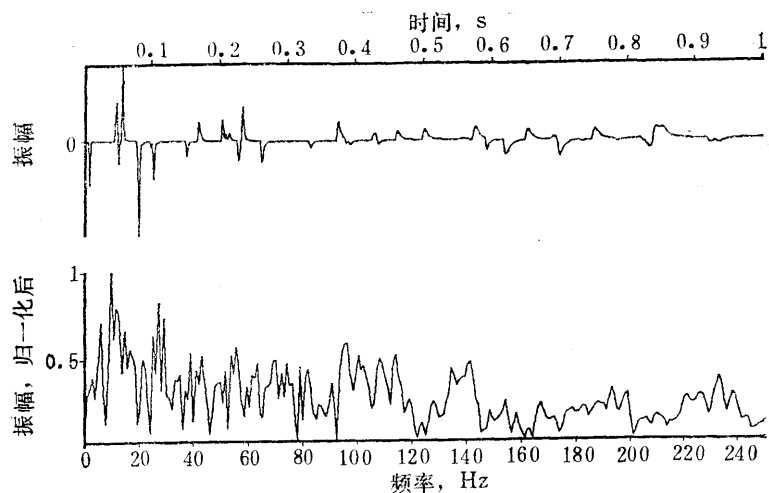


图4.1-2 地层Q值为 $Q=100$ 时的合成地震记录 (据Hale)

各个脉冲的“上升时间”均比“下落时间” (*fall time*) 要快, 就是证实有这种稍微与频率有关的现象。这种现象意味着高频成分的传播比低频成分稍微快一些。在实际工作中, 这第三种影响非常值得注意。

实现地层成像时, 在向下延拓期间放大高频能量, 就能够补偿掉地层耗散作用。这种补偿处理除了要以像 $ik_z = (-i\omega)^{1-\epsilon}$ 这种项代替 $k_z = \sqrt{k_x^2 - \omega^2/v^2}$ 之外, 几乎就能够像偏移一样来完成。不过, 由于它会把噪音放大, 实际上并没有人愿意这样作。所以, 这就产生了信噪比的问题。

噪音并非简单就是环境背景的随机起伏, 如重复放炮, 它多半是可重复出现的。噪音是迄今我们还无法提出满意机制模型的一种东西。按照目前的实际处理水平, 往往习惯于采用时变滤波来选择中意的时变通带。方程 (4.1.2) 与 (4.1.3) 能够用于实现这种时变滤波, 不过要是把它们的使用看成就是补偿地层Q值变化, 却是过于简单化了。

5. 频散作用

在有面波存在的情形下, 速度对频率的依赖关系是极明显的。例如, 速度对频率的依赖关系由下述方程给出

$$-\frac{i\omega}{v(\omega)} = -\frac{i\omega}{v_0} \sqrt{1 + \omega_0^2/\omega^2} \quad (4.1.4)$$

图4.1-3 (a) 包含有某种频散地滚波。在图4.1-3 (b) 中, 采用类似偏移的处理, 该频散现象就消除了。这种处理同偏移处理之间的一种差别就是: 偏移是沿z轴向下外推, 而在图4.1-3 (b) 中则是沿x轴外推 (实际上, 外推方向都只是在计算机内处理的)。在图4.1-3 (左图) 中, 每个记录道都是单独处理。在偏移方法中, 利用频散关系 $k_z = -\sqrt{\omega^2/v^2 - k_x^2}$ 将数据 $p(t, z=0)$ 外推为映象 $p(t=0, z)$; 在图4.1-3 (左图) 的处理中, 则是利用像 $k_x = f(\omega/v)$ 的这类频散关系将数据 $p(t, x=0)$ 外推为映象 $p(t=0, x)$ 。在完成这种赝偏移 (*pseudomigration*) 之后, 再用常速作赝绕射扫描 (*pseudodiffraction*), 其总效果就是消除频散, 最终就有可能看出, 干扰原来是由两种独立的同相轴组成的。

类似这样一种处理技术曾经首先应用于探测煤层中的断层 (Beresford-Smith 与 Mas-

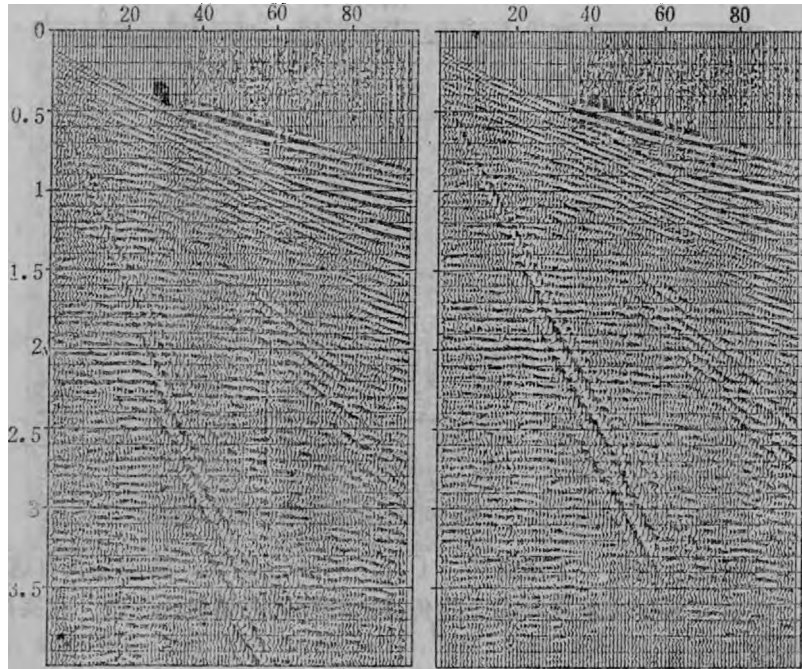


图4.1-3 频散面波(左图)。消除频散之后(右图)

图底部表示有两个波至，一是呈直线状的直达波波至，另一是双曲线的一侧，该双曲线必然是由远离测线之地面上的某种物体所形成的侧反射（据Sword）

on, 1980年)。

6. 偏移剖面上的虚假半圆弧

倾角滤波可用于压制多次波。5.5节将指出，多次波在一个重要方面是不同于一次波的：其强度可能沿水平方向作迅速变化。对一次波，必须按绕射双曲线进行扫描偏移，对于多次波，则不需如此。之所以产生这种差别，是因为对多次波经常得花费很多时间才能聚焦在不规则近地表区域内。广角偏移剖面的外貌中就包含有类似这种性态的共同特征，这类剖面往往表现出有许多来自所有路径直至包括来自地表面的半圆弧。这些半圆弧的出现就是警告我们出了什么差错，半圆弧可能是由多次波、静校正或者无法解释的脉冲干扰所形成。在许多场合下，都可以局部将它们压制掉而不触动到一次波。

7. 在倾角空间内消除多次波

试将对共深度点叠加结果的偏移看作是在 (ω, k_x, z) 空间内的向下延拓。一般来说，速度是随深度而增大的。当向下延拓继续进行时，速度截止作用沿着指数衰减区的边界从 (ω, k_x) 空间中啃掉越来越多的面积（见1.4节）。超过这种截止速度的能量是不符合一次波波动传播模型的，因而一遇到它就要将它压制掉。这样的噪音压制方法可能在较晚的时间上导致总功率的大大下降。

8. 倾角滤波

倾角滤波能很方便地同波动外推方程结合起来。我们采用 $ik_x = \epsilon - i\omega r_0$ 而不是用 $ik_x = -i\omega r_0$ 作初始的Muir展开（参阅2.1节， r_0 是某个准确拟合角度的余弦）。对于 15° 方程，

$$ik_z^{(15)}v = -i\omega + \frac{v^2 k_x^2}{\epsilon - i\omega(r_0 + 1)} \quad (4.1.5a)$$

对于45°方程, 我们有

$$ik_z^{(45)}v = -i\omega + \frac{v^2 k_x^2}{-2i\omega + \frac{v^2 k_x^2}{\epsilon - i\omega(r_0 + 1)}} \quad (4.1.5b)$$

图4.1-4与图4.1-5表示15°和45°方程情形下具有倾角滤波参数 ϵ 及不具有该参数时的绕射双曲线.

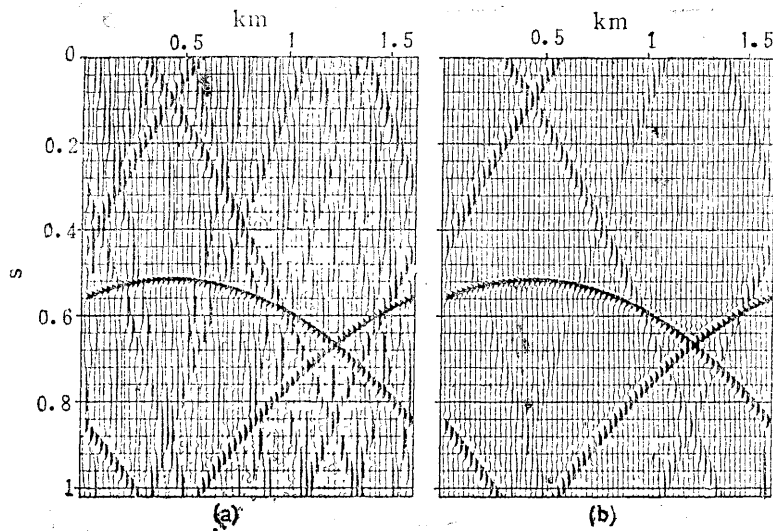


图4.1-4 具有倾角滤波(右图)和不带倾角滤波(左图)之15°方程的绕射双曲线

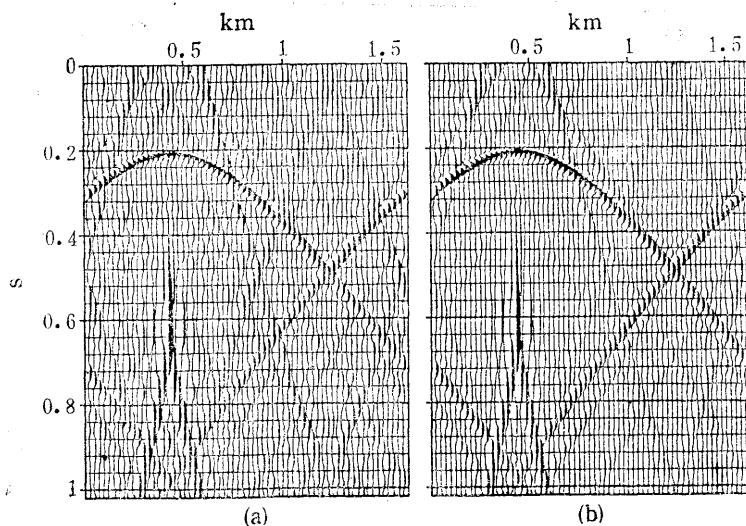


图4.1-5 具有倾角滤波(右图)和不带倾角滤波(左图)之45°方程的绕射双曲线

9. 倾角滤波资料的混杂面貌

对倾角滤波经常提出的一种反对意见是：它可能把资料搞得面貌混杂。混杂的意思是指各相邻记录道好像都已经加以平均，使得它们不再是独立的了。这确实是倾角滤波的一种影响，而且由于反射资料水平分辨能力随时间之增大而降低，在较大时间上不可避免地要出现这种混杂。横向分辨能力之所以降低，有两个原因：第一，能量弥散引起高频成分消失；第二，射线弯曲引起深源的张角(*angular aperture*)减小(参阅1.2节与1.5节)。忽视这种基本限制而幻想各相邻记录道应具有某种独立外貌，那是不现实的。如为了显示的目的而必需避免混杂，那末，我建议消除低速相干信号生成的噪音而代之以低速非相干的高斯随机噪音。许多显示装置都是在记录道间距很密时损失动态范围，而随机噪音却可能有助于恢复该动态范围。

10. 使断层显示突出

经常能遇到油藏位置受断层控制的情形，但是层状反射面占优势的影响可能掩盖了表示断层标志的弱绕射波。这时就需要有一种修饰性处理，能够减弱零倾角和小倾角的同相轴，重点突出10度至60度的倾角范围内之同相轴，然后再将广角反射和指数衰减波能量压制掉。正如频率滤波的情形一样，是不希望采用锐截止的，因为这意味着脉冲响应会很长(在空间内，就是脉冲响应很宽)。

11. 增益控制也起倾角滤波作用

到达时间晚的反射都比到达时间早的反射要弱一些，所以为了显示，普通都利用时变比例将数据标定。那末，究竟应当是在进行这种按比例标定之前还是在这之后完成偏移呢？答案将因所感兴趣的方式而有所不同。双曲线顶部有平缓倾角，而到达时间较晚的渐近线则有陡倾角，因此，放大较晚到达的信息就同放大陡倾角同相轴是完全一致的。我想，选择在比例标定之前或之后进行偏移，其主要效果也就是最终显示时选择什么倾角谱的问题。过于死板但正确的作法是，首先进行偏移，其次进行比例标定，但是这会减弱倾斜同相轴和断层的信息。而首先进行比例标定，其次进行偏移，则所得结果就比较好一点。后面这种作法有一个附带的好处，就是采用短字长整数来存贮已经标定过的值，你可以节省计算机内存。在我的先驱性工作中，我曾采用16位整数存贮，计算与局部存贮采用32位浮点算法。我看很少有理由要采用现今一般所利用的32位存贮，我们进行记录道之间的内插还不可能达到4位的精度。

12. 是非相干性还是滤波所产生的压制作用

根据修饰性效果来判断所设想的非修饰性处理，是有潜在危险的。我就曾碰到过这么一次。采用的处理是叠前偏移，记录上很清晰的最陡同相轴之相对强度据信是断层面反射的特征，但是谁知道即使是增益控制也可能影响倾角谱！我希望叠前偏移处理能起作用的是正确消除共深度点叠加对陡倾角同相轴的某种截止影响。也许事实确是如此，但是我怎么才能知道到底是这种猜想正在实现呢，还是空间滤波作用偶然地正在增强倾斜同相轴呢？

13. 偏移之前的空间比例标定

在偏移之前对时间轴进行比例标定，可以有好处，那末对空间坐标轴进行比例标定又会怎么样呢？称为自动增益控制(AGC)的传统标定方法是沿某种时窗对数据的包络(或者它的平方或绝对值)进行平滑处理，导出一个比例因子。这样的比例标定可以逐道迅速变化。因此担心比例函数的横向跃变也许会形成绕射是有道理的。另一方面，比例逐道迅速跃

变，确实也可能是有充分原因的。为采集陆地资料而采用的炮点和检波器通常都有可变的强度和耦合作用，而这些问题是会影响整个记录道的。

必须找到一个既遵守物理规律又照顾到统计规律的模型。我建议允许增益是缓慢时变的，而炮点和检波点则具有任意可变强度，但是我也推荐把脉冲看成是地层确实能够聚焦的证据。例如，采用下列滤波：

$$1 - \frac{\omega^2}{1 + \alpha\omega^2} - \frac{k_x^2}{1 + \beta k_x^2} \quad (4.1.6)$$

对标定的包络进行平滑，就可以实现利用这种模型的数据处理。滤波截止参量为 α 与 β 。当标定的包络用这种滤波加以平滑后，它就不再是同时随时间 t 和空间坐标 x 二者而迅速变化了，尽管它还可能随这一个或者那一个而变化。利用三对角线算法，可以很节省时间地实现式(4.1.6)这种滤波处理。

14. 指数比例标定

指数比例函数具有某些理想的数学性质。取时间函数 a_t 的 Z 变换：

$$A(Z) = a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots \quad (4.1.7)$$

指数增益时间函数按下式定义

$$\uparrow A(Z) = a_0 + a_1 e^a Z + a_2 e^{2a} Z^2 + \dots \quad (4.1.8)$$

箭头符号 \uparrow 表示指数增益，从数学上说， \uparrow 的意思就是用 $e^a Z$ 代替 Z 。多项式乘法相当于诸系数之褶积

$$C(Z) = A(Z)B(Z) \quad (4.1.9)$$

根据直接代入的办法，得

$$\uparrow C = (\uparrow A)(\uparrow B) \quad (4.1.10)$$

这意味着可以在褶积之前或之后完成指数增益。根据Fourier变换理论你会想起，一个时间函数用一个衰减指数 $\exp(-at)$ 来乘，在变换域内就等价于用 $-i\omega + a$ 来代替 $-i\omega$ 。

现在，在某个固定 z 值和某个固定 k_x 值的具体情形下来讨论向下延拓算子 $\exp(ik_x z)$ 。这时该算子变成了频率 ω 的一个函数，在时间域内能将它表示为滤波函数 a_t 。在偏移的时候，双曲线两侧翼是向上移动的，所以 a_t 应是反时间因果性滤波算子(anticausal)，以下式表示这种性质

$$A(Z) = a_0 + a_{-1} \frac{1}{Z} + a_{-2} \frac{1}{Z^2} + \dots \quad (4.1.11)$$

复变量 Z 的大值负幂均同双曲线两侧翼有关，指数型提高 Z 的正幂系数是同减小负幂有联系的——所以 $\uparrow A$ 是带有被削弱了尾部的函数 A ——因而有助于使双曲线两翼衰减而不是移动它们，因此就能把 $\uparrow A$ 说成是具有粘滞性的。

从纯粹物理的观点看，像增益控制和倾角滤波这类修饰性函数，应该是在处理之后，比方说，在完成 $\uparrow(AB)$ 之后再采用。但是 $\uparrow(AB)$ 等价于 $(\uparrow A)(\uparrow B)$ 、即等价于先采用修饰性函数后作褶积处理，而且像 $(\uparrow A)(\uparrow B)$ 这种运算还相当于是对已作指数增益的数据采用粘滞性算子。在实践中，通常都是忘掉粘滞性而形成 $A(\uparrow B)$ 这种运算，这样作或许是因为考虑到倾斜同相轴携带有比平缓同相轴更多的信息。

15. 代换算子

算子 \uparrow 在前面业已定义为代换 $Z \rightarrow Ze^a$ ，这种算子的主要性质是：如果 $C = AB$ ，则

$\uparrow C = (\uparrow A)(\uparrow B)$ 。这种性质对于变量 Z 的任何代数替换都应是共有的性质，而非仅对指数增益一种情形才成立。要达到时间轴拉伸或压缩的结果，可以采用另一种简单代换，例如，用 Z^2 代替 Z ，就是把时间轴拉伸一倍。还有意义比前两种更深刻的另外一种代换，即以耗散算子 $(-i\omega)^r$ 代替恒定 Q 值。各种代换可列成下表：

Z变换变量Z的代换 (均保持 $C(Z) = A(Z)B(Z)$ 形式)	
指数增长	$Z \rightarrow Ze^a$ ($i\omega \rightarrow i\omega + a$)
时间扩展 ($a > 1$)	$Z \rightarrow Z^a$
(逆) 恒定 Q 值耗散	$-i\omega \rightarrow (-i\omega)^r$

习 题

- (1) 利用积分表证明：地震震源具有形式为 $|\omega|^\beta$ 之谱，则意味着发散校正应为 $t^{2+\beta}$ 。
- (2) 设 t^2 为野外剖面的一个适当的发散校正因子，试问：对共深度点叠加应该应用什么样的发散校正？
- (3) 试问应如何改动 t^2 校正使之适用于旅行时间深度为 t_0 之海水层？设海水层的 Q 值为无限大。
- (4) 考虑震源谱为 $e^{-\beta|\omega|}$ 的情形，试问应如何改变 t^2 校正？

4.2 各向异性弥散与波场偏移精度

波场偏移时形成两种截然不同类型的误差，属于有较大实际重要性者为频散，它出现在不同频率成分以不同速度传播的时候。改善有限差分近似对微分的精度，能够减小这类误差，办法就是加密差分网格；参阅4.3节。具有次要重要性且为本节讨论主题的误差，是各向异性弥散 (*anisotropy dispersion*)。各向异性的波动传播就是波沿不同方向以不同速度行进。

原则上，各向异性弥散可用Muir平方根展开式来补救。实际上，展开一般是按 15° 项或者 45° 项来截断的，形成了数据处理中的各向异性误差。为截断级数因而不惜引起误差的理由往往是：(1) 处理的时间耗费；(2) 在总的数据采集与处理的活动中，有其他大量误差，相比之下，不算什么。为了

- (1) 在问题出现时能够认识它；
- (2) 理解在时间耗费和精确度之间采取基本的折衷办法。

应当认真研究各向异性误差这个问题。

各向异性经常同光在晶体中的传播有关。在反射地震学中，各向异性有时涉及到要正确解释井中速度观测（垂直传播）与用正常时差校正所确定的速度（水平传播）二者之间的细微差别。这些基本的性质，即物理的各向异性和作为本节主题之数据处理中的各向异性，具有共同的数学基础和概念基础。

1. 不垂直于波阵面的射线

各向异性的意思是指，沿不同方向传播的波各以不同速度传播。各向异性并不意味着速

度是空间位置的函数，因而各向异性并不引起射线弯曲。有关各向异性的独有现象是，射线不垂直于波阵面，可用图4.2-1说明这种思想。该图的左图表示由位于原点的点震源发射出的球形波阵面，这就是通常说的各向同性情形。右图表示 15° 偏移方程的非球形波阵面，注意，它们在接近 z 轴处是近乎球形波阵面的，但是远离该轴时，它们同中心位于原点的球形就差得远了。

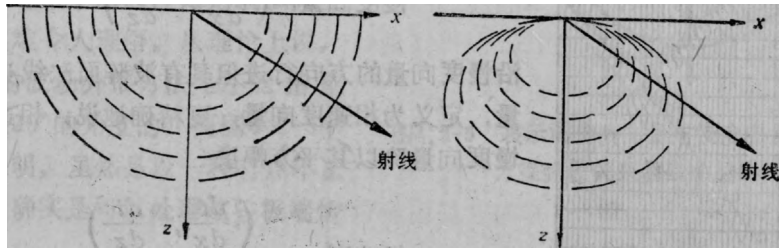


图4.2-1 各向同性介质中的波阵面（左图）及各向异性介质中的波阵面（右图）。
注意，在右图中，射线均不垂直于波阵面（据Rothman）

惠更斯二次震源所形成的理想波阵面应是一个半圆。由 15° 外推方程形成的二次震源波阵面应是椭圆；由 45° 外推方程形成的二次震源波阵面是一种有趣的心脏形，这些均绘于图

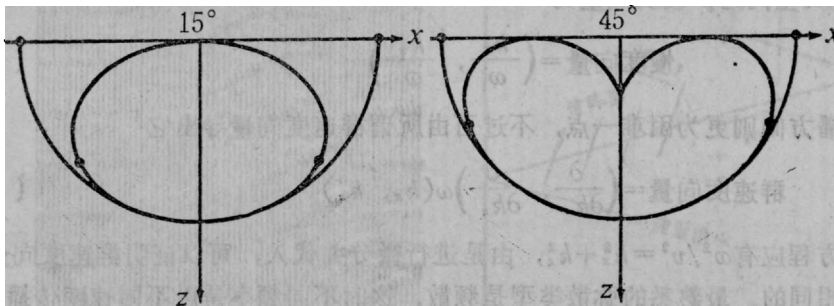


图4.2-2 15° 外推方程的波阵面（左图）及 45° 外推方程的波阵面（右图），二者均内接于半圆之内。
凡属 $\frac{v k_x}{\omega} = \sin\theta = \pm 1$ 的波均以小黑点表示，倏逝波均在曲线脱离半圆之处的小圆点以上（据Rothman）

4.2-2内。实际上，椭圆与心脏形之顶部很少能被看到，因为它们均位于指数衰减区域之内，而且沿 x 轴的点距极少可能加密到足以显示它们所需的低于空间假频的程度。采用 45° 外推程序时，有时能在 (x, t) 平面内看出该心脏形曲线的中心，图4.2-3中所绘直线即用以表示该中心。采用 45° 绕射程序处理时的情形如图4.2-4所示。

2. 波阵面方向与能量速度

在普通的波动传播理论中，能量传播方向是垂直于波阵面的。当存在有各向异性弥散时，角度将不再是呈直角了。

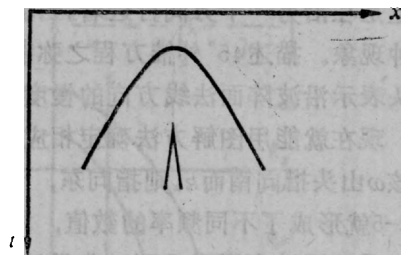


图4.2-3 45° 外推方程的心脏形理论曲线。尖点出现在指数衰减区域内（据Rothman）

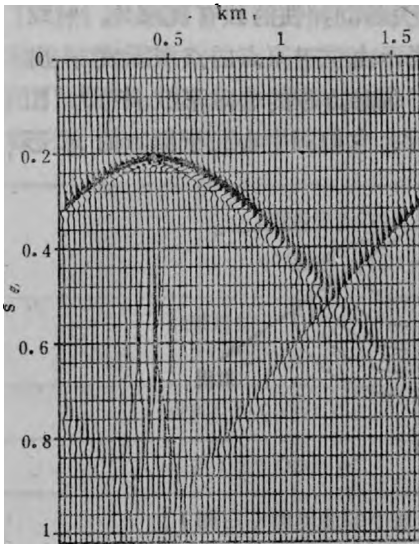


图4.2-4 45°波场外推方程的脉冲响应
 t_0 时间以前的初至是折叠频率产生的影响

沿地表能看到的水平视速度为 dx/dt ，沿垂直方向的视速度（如在井中所见）为 dz/dt ，根据几何关系可知，这些视速度全都大于波动传播速度。大小与速度呈反比而方向垂直于波阵面的一个向量，称作慢度向量

$$\text{慢度向量} = \left(\frac{dt}{dx}, \frac{dt}{dz} \right)$$

沿慢度向量的方向行进但具有波阵面法线速度的一种向量，定义为相速度向量，更精确地说，相速度向量等于慢度向量除以其平方幅度

$$\text{相速度} = \frac{\left(\frac{dt}{dx}, \frac{dt}{dz} \right)}{\left(\frac{dt}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dt}{dz} \right)^2}$$

就正弦形扰动 $\exp(i\varphi) = \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z)$ 而言，可令相位 φ 等于常数

$$d\varphi = -\omega dt + k_x dx + k_z dz = 0$$

因而，在Fourier空间内，慢度向量为

$$\text{慢度向量} = \left(\frac{k_x}{\omega}, \frac{k_z}{\omega} \right) \quad (4.2.1a)$$

要导出能量传播方向则更为困难一点，不过可由所谓群速度向量导出它

$$\text{群速度向量} = \left(\frac{\partial}{\partial k_x}, \frac{\partial}{\partial k_z} \right) \omega(k_x, k_z) \quad (4.2.1b)$$

对于标量波动方程应有 $\omega^2/v^2 = k_x^2 + k_z^2$ ，由是进行微分并代入，可以证明群速度向量原来同相速度向量是相同的。最熟悉的弥散类型是频散，这时不同频率是以不同速度传播。以后本节将会指出，熟悉的外推方程（15°的，45°的等等）并不表现出频散性质。那就是说，作为 ω 与角度 k_x/ω 的函数，在这些方程中的速度并不依赖于频率 ω 。换句话说，图4.2-2中的椭圆形与心脏形曲线均与频率无关。

各向异性弥散的一个有趣现象是，能量看起来好像是沿某一个方向在行进着而其实它实际上是在沿另一个方向行进着。当群速度有一个向下分量而相速度有一向上分量时，就会出现这种现象。描述45°外推方程之弥散关系的图4.2-5就是一个例子，从原点至弥散曲线所画之箭头表示沿波阵面法线方向的慢度向量，注意到群速度以式（4.2.1b）中的梯度算子来定义，现在就能用图解方法确定相应的群速度方向。试将 ω 值考虑为一个小山的高度， k_x 就是从该 ω 山头指向南而 k_z 则指向东，于是，弥散关系曲线就是等高线，按不同的比例标度绘出图4.2-5就形成了不同频率的数值，沿梯度方向的群速度则是垂直于各 ω 的等值线。

采用活动电影形式可以非常清楚地识别出各向异性弥散现象，尽管在如图4.2-6所示的单个画面上也可以认识出来。图4.2-6中所绘直线是解释能量由顶部进入，经过棱镜，在棱镜的45°角度一侧反射，再从画面的一侧反射，最后进入图中某一个区域，该区域有足够的大小，因而许多波阵面不致群集一起，足以识别出能量看似向上传播其实真正的是向下传播。

当你考虑到计算波场所用的程序时，在图4.2-6中无论能量还是信息都不可能向上传播，这一点就应更清楚了。程序并没把整个画面都输入于内存，它每次紧挨着前一个条带，一次计算出一个水平条带。所以活动电影中的波阵面是貌似向上移动，似乎很难令人理解。从理论上说，利用45°方程的波场外推方法是不能指望可以处理达到90°的角度的，而图4.2-6中的例子却尚表明，虽然是以一种有点不正常的方式、但确实是可以处理这些极端情形的。

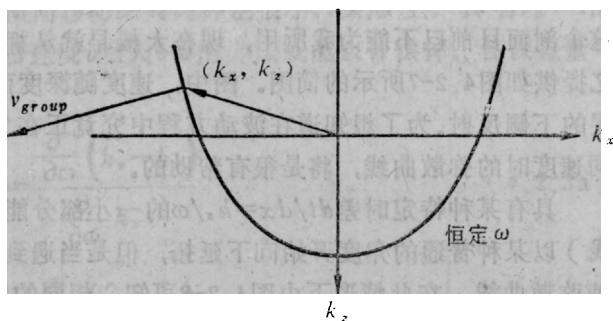


图4.2-5 表示群速度向量与慢度向量的向下外推方程弥散关系曲线（据Rothman）

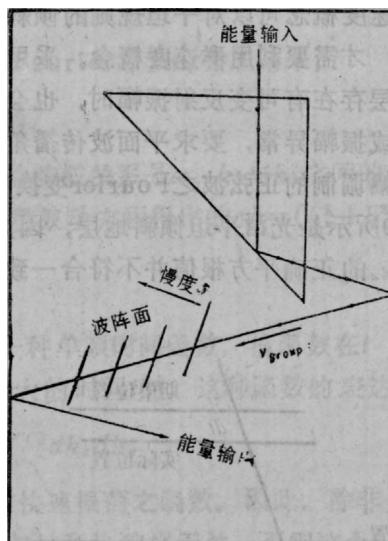
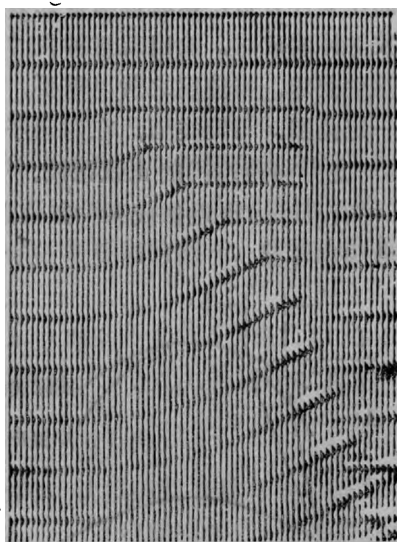


图4.2-6 四种不同频率的平面波，传播通过一个具有45°角度的棱镜
左图为波场，右图是说明能量的不同方向和波阵面法线方向的射线解释图（据Estevez）

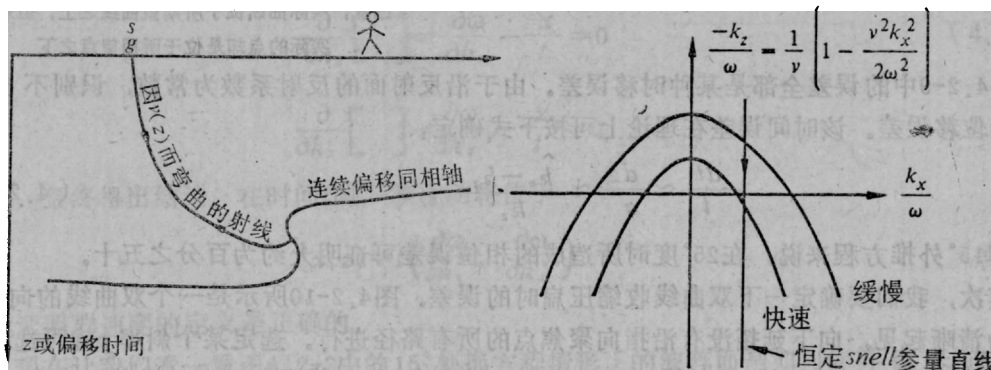


图 4.2-7 从逆掩断层下侧发生反射的射线

图 4.2-8 两种不同速度 v_{fast} 与 v_{slow} 时的弥散曲线

有一次，我在地质上属于是逆掩断层地区的反射地震剖面上观察到过类似的环境条件。这个剖面目前已不能为我所用，现在大概早就从拥有者的底片中消失了，所以我仅能根据记忆提供如图4.2-7所示的简图。图中，速度随深度而增大，引起射线向上弯曲，并从逆掩断层的下侧反射。为了想知道在波动方程中究竟正在发生什么事，画出如图4.2-8所示的两种不同速度时的弥散曲线，将是很有帮助的。

具有某种特定时差 $dt/dx=k_x/\omega$ 的一小部分能量在近地表处（即这时适用低速弥散曲线）以某种普通的角度开始向下延拓，但是当遇到较深层具有高速的地层时，这时应适用高速弥散曲线，在此情形下由图4.2-8可知，相同的时差 k_x/ω 却预示着应有负值的相速度。虽然上冲角的大小未必正确，可总的图象大体是合适的，它很像图4.2-6中所示的情形。如果你想要定量上是正确的偏移，可参阅4.5节，或者想要有点完全不同的偏移，则可参阅Kosloff等（1983）和Baysal等（1983）提出的方法。

3. 偏移误差分析

利用相速度概念可以对平坦规则的倾斜反射面作整体分析，仅在同时存在有一个以上的传播角度时，才需要利用群速度概念。采用点源散射体响应时，会出现这种同时性的要求，在沿倾斜地层存在有可变反射振幅时，也会出现这种要求。群速度之所以需要，是因为表示弯曲同相轴或振幅异常，要求平面波传播角度有一定范围。与此类似，在时间序列分析中，一个经过振幅调制的正弦波之Fourier变换需要有一定频带范围内的正弦谐波。

图4.2-9所示是光滑平坦倾斜地层，因为用某种有理平方根近似或某种数值近似所定义的波数 \hat{k}_z 同 k_z 的正确平方根值并不符合一致，以致偏移不足。

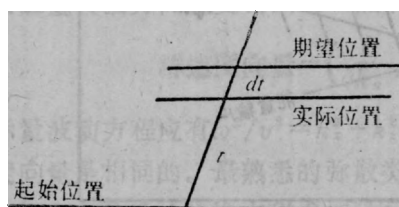


图4.2-9 偏移不足的倾斜反射面

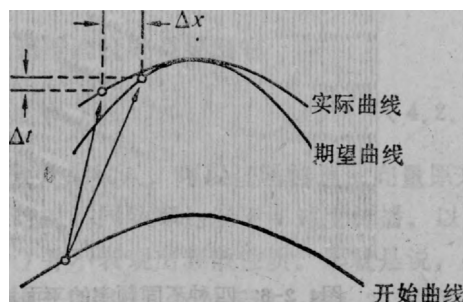


图4.2-10 双曲线挤缩收敛误差

注意，实际曲线位于所期望曲线之上，但是实际的点却是位于所期望点之下

图4.2-9中的误差全部是某种时移误差。由于沿反射面的反射系数为常数，识别不出什么横向位移误差。该时间误差在理论上可按下式确定：

$$\frac{dt}{t} \approx \frac{dz}{z} \approx \frac{\hat{k}_z - k_z}{k_z} \quad (4.2.2)$$

就所谓15°外推方程来说，在25°度时所造成的相位误差可证明大约为百分之五十。

其次，我们要确定一下双曲线收缩压扁时的误差。图4.2-10所示是一个双曲线的向下延拓，为清晰起见，向下延拓没有沿指向聚焦点的所有路径进行。选定某个斜率 p 就可选出具有某个Snell参量 $p=dt/dx$ 的射线。试想像有一斜率为 p 的切线段切于各双曲线。如果斜率为 p 之处有一点振幅异常。那末，你就能在各个双曲面上追踪出它。

在图4.2-10中, 时间移动量太小了, 横向移动距离同样也很小。实际上, 具有 $r_0=1$ 的 15° 方程的误差, 有时采取把深度坐标 z 或者速度 v 增大6%的办法就能被补偿掉。各误差量可根据下式计算

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\frac{\partial}{\partial \omega}(\hat{k}_x - k_x)}{\frac{\partial}{\partial \omega} k_x} \quad (4.2.3a)$$

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\frac{\partial}{\partial k_x}(\hat{k}_x - k_x)}{\frac{\partial}{\partial k_x} k_x} \quad (4.2.3b)$$

式中, k_x 取为 ω 和 k_z 的函数。它证明, 就 15° 外推方程而言, 在角度为 20° 度时出现百分之五十左右的群速度误差, 因而群速度误差一般是要比相速度误差更为严重的。

4. 群速度方程的导出

在 (x, z) 空间的原点上之脉冲函数是许多Fourier分量的叠加结果:

$$\iint e^{+ik_x x + ik_z z} dk_x dk_z \quad (4.2.4)$$

根据物理规律(或许还有根据数值分析)所导出的弥散关系是 ω, k_x 与 k_z 之间的一种函数关系, 比方说, 以 $\omega(k_x, k_z)$ 表示这种关系。由标量波动方程得出的 $\omega^2 = (k_x^2 + k_z^2)v^2$ 就是这一类弥散关系的最普通的例子。该方程的解为

$$e^{-i\omega t + ik_x x + ik_z z} \quad (4.2.5)$$

遍及 (k_x, k_z) 对式(4.2.5)进行积分, 得出一种单频时间函数, 该函数在 $t=0$ 时就是位于 $(x, z) = (0, 0)$ 点上的脉冲。在某个非常大的时间 t 时, 这种函数的表达式为

$$\iint e^{-i t [\omega(k_x, k_z) - k_x x/t - k_z z/t]} dk_x dk_z \quad (4.2.6)$$

在 t 非常之大时, 被积函数是具有单位幅度的非常快速振荡之函数。因此, 除非知道方括号内的量在 (k_x, k_z) 空间相当广大的区域内近乎与 k_x 和 k_z 独立无关, 否则这个积分将接近于零。像求出一个二维函数之极大值和极小值的作法一样, 就是说, 采用令其各个偏导数等于零的办法, 就可以求出这样一种平点(*flat spot*)。这种分析方法即是众所周知的稳相法(*stationary phase method*)。由它得出

$$\frac{\partial}{\partial k_x} [] = \frac{\partial \omega}{\partial k_x} - \frac{x}{t} = 0 \quad (4.2.7a)$$

$$\frac{\partial}{\partial k_z} [] = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} - \frac{z}{t} = 0 \quad (4.2.7b)$$

所以, 最终得出结论, 在时间 t 时, 该扰动将位于

$$(x, z) = t \left(\frac{\partial \omega}{\partial k_x}, \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \right) \quad (4.2.8)$$

由此证明群速度的定义是正确的。

现在让我们看一看图4.2-2中的 15° 外推方程情形下的波阵面是如何计算出来的。解出 15° 弥散关系的 ω 值并代入式(4.2.8), 所得结果 (x, z) 证明是 k_x/ω 的一个函数, 利用一切可能的 k_x/ω 值就可绘出该图中的曲线。

5. 能量偏移方程的导出

现在以类似于导出群速度的方式来分析 (x, t) 空间内的能量偏移。将积分

$$\iint e^{iz[k_z(\omega, k_x) - \omega t / z + k_x x / z]} d\omega dk_x \quad (4.2.9)$$

内的深度 z 取得很大, 结果就使能量趋向下列位置

$$(x, t) = z \left(-\frac{\partial k_z}{\partial k_x}, \frac{\partial k_z}{\partial \omega} \right) \quad (4.2.10)$$

这就证明了我们以前断言可以用式 (4.2.3) 来分析能量传播误差一事是正确的。式 (4.2.10) 也可用于计算图 4.2-3 中的曲线。稳相概念的有效性已为图 4.2-4 所证实, 该图就是利用反 Fourier 变换方法得到的。

6. 外推方程不具有频散性质

为证明所熟悉的 15° 、 45° 等等的波场外推方法不是频散的, 回想一下 2.2 节, 在该节中, 弥散关系都具有 $k_z/\omega = f(k_x/\omega)$ 的形式, 其中, f 是某种半圆近似, 比方说, 15° 近似或 45° 近似。这种形式的弥散关系没有一种能够是频散的。作出式 (4.2.10) 所要求的求导运算, 你就会明白, 虽然波阵面的 (x, t) 坐标通过 Snell 参量 vk_x/ω 而与倾角有关, 可它们并非明显地直接依赖于频率 ω 。所以, 实践中所观察到的任何频散并不是由 15° 或 45° 近似所产生的。

4.3 频散与波场偏移精确度

频散系由不同频率成分以不同速度传播而形成。虽然许多读者可能听到过冰在冻结的湖面和河面上滑动时的声音, 可是在日常生活中却很少听到频散物理现象。正在破裂的冰所引起的弹性波, 它的传播就具有频散性质, 使得破裂声变成敲击震动的调子。地震波沿地表传播时一般可观察到波散, 但对内部发生的反射波则简直很难察觉到有波散现象。在地震数据处理中, 频散是一种讨厌的事, 对于处理的设计者来说, 频散现象是严重的妨害和困扰。频散现象主要由有限差分方法形成, 因为微分算子和差分算子在高频上并不一致。进行更加密的采样总可以压制掉频散, 检查是否这样作了, 正是生产分析人员的任务。图 4.3-1 所示是某些经过频散的脉冲。

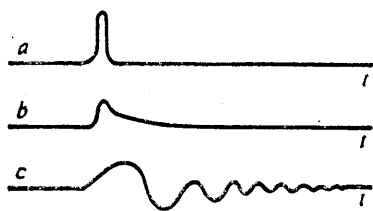


图 4.3-1 (a) 脉冲。(b) 稍微频散的脉冲, 因高频耗散而形成。(c) 具有显著频散的脉冲, 这类频散可以因数据处理不小心而形成

由数据处理所引起的频散可以是关于数据正处于发生假频的危险之中的一种很有用的警告。各种频率域方法均不依靠差分算子, 所以它们都不会表现出频散现象的好处, 不过这种好处也有附带的后果, 即 (1) 没有频散只限于恒定的物质性质和 (2) 没有关于频散的警告迹象就出现了空间假频。

图 4.3-2 是偏移资料中出现频散的例子, 上图为共深度点叠加剖面。中间的图是处理之后的剖面, 处理时尚未企图控制频散现象, 200 号炮点附近在 4 秒时间上存在有严重的频散现象。下面的图则是经过重新处理之后的剖面, 频散现象已大大减弱。

1. 空间假频

在时间轴上、深度轴上, 检波点、炮点、中心点、炮检距或相交线上, 都会出现假

频。在水平空间坐标轴上，假频最为严重，1.3节的图1.3-3提供了一个例子，看这个图时，关于向左倾还是向右倾，你得到是混乱的概念，数学分析也是如此。波动方程的弥散关系使我们能够利用半圆关系 $k_z(\omega, k_x) = \sqrt{\omega^2/v^2 - k_x^2}$ 从瞬时频率 ω ，速度 v 和水平空间波数 k_x 计算出垂直空间波数 k_z 。在 x 坐标轴上进行采样时，令 k_x 的上限等于 Nyquist 频率 $\pi/\Delta x$ 。频率域方法和有限差分方法都要在处理高频时考虑到在 Nyquist 频率上发生折叠的问题，所以半圆形的弥散关系在高于 Nyquist 频率时是折转的，如图 4.3-3 所示。

当如图4.3-3中 20 赫兹时的情形、即两个圆彼此接触时，就开始有空间假频问题了，这种情形出现在半波长 $v/2f$ 等于空间采样间隔 Δx 时。爆炸反射面模型隐含承认所用速度应为岩石速度的二分之一，因而，如果条件 $2f\Delta x < \frac{1}{2}v_{rock}$ 能满足，假频问题就可避免了。就速度等于2公里/秒的情形来说，保险的频率如下表所列：

	Δx	保 险 频 率
标准情形	25米	<20赫兹
普查时	50米	<10赫兹
三维相交测线	100米	<5赫兹

有关空间假频问题的另一种看法是：陡倾斜低视速度的波可用检波器组合方法压制（这种看法忽视炮点空间假频）。根据这种观点，应该把能量从资料中消失时的射线角度考虑为是一个限度，超过它空间假频就开始起作用。射线角度不取 90° 而取为 30° 时，水平波长增一倍，因此，对于 30° 的射线角度和2公里/秒的速度，能保证不受假频影响的频率范围应如下表所列：

	Δx	保 险 频 率
标 准 情 形	25米	<40赫兹
普 查 时	50米	<20赫兹
三 维 相 交 测 线	100米	<10赫兹

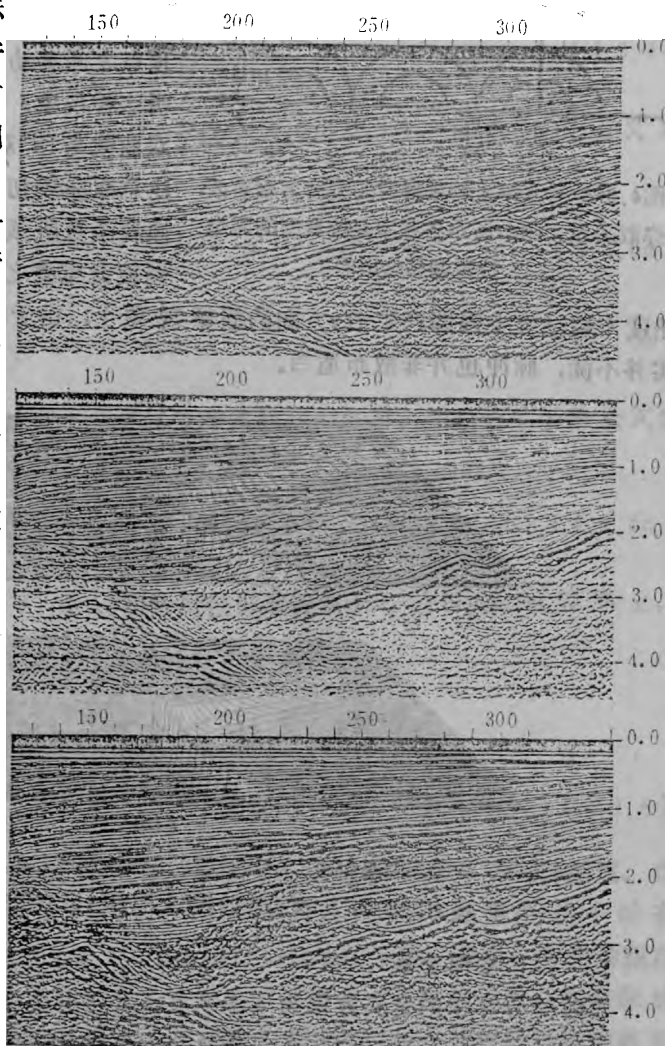


图4.3-2 克服和控制频散现象
(据Taner与Koehler)

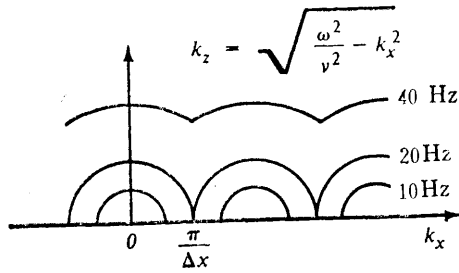


图4.3-3 对水平坐标采样时的波动方程有效弥散关系，图中所示各频率是按典型的零炮检距偏移给出的

因为资料通常有高于40赫兹的信号，所以广角处理往往因有空间假频而遭致失败。

空间假频问题通常掩盖了15°方程与90°方程之间的差别。受假频影响的能量并不在双曲线两翼与顶点之间移动，往往停留原地不动。图4.3-4可说明这种现象，该图表示由有限差分方程产生的90°双曲线与15°双曲线。总的来说，它们差别很小。注意双曲线初至的振幅，它们衰减得比球形扩散和倾斜函数所预料的还要快，这是因为各波散曲线半圆彼此重叠之故。这里可以不存在超出上限的传播

角度（超过该上限即产生沿x方向的假频现象）。由于波不可能达到如此之陡，所以它们确实并不陡，脉冲也并非散布适当。

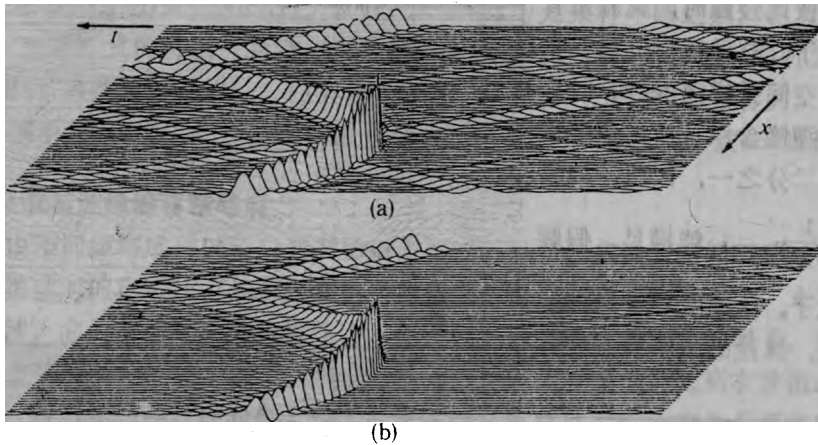


图4.3-4 一对合成双曲线， $\Delta t=4$ 毫秒， $\Delta x=25$ 米，速度为2公里/秒。采用Fourier变换方法的90°方程的双曲线(上图)及15°有限差分方程的双曲线(下图)

2. 二阶空间导数

二阶差分算子的定义方程为

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} P = \frac{P(x+\Delta x) - 2P(x) + P(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad (4.3.1)$$

取下列极限则可定义二阶导数算子

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} P = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\delta^2}{\delta x^2} P \quad (4.3.2)$$

Δx 趋于零时，许多不同的定义可以全部趋于相同的极限。问题在于要求出一种表达式，该表达式当 Δx 大于零时应是准确的，而且，按某种实用水平衡量，该表达式还不得过于复杂。我们第一个目标就是要知道方程(4.3.1)的精确度如何能定量计算，第二个目标就是要考虑一种比方程(4.3.1)稍微复杂一点但比它更精确得多的表达式。

我们将采用的基本分析方法是Fourier变换。取复指数 $P = P_0 \exp(ikx)$ 的导数，并将任何误差均考虑为空间波数 k 的函数，对于二阶导数，有

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} P = -k^2 P \quad (4.3.3)$$

用类似于差分算子的表达式来定义 \hat{k}

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} P = -\hat{k}^2 P \quad (4.3.4)$$

理想情形是 \hat{k} 要等于 k 。将复指数 $P_0 \exp(ikx) = P$ 代入式(4.3.1)，可看到由定义式(4.3.4)得出以 k 表示的一种有关 k 之表达式

$$-\hat{k}^2 P = \frac{P_0}{(\Delta x)^2} \left[e^{ik(x+\Delta x)} - 2e^{ikx} + e^{ik(x-\Delta x)} \right] \quad (4.3.5a)$$

$$-\frac{\delta^2}{\delta x^2} = \hat{k}^2 = \frac{2}{(\Delta x)^2} [1 - \cos(k\Delta x)] \quad (4.3.5b)$$

根据式(4.3.5b)作出 $\hat{k} \Delta x$ 对 $k\Delta x$ 的关系图，是很直接了当的事。三角学的半角公式允许我们取式(4.3.5b)的解析平方根，得

$$\frac{\hat{k} \Delta x}{2} = \sin \frac{k\Delta x}{2} \quad (4.3.5c)$$

作级数展开之后将表明，在低频情形下， \hat{k} 确实是能很好地近似于 k 。在Nyquist频率上，根据定义 $k\Delta x = \pi$ ，所得近似 $\hat{k} \Delta x = 2$ 则是对于 π 的一种很坏的近似。

3.1/6策略

减小 Δx ，恒可提高绝对精度。增加较高阶项，例如

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \approx \frac{\delta^2}{\delta x^2} - \frac{\Delta x^2}{12} \frac{\delta^4}{\delta x^4} + \text{等等} \quad (4.3.6)$$

则需要以增加计算机时间和分析时的麻烦为代价，换得提高与Nyquist频率有关的精度。当 Δx 趋于零时，方程(4.3.6)趋于基本定义式(4.3.1)和(4.3.2)。如果希望在 k 值小时有高精度，可以用Taylor级数方法决定式(4.3.6)中像 $1/12$ 这类的系数。或者，如果希望在 k 值的某种范围内有一定精度，可以用曲线拟合方法来确定稍微有点不同的系数。在实际处理中，极少采用式(4.3.6)，因为还有一种不太明显的表达式能以很少代价就可提供高得多的精度！这种思想可用下式简要说明：

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{\delta^2}{\delta x^2}}{1 + b\Delta x^2 \cdot \frac{\delta^2}{\delta x^2}} \quad (4.3.7a)$$

式中， b 是一个可调常数。

将式(4.3.5b)代入，得

$$\left(\frac{\hat{k} \Delta x}{2} \right)^2 = \frac{\sin^2 \left(\frac{k\Delta x}{2} \right)}{1 - b4\sin^2 \left(\frac{k\Delta x}{2} \right)} \quad (4.3.7b)$$

就能对式(4.3.7a)的精度作出数值估计。在取值 $b=1/6$ 的情形下，对上式取平方根的计算结

果绘于图4.3-5。

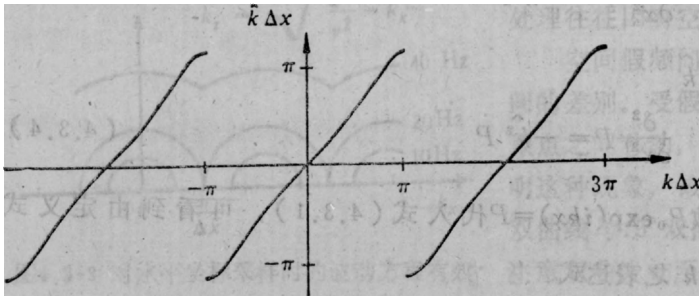


图4.3-5 作为空间波数之函数的二阶导数表示式(4.3.7)的精度式(4.3.7b)之平方根的符号在 $-\pi$ 至 π 的范围内取成与 k 一致,而在该范围之外则为周期性性质(据Hale)

若式(4.3.7)内的系数 $1/6$ 以 $1/12$ 代替,则略去高于二阶 Δx 的各项后,式(6.3.4)与(4.3.7)将是一致的。系数 $1/12$ 来自级数展开,但是系数取为 $1/6$ 则可适用于较宽的范围,因而是共同采用的值。Francis Muir曾经指出,值 $1/4 - 1/\pi^2 \approx 1/6.726$ 在Nyquist频率上给出严格的拟合,并且在所有低频范围上都是准确地拟合!很少有勘

探人员考虑到,尽管式(4.3.7)还有精度不足之嫌,但已足以保证野外记录值的内插了。图4.3-6是各种不同 b 值之双曲线的比较,在图中可观察到,不论 b 值是多少,最长的波长都是以相同的速度传播的。图4.3-6中的时间轴仅有256个点的长度,而在实际工作中,它将万有成千个以上的点。所以,图4.3-6是夸大了实际工作中应归因于沿 x 轴进行有限差分而产生的频散影响。

让我们确信:如何把式(4.3.7)付诸应用算是搞清楚了吧。取 $b=6$ 。最简单的典型方程是热流方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} q = \frac{\partial^2}{\partial x^2} q \approx \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2}}{1 + \frac{\Delta x^2}{6} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} q \quad (4.3.8)$$

由此可知,将该方程通乘以式中的分母项,得

$$\left(1 + \frac{\Delta x^2}{6} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \frac{\partial}{\partial t} q \approx \delta_{xx} q \quad (4.3.9)$$

据此即可进行计算了。

4. 时间导数与深度导数及双线变换

你很可能认为二阶导数就是二阶导数,没什么数学理由要把时间导数作不同于空间导数的处理。事情可不是这么回事。考虑一下边界条件,你就能受到启示,明白时间导数与空间导数之间是有悬殊不同的。处理时间导数时(而且总是要同沿深度 z 的导数一起处理),我们必须考虑因果性条件——这意味着,未来是唯一地决定于现在和过去。加在时间坐标上的适当边界条件就是初始条件,它是该函数本身(或许还有它的某些导数)在一个点上,即在时间初始点上的具体值。对于深度坐标 z 来说,那种特殊点就是 $z=0$ 时的地表面。但是横向空间导数则有所不同:它们需要有在两个分离很远的点上的边界条件,通常这些点是在所论体积的左侧和右侧。

微分方程

$$\frac{dq}{dz} = ik_z(\omega, k_x)q \quad (4.3.10)$$

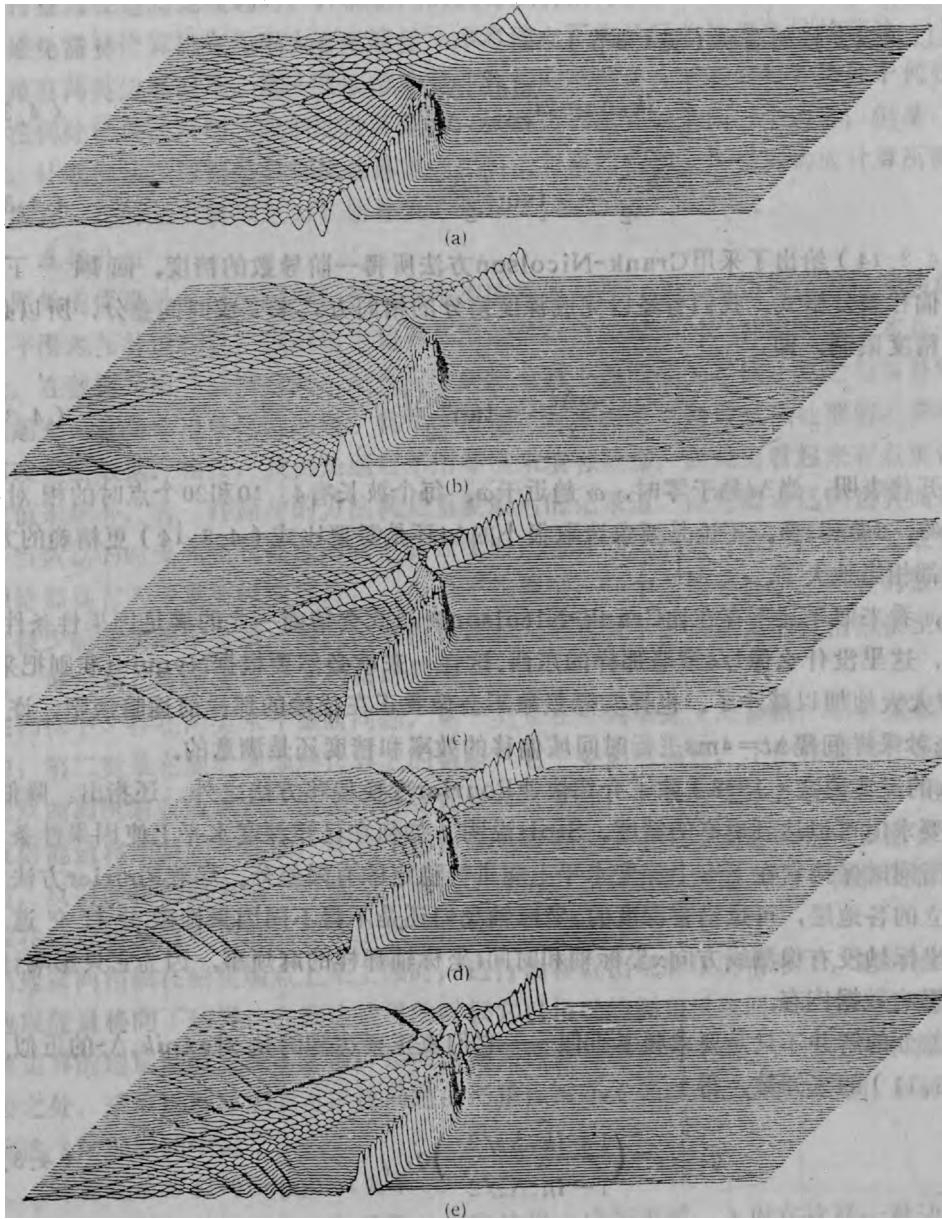


图4.3-6 $b=0, 1/12, 1/6.726, 1/6$ 和 $1/5$ 情形下的双曲线

是与 k_z 的定义本身有联系的，类似的差分方程则将定义一个 \hat{k}_z ：

$$\frac{q_{z+\Delta z} - q_z}{\Delta z} = i\hat{k}_z \frac{q_{z+\Delta z} + q_z}{2} \quad (4.3.11)$$

将式(4.3.10)的解 $q = q_0 \exp(i k_z z)$ 代入式(4.3.11)，使我们得到所期望的 k_z 与实际有的 k_z 二者之间的关系：

$$\hat{ik}_z \Delta z = 2 \frac{e^{ik_z \Delta z} - 1}{e^{ik_z \Delta z} + 1} = 2 \frac{e^{ik_z \Delta z/2} - e^{-ik_z \Delta z/2}}{e^{ik_z \Delta z/2} + e^{-ik_z \Delta z/2}} \quad (4.3.12)$$

这个关系以双曲线变换而著称（见4.6节）

$$\hat{ik}_z \Delta z = 2i \frac{\sin k_z \Delta z/2}{\cos k_z \Delta z/2} \quad (4.3.13)$$

$$\frac{\hat{k}_z \Delta z}{2} = \tan \frac{k_z \Delta z}{2} \quad (4.3.14)$$

式(4.3.14)给出了采用Crank-Nicolson方法所得一阶导数的精度。回顾一下2.7节中所述的偏移差分格式，我们曾经以完成深度差分的相同方式来完成时间差分，所以必须应用相同的精度限制，即

$$\frac{\hat{\omega} \Delta t}{2} = \tan \frac{\omega \Delta t}{2} \quad (4.3.15)$$

作级数展开将表明，当 Δt 趋于零时， $\hat{\omega}$ 趋近于 ω 。每个波长有4、10和20个点时的相对误差分别为30%、3%和1%。不论是要求选取很小的 Δt 还是需要比式(4.3.14)更精确的方法，这些误差都相当地大了。

可惜，看来似乎还不存在比Crank-Nicolson表示式要精确一些的满足因果性条件之微分表示式，这里没什么像1/6策略那样的东西，这样一来就必然要根据Nyquist准则把采样间隔 Δz 与 Δt 大大地加以减小了。也许实际景象不会像我正在描绘的那样前途暗淡吧，许多人都对以4毫秒采样间隔 $\Delta t = 4\text{ms}$ 进行时间域偏移的效率和精度还是满意的。

Stolt的经典论文(1978)除了介绍快速Fourier变换偏移方法之外，还指出：降低因果性条件的要求时可以达到更高的精度。Stolt说明了如何在已知深度水平上使因果性条件要求降低，而同时保持它在下一个深度水平上能进行稳定的有限差分。尽管Fourier方法能够应用于分立的各地层，可是沿着深度的 z 坐标轴我们还是不得不同因果性微分打交道。然而，深度坐标轴没有像测线方向 x 坐标轴和时间 t 坐标轴那样的麻烦事，因为它只影响计算时间，并不影响数据内存。

有限差分的解并不只是要求频率近似——它们真正要达到的是对 $\exp ik_z \Delta z$ 的近似。解出式(4.3.11)的未知数，得

$$q_{z+\Delta z} = \left(\frac{1 + i\hat{k}_z \Delta z/2}{1 - i\hat{k}_z \Delta z/2} \right) q_z \quad (4.3.16)$$

所以，在深度 $z = N\Delta z$ 之内有 N_z 层的情形下，我们得下列近似

$$e^{ik_z N\Delta z} \approx \left(\frac{1 + i\hat{k}_z \Delta z/2}{1 - i\hat{k}_z \Delta z/2} \right)^{N_z} \quad (4.3.17)$$

以后我们将把它用于有限差分之Fourier域模拟的程序。将在4.7节内讨论的这类模拟使我们能够对各种不同偏移方法的精度进行比较。

4.4 吸收边界

包含有正在传播之中的波场的一个体积内的各点常常是用计算机内存单元来模拟，虽然

我们往往希望能模拟无限大的体积，可计算机内存单元数令人遗憾地却是有限的。当我们指望波已传播远去趋向无限远时，计算机内的波却从有限计算机内存所形成之边界反射回来了。为避免需要计算机有无限大存贮容量，本章建立了有关吸收边界条件的理论。

这里有两类边界困难，第一是要搞清楚在我们的观测终止时我们究竟是处于何处，第二是我们在何处已设法限制了我们的计算范围。这些边界也许就是同一个边界，但是，为了避免矛盾，让我们假设数据是具有比计算机内存更为有限的范围，所以同构成计算所需初始条件的数据在一起的是个将称之为数据补值 (*data padding*) 的区域。

1. 数据补值

最原始的假设是补值区域可设想成是附加的零值数据。为避免边棱绕射这种假象，必须使数据平滑地与补值相合，因而仅当边界周围的数据已经很小时，补零的办法才是一个很好的假设。在数据是用零值填补时，是否应作斜坡衰减（逐渐变为零值）使之与填补零值平滑地匹配起来，这是个可争论的问题。我是宁愿避免对数据采用斜坡衰减处理的，那种办法等于是篡改歪曲数据。相反，我倒是愿意不用零值来填补数据，而是用看起来有点更像是该数据的数值来填补。有一种简单的方法就是重复最后的记录道，使它随着远离边界而逐渐衰减下去，当数据的时差同延长部分的时差能匹配时，这种办法最为有效。任何有关最优数据补值的理论都具有两个重要组成部分：一个是干扰模型，一个是信号模型。理想的数据外推方法简直很少能在实践中有效应用。3.5节内包含有一些有关于扩展道集的更精细模型的建议。

2. 排列端点与测线端点上的截断影响

在勘探中，存在两类水平截断问题。第一类是在排列端点上的截断，它主要影响共中心点叠加；第二类是在测线的地理边界上的截断，它主要影响偏移。不论在偏移还是叠加中，都要把双曲面压缩收敛成点，但是两种处理是有区别的，因为数据本身就不同。进行叠加时，反射能量将倾斜向下移动，有助于形成远炮检距记录道的截断影响是可以断言的。进行偏移时，反射面在剖面末端上可能是上倾或下倾的，比较好处理的是向下倾斜的情形，地震同相轴在该处将从边界平滑地移动至剖面内部。

当地震同相轴在测线端点上为上倾时，进行偏移就出现麻烦的情形了，这时向下延拓处理将地震能量移向了边界。在到达边界的时候它以相反的倾角反跳回来，并与仍然正在继续移向该边界的地震能量发生了干涉。给时间剖面两侧增添附加空间、从而使倾斜地震能量有一可去之处，采取这种办法就可以使问题的严重性减小（你事前已经决定把什么初始数据补值放到这个附加空间中去了）。

3. 标量波动方程的Engquist边界

最简单的边界条件是这么一种函数，它在边界上应等于零。入射在这样一种边界上的波以相反的极性被反射回去（所以入射波加反射波会在边界上等于零）。仅次于最简单边界条件的则是零斜率条件，这也是一种完全反射面，不过反射系数是+1而不是-1；为代表零斜率边界，需要在差分网格的边缘端点上有两个点。通常考虑的最一般性边界条件是上述函数值与斜率的某种线性组合，这种组合也是一种两点式边界条件。事情之所以如此，是因为我们的各种外推方程（2.2节）仅含有单独一个深度方向的导数，所以它们在 z 轴上都是两点式条件。由于看到了这点，Björn Engquist认识到我们的外推方程可有一种新应用。许多其他专业领域的研究人员都有兴趣于正演模拟，就是说，以一个像标量波动方程 $P_{xx} + P_{zz} = P_{tt}/v^2$ 这样的方程按时间向前推移计算，这些人遇到了计算机内存有限这个严重困难。

Engquist的思想是：他们应该把我们的外推方程用于他们的边界条件（这个思想使他获得SIAM奖）。假设他们希望 (x, z) 空间内的一个方盒子的周围有无限吸收体积。这时，他们需要环绕方盒子四周有某种边界条件，在盒底部，他们可采用下行波方程；在盒顶部则采用上行波方程；对于盒的侧面，利用交换 x 与 z 的办法可以作类似的处理。这种思想已由Robert Clayton作过详尽的试验和证实，他所作各种结果比较之一可作为例子，见图4.4-1。

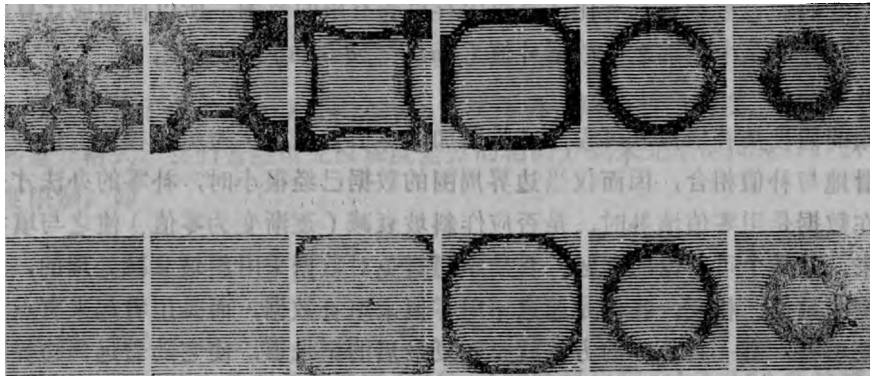


图4.4-1 在具有吸收边界的盒子内作圆形扩展的波阵面(上图)，在具有零斜率边界的盒子内作圆形扩展的波阵面(下图) (据Clayton)

4. 外推方程的Engquist侧边条件

在数据处理中，是在所研究区域的内部采用外推方程，这点不同于正演模拟问题。在正演问题中是在所研究区域内部采用完整的标量波动方程，因而在边界上可以采用外推方程。标量波动方程的波散关系曲线是圆形，而外推方程所具有的理想波散关系曲线却是半圆形。根据类比推理，Engquist曾推测出，对于波场外推问题，具有四分之一圆弧形的波散关系可能是一种理想侧边条件。为使他的思想更具体化并能直接应用，他提出用一条直线来近似该四分之一的圆弧，如图4.4-2所示。

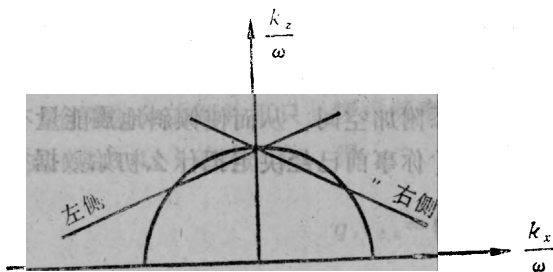


图4.4-2 简单吸收侧边条件的波散关系

直线形波散关系的好处是在空间域内可用一个简单的一阶微分方程代表。一阶方程具有可以只用两个数据点表达的一阶导数，从而可用于常规的两点式侧边界条件。图4.4-2中的右侧直线方程定义的边界波散关系 D 为

$$D(\omega, k_x, k_z) = \frac{vk_z}{\omega} - 1 + \text{常数} \times \frac{k_x}{\omega} = 0 \quad (4.4.1)$$

在 (t, x, z) 空间内，这个方程就是

$$\left(v \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} + \text{常数} \frac{\partial}{\partial x} \right) P = 0 \quad (4.4.2)$$

若以延迟时间函数形式表示，则在由 (ω, k_x, k_z) 域变换至 (t, x, z) 域时， $\frac{\partial}{\partial z}$ 也能够消去。

就纯数学的而非物理的观点考虑，试想像有某种特定的物理过程，它限定了在某个区域内可应用的物理方程正就是具有吸收侧边界条件波散关系的方程。除这个虚构的区域以外，再想像有另一个在其中可应用通常之外推方程的区域。在两个区域的接触点上，方程的解将符合一致。由此无疑能得出结论：最小的边界反射将出现于两种波散关系彼此良好匹配之处。所以，为在所感兴趣的角度范围内形成良好的拟合，应适当选择直线的斜率。偏移进行期间的侧边界吸收作用的一个例子如图4.4-3所示。

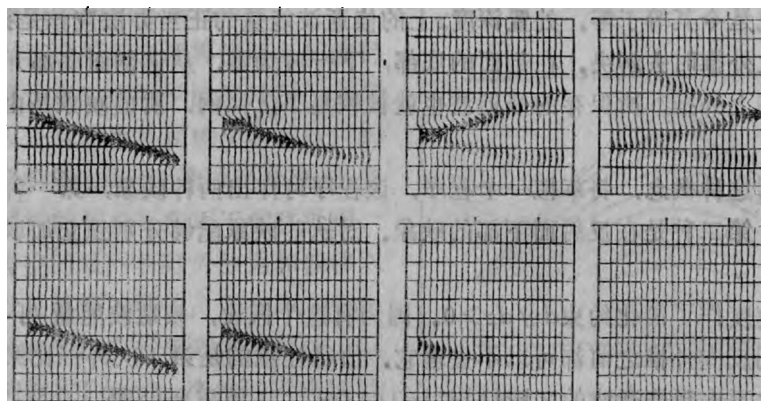


图4.4-3 具有零斜率侧边界(上图)和吸收侧边界(下图)的向下延拓(据Toldi)

5. 反射系数的量值

现在让我们考察一下计算反射系数的某些细节。单位振幅的单频平面波入射在侧边界上，产生幅度为 c 的一个反射波，其数学表现形式为

$$P(x, z) = e^{-i\omega t + ik_z z} (e^{+ik_x x} + ce^{-ik_x x}) \quad (4.4.3)$$

式(4.4.3)中的频率 ω 与水平波数 k_x 都是任意的，而垂直波数 k_z 则是利用内部区域的波散关系、即半圆近似，根据 ω 与 k_x 来确定的。假设在侧边界上可应用这种内部解，这时你可将式(4.4.3)代入代表侧边界的微分方程(4.4.2)内。结果，在入射波方面， $\partial/\partial x$ 转换为 $+ik_x$ ；在反射波方面， $\partial/\partial x$ 转换为 $-ik_x$ 。还有， $\partial/\partial z$ 被转换为 ik_z 。因而，式(4.4.3)中的第一项就是波散关系 $D(\omega, k_x, k_z)$ 乘以振幅 P ，第二项等于反射系数 c 乘 $D(\omega, -k_x, k_z)$ 再乘 P 。所以，用式(4.4.3)代入以后，式(4.4.2)就变为

$$c = \frac{-D(\omega, k_x, k_z)}{D(\omega, -k_x, k_z)} \quad (4.4.4)$$

当根据 (ω, k_x) 点上之内部方程所选取的 k_z 数值恰好也准确满足侧边界条件的波散关系 D 的时候，发生了零反射的情形，这个结果说明了为什么我们要尽可能紧密地与四分之一圆弧匹配一致。直线型波散关系并不相应于仅可在两个端点上表示的最一般形式之侧边界条件。有一种具有可调参量 b_s, b_2 与 b_1 的更一般表达式，它能拟合得甚至更好一点，这种表达式为

$$D(\omega, k_x, k_z) = \left(1 - b_s \frac{vk_x}{\omega}\right) \frac{vk_z}{\omega} - \left(b_1 - b_2 \frac{vk_x}{\omega}\right)$$

对于 15° 偏移方程，可以证实直线型吸收侧边界条件是绝对稳定的。可惜，严密的稳定性分析似乎是超出了Muir的阻抗规则的理论范围，就是因这个缘故，我是不相信对于 45° 偏移方程也已经证实了有稳定性这种说法的。

4.5 傅氏变换偏移方法的调整

我们首先要看一下如何对大于 90° 的倾角进行偏移, 然后我们将着手解决Fourier变换偏移方法的两个主要缺点, 即这种方法的周期性质和这种方法容许速度空间可变的程度太低。

1. 倾角大于 90° 的情形

对大于 90° 的倾角进行偏移需要仔细处理指数式衰减的倏逝波能量 (evanescent energy)。目前, 大多数按深度进行外推的偏移程序对该种转成指数式衰减的倏逝波能量都是忽略不计或是令其等于零。处置深度 z 上的倏逝波能量的正当办法应该是把这件事留给向上进行第二次外推时去解决。在剖面的底部, 下行波为零, 从该剖面底部开始向上外推, 随着下行波的向上外推, 所保存的倏逝波也就被恢复了。照例, 所成映象是由时间 $t=0$ 时的波所形成的。

为解释说明这种概念, 将草拟一个程序, 该程序可作出两种映象, 第一种是在反射面上部的通常映象, 第二种是在反射面下部的映象。对这些映象能够分别独立加以考虑或者把它们相加。

该程序对速度作了简化约束 $dv/dz \geq 0$ 。因为有这个假设, 倏逝波能量可以被“原地”贮存起来, 直到反向外推之前都可以不去理它。值得注意的是第二次外推比第一次外推要节省时间, 因为永不出现倏逝波的区域 $|k| < |\omega|/v(\tau_{max})$ 不需要处理。

```
# first pass of conventional phase-shift migration.
```

```
P( $\omega, k_z$ ) = FT [ u( $t, x$ ) ]
```

```
For  $r = \Delta r, 2\Delta r, \dots, r_{max}$  {
```

```
  For all  $k_z$  {
```

```
    Uimage( $k_z, r$ ) = 0.
```

```
    For all  $\omega > |k|v(r)$  {
```

```
      C = exp(-i $\omega\Delta r \sqrt{1 - v(r)^2 k_z^2 / \omega^2}$ )
```

```
      P( $\omega, k_z$ ) = P( $\omega, k_z$ ) * C
```

```
      Uimage( $k_z, r$ ) = Uimage( $k_z, r$ ) + P( $\omega, k_z$ )
```

```
    }
```

```
  }
```

```
  uimage( $x, r$ ) = FT [ Uimage( $k_z, r$ ) ]
```

```
}
```

```
# Second pass for underside image.
```

```
For  $r = r_{max}, r_{max} - \Delta r, r_{max} - 2\Delta r, \dots, 0$  {
```

```
  For all  $k_z$  {
```

```
    Dimage( $k_z, r$ ) = 0.
```

```
    For  $\omega = |k|v(r)$  to  $\omega = |k|v(r_{max})$  {
```

```
      # The wave changes direction but so does  $\Delta r$ 
```

```
      C = exp(-i $\omega\Delta r \sqrt{1 - v(r)^2 k_z^2 / \omega^2}$ )
```

```
      P( $\omega, k_z$ ) = P( $\omega, k_z$ ) * C
```

```
      Dimage( $k_z, r$ ) = Dimage( $k_z, r$ ) + P( $\omega, k_z$ )
```

```
    }
```

```
}
```

$$dimage(x,r)=FT [Dimage(k_x,r)]$$

2. 防止相移偏移出现折叠现象 (S. Levin, 1984)

图4.5-1表示一个双曲线族, 注意, 这些双曲线并未延展至无限大时间而是使它们在某个截止时间 t_c 上截断。我们将阐述一种形成这类时间截断之数据的Fourier方法, 该方法可导致一种无折叠假象的相移偏移程序。

在开始采用快速傅氏变换算法时人们就已注意到, 可以将该算法应用于滤波处理。如果将信号与滤波因子两端增补足够多的零值, 那就能够在周期性的Fourier变换域内准确地实现瞬态滤波。同样的概念可应用于偏移处理, 如果在时间域与空间域内将野外数据和偏移双曲线四周填补以足够多的零值, 则在Fourier变换域内就可以实现没有折叠现象的偏移, 其诀窍就是看如何能在Fourier变换域内构造出图4.5-1中的各截断双曲线了。

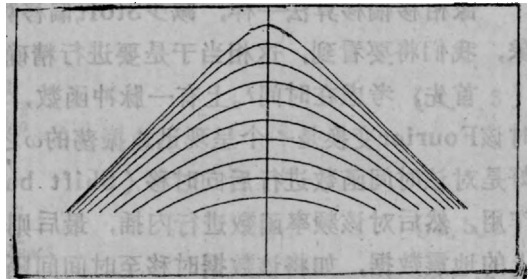


图4.5-1 在某一特定时间上截断之双曲线

为在时间 t_c 上截断, 必须利用特殊的点源。震源越深, 其张角 (angular aperture) 就必然越狭窄。使时间 t_0 上的初至之双曲线在某个时间 t_c 上被截断, 在截止时间上之能量的传播角度 θ 由关系式 $\cos\theta=t_0/t_c$ 给出, 因而爆炸反射面就具有在 $\sin\theta=vk_x/\omega$ 时被截断的 k_x 谱。一个 90° 的张角就意味着具有无限大时间延迟的反射。下面是该程序的梗概:

```
# Modeling with 'time truncation at  $t_c$ 
Model( $k_x, z$ ) = FT [ model( $x, z$ ) ]
For all  $\omega$  and all  $k_x$ 
    U( $\omega, k_x$ ) = 0.
For  $z = z_{max}, z_{max} - \Delta z, z_{max} - 2\Delta z, \dots, 0$  {
    For all  $\omega$  {
        For all  $|k_x| < |\omega|/v$  {
            if ( $z < v t_c$ ) {
                sine =  $\sqrt{1 - z^2/v^2 t_c^2}$ 
                if ( $|v k_x| < |\omega| \text{ sine}$ )
                    aperture = 1.
                else
                    aperture = 0.
            }
        }
        else
            aperture = 0.
    }
    U( $\omega, k_x$ ) = U( $\omega, k_x$ )  $e^{-i \Delta z \omega \sqrt{v^{-2} - k_x^2/\omega^2}}$  + aperture * Model( $k_x, z$ )
}
```

$$u(t, x) = FT_2D [U(\omega, k_x)]$$

使深度 z 的循环进行从浅至深的循环而不是从深至浅的循环,并且将向下延拓的数据乘以孔径函数,就能够把上述模拟程序转变成偏移程序(参阅1.3节)。对程序进行这种修正不但可改善偏移处理的质量,而且计算也较快速。

3. 控制Stolt偏移方法的折叠现象

像相移偏移算法一样,减少Stolt偏移算法计算假象的关键是必须压制时间域的折叠现象,我们将要看到,这相当于是要进行精确的频率域内插。

首先,考虑在时间 t_0 上有一脉冲函数,其Fourier变换为 $\exp(-i\omega t_0)$,当 t_0 很大时,这时该Fourier变换是一个呈现迅速振荡的 ω 之函数。迅速振荡之函数往往是难于内插的,最好是对该时间函数进行后向时移(Shift backward),从而起到将其频率函数进行平滑的作用,然后对该频率函数进行内插,最后则取消时移使之恢复原状。设已知时间段 $0 < t < T$ 上的地震数据,如将该数据时移至时间间隔 $-T/2 < t < T/2$,相应的频率函数就会被平滑。因此,对Stolt偏移程序提出的第一个改进意见就是在频率域内乘以 $\exp(i\omega T/2)$,然后内插,最后再乘以 $\exp(-i\omega T/2)$ 。

线性内插差不多是最容易实现的内插形式了。另一方面,Fourier变换理论则建议用sinc函数作内插(根据定义 $\text{sinc}u = (\sin u)/u$)。频率 ω 的sinc函数反变换回时间域时是一个时间 t 的矩形函数,在间隔 $-T/2 < t < T/2$ 上这个矩形函数取非零值。回想一下,快速逆傅氏变换算法是在频率域内的均匀间隔上求和的,这隐含着各采样点之间应为零的假设,到头来也就是假设时间域函数在给定的时间间隔之外是周期性的。现在令时间的矩形函数为时间域内之乘因子,使该周期性时间函数转变为所观测的瞬态时间函数。在时间域内的这种乘法等价于在频率域内采用适当的sinc函数所作的一种褶积。连续sinc函数与已知离散间隔的频率函数作褶积实际就是内插。可惜,sinc函数是沿频率坐标轴无限延展的,更糟的是它衰减很缓慢。所以,采用的是某种近似的或者截断的sinc函数。Bill Harlan曾证明:斜坡衰减sinc函数达到令人满意的精度能比补零(zero padding)更为节省计算时间。不过,事情看来是,最好的办法还是应该既补零又采用某种sinc函数式的内插。Rosenbaum与Boudreaux(1981年)的论文是有关内插问题的权威性研究。

4. Stolt拉伸扩展法

采用深度方向的Fourier变换是Stolt偏移方法的一大长处,同时也是它的一大弱点。这是一大长处是因为这使他的方法在运算上比所有其他方法都快速得多,这又是一个弱点是因为它要求速度必须是深度的一种恒定函数。在地震剖面范围之内变化两倍是速度的典型变化范围,而速度对偏移的影响则往往与速度的平方有关。为减轻这种困难,Stolt曾建议将时间坐标轴拉伸扩展,使得数据看上去很像是由某一恒定速度的地层所产生的。Stolt提出过下列拉伸扩展函数:

$$\tau(t) = \left(\frac{2}{v_0^2} \int_0^t t' v_{RMS}^2(t') dt' \right)^{1/2} \quad (4.5.1a)$$

$$v_{RMS}^2(t) = \frac{1}{t} \int_0^t v^2(t') dt' \quad (4.5.1b)$$

在涉及高速度的很大时间之处, Stolt的拉伸扩展意味着 τ 值的增长要比 t 值快速一些。为能应用快速傅氏变换FFT, 要沿 τ 轴均匀采样, 这么一来, 在很大时间之处, 就得在 t 坐标轴上增大采样密度; 这正同关于地层Q值和采样定理的要求相反, 但是大多数人都认为值得这么作。

导出式(4.5.1)的最直接方法是基于这么一种思想: 要使理想双曲线顶部的曲率同拉伸扩展之数据中的曲率相符一致。(x, τ)空间内的理想双曲线方程为

$$v_0^2 \tau^2 = x^2 + z^2 \quad (4.5.2)$$

作简单的微分即可表明, 双曲线顶部的曲率为

$$\left. \frac{d^2 \tau}{dx^2} \right|_{x=0} = \frac{1}{\tau v_0^2} \quad (4.5.3)$$

可以证明, 除了速度必须用均方根速度代替之外

$$\left. \frac{d^2 t}{dx^2} \right|_{x=0} = \frac{1}{t v_{RMS}^2} \quad (4.5.4)$$

式(4.5.3)是可应用于层状介质内的。我们现在要针对层状介质寻找出一种经拉伸扩展的时间 $\tau(t)$, 使得可以用式(4.5.3)有效地代替式(4.5.4)。我们很想使 $t(x)$ 曲线与 (x) 曲线在所有 x 值情形下都能匹配, 但那就会使问题过于复杂化了。退而求其次, 我们可以只求在双曲线顶部的导数能相符, 即与 $x=0$ 点上的 $\tau[t(x)]$ 对 x 之二阶导数能够匹配。代入式(4.5.3)与式(4.5.4)的关系, 可由这种作法导出 $\tau d\tau/dt$ 的表达式^①。在进行积分并取其平方根之后, 即得出式(4.5.1)。

有一种与此不同的导出拉伸扩展时间 τ 的方法, 它可以在较陡角度时给出更精确的结果, 这种方法不是在顶点上使双曲线曲率匹配, 而是在侧翼上离开顶部有若干距离之处使双曲线斜率和函数值均匹配。实际偏移的正是双曲线的两翼而不是顶部, 所以这种结果就要更准确些。从代数运算说, 这种导出方法也较容易, 因为所需要的仅是一阶导数。对于任意深度 z_i 上的反射面, 将式(4.5.2)对 x 微分, 得出

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{x}{\tau v_0^2} \quad (4.5.5)$$

在层状介质内也存在类似的表达式, 为得出这个表达式, 解出 $x = \int v \sin \theta dt = p \int v^2 dt$, 就得出 $p = dt/dx$ 为:

①由于 $\tau[t(x)]$ 是复合函数, 故得

$$\left. \frac{d^2 \tau}{dx^2} \right|_{x=0} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\tau}{dt} \frac{dt}{dx} \right) \Big|_{x=0} = \left[\frac{d^2 \tau}{dt^2} \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 + \frac{d\tau}{dt} \frac{d^2 t}{dx^2} \right] \Big|_{x=0}$$

但在双曲线顶部 $x=0$ 应有 $dt/dx=0$, 从而

$$\left. \frac{d^2 \tau}{dx^2} \right|_{x=0} = \frac{d\tau}{dt} \left. \frac{d^2 t}{dx^2} \right|_{x=0}$$

将式(4.5.3)与(4.5.4)分别代入上述关系, 即得

$$\tau \left. \frac{d\tau}{dt} \right|_{x=0} = \frac{t v_{RMS}^2}{v_0^2} \text{ 或 } \tau^2 = \frac{2}{v_0^2} \int_0^t t' v_{RMS}^2(t') dt', \text{——译者}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{\int_0^t v^2(p, t) dt} \quad (4.5.6)$$

表达式(4.5.5)与(4.5.6)起着与式(4.5.3)和式(4.5.4)相同的作用,但式(4.5.5)与式(4.5.6)在任何地方均成立,而不仅只在双曲线顶部成立。对 $\tau(t)$ 进行微分,得

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{d\tau}{dt} \frac{dt}{dx} \quad (4.5.7)$$

将式(4.5.5)与(4.5.6)代入式(4.5.7),得

$$\frac{x}{\tau v_0^2} = \frac{d\tau}{dt} \frac{x}{\int_0^t v^2(p, t) dt} \quad (4.5.8)$$

$$\tau d\tau = \left[\frac{1}{v_0^2} \int_0^t v^2(p, t') dt' \right] dt \quad (4.5.9)$$

对式(4.5.9)进行积分,其左端得出 $\tau^2/2$,这时取平方根即可得出式(4.5.1a),但须采用下列均方根速度 v_{RMS} 的新定义

$$v_{RMS}^2 = \frac{1}{t} \int_0^t v^2(p, t) dt \quad (4.5.1c)$$

现在的新鲜事是出现了Snell参量 p 。在以某种速度 $v'(z)$ 为其特征的一种层状介质内, $v(p, t)$ 定义为射线速度,该射线对地面呈某个角度,可用时差 p 量度。在实际处理中,应该采用什么 p 值?最好的处理办法是先检查一下所用资料,针对你希望对它进行良好偏移的那些同相轴测定出 $p=dt/dx$;有一个缺省值为

$$p = \frac{2 \sin 30^\circ}{2.5 \text{公里/秒}} = 0.4 \text{毫秒/公尺}$$

式中的因子2是根据爆炸反射面模型得出的。

5. Gazdag的横向可变速度 $v(x)$ 处理法

相移偏移方法很受欢迎,因为它允许速度随深度作任意变化,而且允许传播角度任意,直至为 90° 。可惜,由于沿 x 坐标作Fourier变换,不允许速度有横向变化。为减轻这种困难, Jeno Gazdag与Sguazzero(1984)提出过一种内插方法。回想一下1.3节内容,相移法把数据 $p(x, t)$ 通过二维Fourier变换,转换为 $P(k_x, \omega)$,然后,乘以 $\exp[ik_x(\omega, k_x)\Delta z]$ 即可将 $P(k_x, \omega)$ 按深度步长向下延拓。Gazdag提出了若干个参考速度 v_1 、 v_2 、 v_3 和 v_4 等,他用每一种速度向下延拓一个深度步长,获得经过向下延拓处理之数据的若干参考结果 P_1 、 P_2 、 P_3 和 P_4 等,然后按横向波数 k_x 将每一种 P_i 作Fourier反变换,转换为 $p_i(x, \omega)$ 。在每一种 x 值时,他都对速度最相近的那些参考波进行了内插,得出最终值 $p(x, \omega)$ 。为下一个步长作准备,他把 $p(x, \omega)$ 重又变换成 $P(k_x, \omega)$,重复前面的处理过程,就这样逐个步长作下去。由于对每一种参考速度情形都是重复通常的偏移计算,这看来好像是一种效率不高的方法。使人惊奇的是,也许因为有利用阵列处理机进行计算所具有的独特性质,这种方法似乎是很成功的。

习 题

(1)为在时间 t_c 获得尖锐的截止,就需要频率域内的谱具有宽广频带。设已知图4.5-1是在一种 1000×1000 的网格上表示的,试推断出在截止时间 t_c 内的不确定度(uncertainty)。

(2)因为对时间 t 的Fourier变换具有周期性,相移方法往往产生对 z 轴是周期性的偏移。通常,这并不引起麻烦,因为我们不理睬很大的 z ,很大深度上的上行波在 $t=0$ 以前应该是等于零的。Kjartansson曾指出,如果在继续往下进行计算之前,从波场中减掉在 $t=0$ 时的波,那就可以避免沿深度 z 的周期性,因而信息永不可能与负时间和“折叠”现象沾边。试指出应如何改变相移方法的程序。

4.6 阻抗

经典物理学非常注意能量守恒与耗散问题,工程滤波理论非常注意时间因果性问题、即激发之前不可能存在响应。在地球物理学中,我们经常需要既能保证时间因果性关系,又要考虑能量损耗的问题。我们需要不但是在理论推导方面而且在计算方面将二者结合起来,有时在时间离散化的计算中也需如此。有专门一类称作阻抗函数的数学函数可用以描述在耗散能量之物理物体中的因果性线性扰动。

大自然是按时间向前推移发展的。很自然,阻抗函数在任何模拟计算中都是起基本作用的,在那里,时间是从过去向未来推移发展的。除了它们在物理模拟中的应用以外,阻抗在波场的深度外推中也发现有用处。地球物理学家将地表面上获得的数据向下外推,以期获得深处的信息,这种作法不同于大自然沿时间的外推。在原理上,我们并不要求将阻抗函数向深处外推,但是进行深度偏移而不考虑阻抗函数却会出现不断增大的振荡现象,这一点同接受外部来源能量的物理系统非常相像。事实上,物理方程的“直接”实现往往表现为不稳定的外推,若用阻抗函数来表示我们的外推问题,那我们就能保证稳定性。在一种算法所能具有的一切长处,如稳定性、精度、清晰性、普遍性、效率、模块性等等之中,最为重要的看来就属稳定性了。

在本节中,我们要研究阻抗函数理论,研究其精确定义、及其离散时间域内的计算方法、以及由简单阻抗组合成更复杂阻抗函数的规律;我们还要研究其他一些特殊函数、如极小相位滤波与反射率滤波(*reflectance filter*)等与阻抗滤波的关系。时间域内的广角波场外推与偏移将以阻抗函数来表示。岩石因其含有一切尺度的不规则性而与“纯”物质不相像,我们将求出一种特别简单的阻抗函数来模仿岩石内的能量耗散,它不同于经典的牛顿粘滞性方程。

1. 谨防得出无穷大结果

取一个无穷级数,如 $1, -1, +1, -1, +1, \dots$,以两种不同方式将级数各项组合并按下列方式将它们相加,可以得出 1 等于 0 的荒谬结果:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\dots=1+(-1+1)+(-1+1)+\dots$$
$$0+0+0+\dots=1+0+0+\dots$$

当然,这并非真正证明一等于零,而只是证明对无穷级数必须很小心地处理而已。其次,再取另一种无穷级数,其中各项应可按任意顺序重新分类组合而无需担心得出似是而非的结果。要得到这类级数,可这么设想:把一个馅饼一分为二,将其中一半再一分为二,得到两个四分之一的饼,然后再将其中一个四分之一分成两个八分之一的饼……,就如此进行下去。这样的无穷级数就是 $1/2, 1/4, 1/8, 1/16, \dots$,不论把已被分为小块的馅饼如何重新排列,它们应该总能放回到盛馅饼的盘子内,并准确地把它填满。

无穷级数的危险并不在于它们有无限多项,而在于将它们求和可得出无穷大结果。如果

各项绝对值之和为有限，那就能保证没事，这样一类级数称作绝对收敛级数。

2. Z变换

任意离散时间函数 x_t 之Z变换定义为

$$X(Z) = \cdots \cdots x_{-2}Z^{-2} + x_{-1}Z^{-1} + x_0 + x_1Z + x_2Z^2 + \cdots \quad (4.6.1)$$

在物理上可把变量Z解释为有一个单位时间的时延，于是 Z^2 就代表有两个单位时间的延迟，等等。像 $X(Z)U(Z)$ 和 $X(Z)U(1/Z)$ 这样的表达式在以后是很有用处的，因为它们的意思是说时间域系数的褶积和互相关（见《地球物理数据处理基础》一书）。

再往下考虑延迟算子Z的数值，我们发现，很有用的是问一下 $X(Z)$ 究竟是有限的还是无限的。算子Z具有特殊意义的数值是 $Z=+1$ 和 $Z=-1$ ，以及Z具有单位幅度 $|Z|=1$ 的所有复数值，或即

$$Z = e^{i\omega\Delta t} \quad (4.6.2)$$

式中， ω 为Fourier变换的实变量。取 ω 为实数意味着Z是在单位圆上，这时的Z变换是一种离散Fourier变换。由于我们要求 $U(Z)$ 对单位圆 $|Z|=1$ 上的所有Z值均为有限，我们可将注意力局限于具有有限能量的时间函数。滤波函数总是局限于具有有限能量的。

说滤波是具有因果性，其最直接了当的说法就是说它的时间域系数在零时间以前均等于零，亦即对于 $t < 0$ 应有 $u_t = 0$ ；另一种说法就是说，对于 $Z=0$ ， $U(Z)$ 应有限。如若各系数 u_{-1} 、 u_{-2} …等等不为零，则在 $Z=0$ 时该Z变换将为无限大。对于一个具有因果性的函数，当Z取在单位圆内 $|Z| < 1$ 而不是取在单位圆 $|Z|=1$ 上时， $|U(Z)|$ 的各项均将比较小，所以在 $Z=0$ 时和在单位圆 $|Z|=1$ 上时具有收敛性就是暗示在单位圆内应处处收敛。因此，将有界性同因果性结合起来就意味着在单位圆内收敛。在 $Z=0$ 时收敛而在单位圆上 $|Z|=1$ 不收敛的情形，属于具有无限能量的因果性函数，这种情形没有实用意义。什么种类的函数是在单位圆上和在 $Z=\infty$ 时收敛而在 $Z=0$ 时不收敛？什么函数是在所有 $Z=0$ 、 $Z=\infty$ 和 $|Z|=1$ 这三种情形下均收敛？

滤波算子 $1/(1-2Z)$ 至少可按两种不同方式展为Z的幂级数，这两种方式为：

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-2Z} &= 1 + 2Z + 4Z^2 + 8Z^3 + \cdots \\ &= -\frac{1}{2Z} \frac{1}{1-\frac{1}{2Z}} = \frac{-1}{2Z} \left[1 + \frac{1}{2Z} + \frac{1}{4Z^2} + \cdots \right] \end{aligned} \quad (4.6.3)$$

这两种无穷级数中哪一种的收敛是与Z的数值有关？对于 $|Z|=1$ 来说，第一种级数发散，但第二种级数却收敛，所以，仅有反因果性（*anticausal*）滤波才是可接受的滤波。级数展开是唯一的吗？如果收敛，它就是唯一的，复变函数理论可以证明这个结论。

设以 b_t 表示某一滤波器，如果 b_t 与 a_t 的褶积结果是 δ 函数，则 a_t 就是 b_t 的反滤波器，在Fourier域内我们就说，如其Fourier变换彼此可逆，则两个滤波器就彼此可逆。反滤波可用Z变换定义，例如 $A(Z) = 1/B(Z)$ 。滤波 $A(Z)$ 是否具有因果性就看它是否在单位圆内处处有限，或者说，实际是与 $B(Z)$ 是否在单位圆内任何处均等于零有关。例如 $B(Z) = 1-2Z$ 在 $Z=1/2$ 时为零，此时 $A(Z) = 1/B(Z)$ 必然为无穷大，就是说，级数 $A(Z)$ 在 $Z=1/2$ 时必然不收敛，因而 a_t 不具有因果性。当滤波 $B(Z)$ 及其倒数均具因果性时，出现一种最有意义的情形，称为极小相位。以上所述可总结如下：

因果性	$ B(Z) < \infty$ 当 $ Z \leq 1$ 在单位圆内没有极点
因果性倒数	$ 1/B(Z) < \infty$ 当 $ Z \leq 1$ 在单位圆内没有零点
极小相位	满足上述两项条件

3. 阻抗滤波器评述

利用Z变换的记号定义一种滤波 $R(Z)$ ，其输入为 $X(Z)$ ，其输出为 $Y(Z)$ ，于是

$$Y(Z) = R(Z)X(Z) \quad (4.6.4)$$

如 $R(Z)$ 的级数形式表示式没有 Z 的负幂项，就说该滤波是因果性滤波。换句话说， y_t 可根据 x_t 的过去值与现在值确定。再者，如 $1/R(Z)$ 不含 Z 的负幂项，则该滤波 $R(Z)$ 为极小相位的，这意味着，采用直接的多项式除法

$$X(Z) = \frac{Y(Z)}{R(Z)} \quad (4.6.5)$$

即可根据 y_t 的现在值与过去值决定 x_t 。

设 $R(Z)$ 已经是极小相位，若正值的能量或功可表示如下：

$$0 \leq \text{功} = \sum_t \text{力} \times \text{速度} = \sum_t \text{电压} \times \text{电流} \quad (4.6.6a)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_t (\bar{x}_t y_t + \bar{y}_t x_t) \quad (4.6.6b)$$

$$= \left[\bar{X} \left(\frac{1}{Z} \right) Y(Z) + \bar{Y} \left(\frac{1}{Z} \right) X(Z) \right] \text{的 } Z^0 \text{ 项之系数} \quad (4.6.6c)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{Re}(\bar{X}Y) d\omega \quad (4.6.6d)$$

$$= \int \text{Re}(\bar{X}RX) d\omega = \int \bar{X}X \text{Re}(R) d\omega \quad (4.6.6e)$$

则 $R(Z)$ 还可以是一种阻抗函数。既然 $\bar{X}X$ 可以是位于任何频率 ω 上的脉冲函数，从而可得结论： $\text{Re}[R(\omega)] \geq 0$ 对于所有实数的 ω 均成立。以上所述可总结如下：

阻抗定义	
因果性	$r_t = 0$ ，对于 $t < 0$ 即 $ R(Z) < \infty$ ，对于 $ Z \leq 1$
因果性倒数	$ 1/R(Z) < \infty$ 对于 $ Z \leq 1$
耗散能量	$2\text{Re}R(\omega) = R(\omega) + \bar{R}(1/\omega) \geq 0$ ， ω 为实数

将阻抗函数与其Fourier共轭函数相加，得出一种像功率谱一般的实数正值函数（其虚部等于零），例如

$$(r_0 + r_1 Z + r_2 Z^2 + \dots) + \left(\bar{r}_0 + \bar{r}_1 \frac{1}{Z} + \bar{r}_2 \frac{1}{Z^2} + \dots \right) \geq 0, \text{ 对实数 } \omega \quad (4.6.7a)$$

$$R(Z) + \bar{R} \left(\frac{1}{Z} \right) \geq 0, \text{ 对实数 } \omega \text{ 成立} \quad (4.6.7b)$$

这个关系是一项值得注意的事实基础，即每一种阻抗时间函数都是某个自相关函数的一侧。

4. 因果性积分

设有离散时间函数 p_t ，其Fourier变换经代换 $Z = \exp(i\omega\Delta t)$ 之后，得 Z 变换为

$$P(Z) = \cdots + p_{-2}Z^{-2} + p_{-1}Z^{-1} + p_0 + p_1Z + p_2Z^2 + \cdots \quad (4.6.8)$$

根据以下的关系，定义一个算子 $-i\hat{\omega}$

$$\frac{1}{-i\hat{\omega}\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{1+Z}{1-Z} \quad (4.6.9)$$

将此算子应用于 $P(Z)$ ，定义出另一个离散时间函数 q_t ，其 Z 变换为 $Q(Z)$

$$Q(Z) = \frac{1}{2} \frac{1+Z}{1-Z} P(Z) \quad (4.6.10)$$

两端乘以 $(1-Z)$ ，得

$$(1-Z)Q(Z) = \frac{1}{2}(1+Z)P(Z) \quad (4.6.11)$$

令两端同幂项 Z^t 的系数相等，则得

$$q_t - q_{t-1} = \frac{p_t + p_{t-1}}{2} \quad (4.6.12)$$

令 p_t 为脉冲函数，我们就可看出 q_t 原来是一种阶跃函数，即

$$p = \cdots, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, \cdots \quad (4.6.13a)$$

$$q = \cdots, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, 1, 1, 1, 1, \cdots \quad (4.6.13b)$$

因此， q_t 就是 p_t 从负无限大至时间 t 之积分的离散时间域表示式，它正好与微分方程 $dQ/dt = P$ 的Crank-Nicolson型数值积分相同。算子 $(1+Z)/(1-Z)$ 称为双线变换，对其分子项与分母项各乘以 $Z^{-0.5}$ 并以 $Z = e^{i\omega\Delta t}$ 代入，即可知对微分作近似时的精度

$$-i\frac{\hat{\omega}\Delta t}{2} = \frac{1-Z}{1+Z} = \frac{Z^{-0.5} - Z^{+0.5}}{Z^{-0.5} + Z^{+0.5}} \quad (4.6.14a)$$

$$= -i\frac{\sin(\omega\Delta t/2)}{\cos(\omega\Delta t/2)} = -i\tan\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \quad (4.6.14b)$$

该积分算子 $(1+Z)/(1-Z)$ 在 $Z=1$ 上有极点，极点正位于单位圆上，这就产生了出现无限大谬误的可能性。换言之，还存在有可作其他形式的非因果性展开的可能。例如，取 $1/(-i\omega)$ 为 ω 的虚数反对称函数，就是暗示存在有实数的反对称时间函数 $\text{sgn}(t) = t/|t|$ ，而这通常是不能看作积分算子的。为避免任何意义模糊，我们在这里引入一项很小的正数 ϵ 并定义 $\epsilon = 1 - \rho$ ，使积分算子变为

$$I = \frac{1}{2} \frac{1+\rho Z}{1-\rho Z} = \frac{1}{2} (1+\rho Z) [1 + (\rho Z) + (\rho Z)^2 + (\rho Z)^3 + \cdots] \quad (4.6.15a)$$

$$= \frac{1}{2} + \rho Z + (\rho Z)^2 + (\rho Z)^3 + \cdots \quad (4.6.15b)$$

因为 ρ 比 1 稍小，这个级数对单位圆上的任何 Z 值均为收敛；若 ϵ 为微小的负值而不是正值，则应将这种展开式表示为 Z 的负幂而不用正幂。

现在的一件大好事是，具有时间因果性的积分算子就是阻抗函数的一个例子。该算子很显然是遵守因果性的，且其逆亦具因果性。让我们检查一下，在频率域内其实部是否为正值。使分母项有理化，得

$$I = \frac{1}{2} \frac{(1+\rho Z)}{(1-\rho Z)} \frac{(1-\rho/Z)}{(1-\rho/Z)} = \frac{(1-\rho^2) + \rho(Z-1/Z)}{\text{(正值项)}} \quad (4.6.16a)$$

$$= \frac{(1-\rho^2) - i2\rho\sin\omega\Delta t}{\text{(正值项)}} \quad | \frac{1}{1 - 2\rho\cos\omega\Delta t + \rho^2} \quad (4.6.16b)$$

由此又一次看到，正因为选取一个正 ε 值使得 $(1-\rho^2)$ 已成为正值，从而使实部对所有频率 ω 均为正值，如图4.6-1所示。

在频率域内乘以 $-i\omega$ ，相应于时间域内进行微分运算 d/dt ；除以 $-i\omega$ 则相应时间域内进行积分运算。人们通常都认为非对称算子 $(1, -1)$ 相应于时间域的微分运算，但要注意，因果性积分算子的倒数、即

$$I^{-1} = 2 \frac{1-\rho Z}{1+\rho Z} = 2 - 4\rho Z + 4(\rho Z)^2 - 4(\rho Z)^3 + \dots \quad (4.6.17)$$

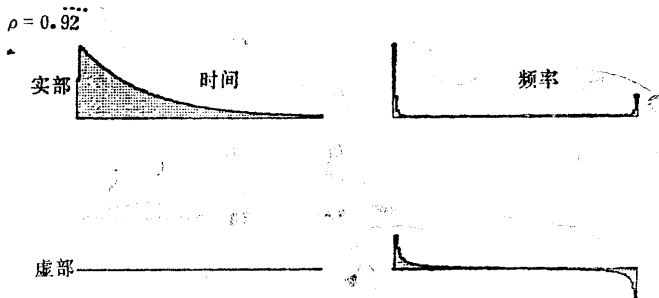


图4.6-1 时间因果性之积分算子I

频率轴上的曲线代表256个点上的离散Fourier变换，零时间及零频率各位于其相应坐标轴之左端

也代表微分运算，尽管它完全具有因果性而且全然不是非对称的。在线性系统分析中，离散微分的这种表示式是经常采用的一种形式，构制高阶稳定微分方程要遵守阻抗组合的一定规则。

偶而需要使微分算子具有负实部，为达此目的，可取 ε 为负值，这意味着要取 $\rho > 1$ ，然后以 Z^{-1} 的幂次作无穷级数展开，就是说，它应是反因果性的而不是因果性的；无论在反因果性情形或因果性情形下，虚部仍将是 $-i\omega$ ，而实部则将具有与此相反的符号。

5. 阻抗组合的Muir规则

每一种能量守恒或能量耗散的物理系统都有其阻抗函数，阻抗函数是微分算子与正值物理常量的特种组合。我们要看一看什么样的组合才是允许的。

要想保证计算过程稳定，重要的是要能够保证假定的阻抗函数确实是一种阻抗函数。应用地球物理学有这么一种困难：虽然你也许要求所得结果只是遍及有限频率范围，而且你能够作的近似在那种范围之内也是合理的，可是如果所计算出的阻抗超出该应用范围而变成负值（接近Nyquist频率时往往出现这种情形），那末阻抗滤波器就会产生数值发散的输出。因此，即使阻抗几乎就是正确的，也没法采用它。

为将简单阻抗进行组合以得出更复杂的一些阻抗，Francis Muir曾提出三条规则^①，这些规则所以特别有用，是因为我们据此可以从微分算子和积分算子的离散时间形式出发进行讨论。令 R' 表示由已知阻抗函数 R 、 R_1 与 R_2 所产生的一个新的阻抗函数，将阻抗组合起来有三种途径：

① 据Francis Muir私人通信。——原注

(1) 乘以正值标量 a $R' = aR$

(2) 倒数 $R' = \frac{1}{R}$

(3) 加法 $R' = R_1 + R_2$

这些规则不包括阻抗函数彼此相乘，不允许乘法是因为要避免出现平方，例如，采用平方就会使相位角加倍，从而可能破坏实部的正值性。既然这些规则不包括乘法而只是求和、求倒数和按比例放大或缩小，于是按本来面貌出现的阻抗函数将总是在数学上被表示为连分式形式。

Muir的头两条规则非常明确，我们将不再证明它们，第三条规则则值得很仔细地注意。要证明任何规则，我们都需要指明有关 R' 的三件事，即它遵守时间因果性，它是正实的（Fourier变换有正的实部），以及它是可逆的。这最后一部分是Muir的第三条规则的难题，即两个阻抗之和应具有遵守时间因果性的倒数，证明这件事得写大约两页纸，并且要引入若干附加的概念才行。

6. 根据反射率定义的阻抗

被称为阻抗的一类滤波其范围是很大的，因为阻抗均由易于说明的、被称作反射率的滤波族 c_i 及其Fourier变换 $C(\omega)$ 经过转换而导出。作为反射率的时间函数必须是严格因果性的，而且频率函数必须严格小于1。所谓严格因果性是指：时间函数在零时间和零时间以前都等于零。例如，取 $-1 < \rho < +1$ 且反射率 c_i 为某一时刻 Δt 之后其幅度为 ρ 的脉冲，其Fourier变换为

$$C = \rho Z = \rho e^{i\omega\Delta t} \tag{4.6.18}$$

显然，两个反射率之乘积应等于另一个反射率。

阻抗已定义为具有因果性倒数之因果性滤波且其Fourier变换具有正实性（实部为正）之后，将可证明：根据任何反射率 C ，可由下列表达式形成一种阻抗 R

$$R = \frac{1-C}{1+C} \tag{4.6.19}$$

有三件事要证明： R 遵守时间因果性，具有因果性倒数，且为正实性。第一种性质成立是因为假设幅度严格小于1，即 $CC < 1$ ，因而分母项可展为收敛级数 $1+C+C^2+\dots$ 。第二种性质成立是因为直接改变 C 的符号即可求出 R 的倒数。将分子与分母均乘以复共轭 $(1+\overline{C})$ ，则

$$ReR = Re\left[\frac{(1-C)(1+\overline{C})}{\text{正值项}}\right] \geq 0 \tag{4.6.20a}$$

$$ReR = Re\left[\frac{(1-\overline{CC}) + \text{虚部}}{\text{正值项}}\right] \geq 0 \tag{4.6.20b}$$

这表明第三种性质成立，即 R 具有的实部为正值。

$\frac{R-1}{R+1} = \frac{2}{-2C}$ 由 $R(C)$ 的表达式很容易反向求出 $C(R)$ 的表达式，但由每个 R 均产生一反射率这种反定理却较难证明。不过，采用一个较深刻的定理将能证明它。一个滤波既是因果性的又是正实性的，就说它是正实因果性CPR的（causal and positive real）；该较深刻的定理就是：每种CPR滤波均具有倒数，因而也就是一种阻抗。指出下列一点就能证明这个定理：

每个具有正实因果性的 \hat{R} 均可用以构制出反射率 \hat{C} ，既然 \hat{C} 是一种反射率，那末这就是暗示具

有正实因果性的 \widehat{R} 即是一种阻抗 R ，于是反解求出

$$\widehat{C} = \frac{1 - \widehat{R}}{1 + \widehat{R}} \quad (4.6.21)$$

证明要求表明两件事。第一， \widehat{C} 的幅度小于1；为证实这点，取分母 $(1 + \widehat{R})$ 的幅度并从中减去分子 $(1 - \widehat{R})$ 的幅度，所得结果等于四乘 \widehat{R} 的实部^①，这是个正数 $4\text{Re}\widehat{R} \geq 0$ 。第二，必须证明 \widehat{C} 具有时间因果性。这点比较难证明；可以把分母 $(1 + \widehat{R})^{-1}$ 展成 R 的正幂项之和，因而也就是延迟算子的正幂项之和，可是没法保证这个级数必然收敛，因为对 \widehat{R} 必须小于1没作什么要求。

为证明 \widehat{C} 具有时间因果性，我们要求助于Muir的第一条规则，即：可以用你愿意用的任何正实数使阻抗按比例放大或缩小，而如此作之后它将仍然是一种阻抗。试考虑有一类似于 \widehat{C} 之函数 B

$$B = \frac{1 - \varepsilon \widehat{R}}{1 + \varepsilon \widehat{R}} \quad (4.6.22)$$

取 ε 在所有频率 ω 情形下均足够小 $\varepsilon|\widehat{R}| < 1$ ，这就保证了分母有 R 的正幂项形式的收敛展开式。因此， B 是一种反射率，其相应之阻抗为 $\varepsilon \widehat{R}$ ，但是阻抗总可以用一正数作比例放大或缩小，取该正数为 $1/\varepsilon$ 即可证明 \widehat{R} 确系一项阻抗。这样就最终完成了每一个正实因果性滤波均系一种阻抗的有关证明过程。

所以，阻抗的产生比你所能想像的还要容易，没必要把反射率 C 代到关系式 $R = (1 - C)/(1 + C)$ 内去求，我们仅需要有一种正实因果性滤波因子就可以了。

7. 函数分析

我们要建立下列有关滤波因子的Fourier变换之指数、对数与乘幂的一些定理：

- (1) 因果性滤波因子之指数仍具因果性；
- (2) 因果性滤波因子之指数为极小相位滤波因子；
- (3) 极小相位滤波因子之频率域表示式是不包围复平面原点的曲线；
- (4) 极小相位滤波因子之对数具有因果性；
- (5) 极小相位滤波因子之任何乘幂仍为极小相位；
- (6) 阻抗函数的任何实分数乘幂 $-1 \leq \rho \leq 1$ 仍为阻抗函数。

为建立定理1，定义任意因果性函数之 Z 变换为

① 设 \widehat{R} 的实部为 a ，虚部为 b ，则 $\widehat{R} = a + ib$ ，其中， i 为虚数。于是，

$$|1 + \widehat{R}|^2 = (1 + a)^2 + b^2$$

$$|1 - \widehat{R}|^2 = (1 - a)^2 + b^2$$

因而

$$|1 + \widehat{R}|^2 - |1 - \widehat{R}|^2 = (1 + a)^2 - (1 - a)^2 = 4a = 4\text{Re}\widehat{R} \quad \text{——译音}$$

$$U(Z) = u_0 + u_1 Z + u_2 Z^2 + \dots \quad (4.6.23)$$

将它代入熟悉的指数函数之幂级数内

$$B(Z) = e^U = 1 + U + \frac{U^2}{2!} + \frac{U^3}{3!} + \dots \quad (|U| < \infty \text{ 时}) \quad (4.6.24)$$

在式(4.6.24)的右端没有Z的负幂项,所以B(Z)将只有Z的非负幂项。还有,分母内的阶乘保证了式(4.6.24)恒为收敛,因而b_i恒具有时间因果性^①。

为建立定理2,即指数不但具有时间因果性而且为极小相位,试考虑有

$$B_+ = e^{+U} \quad (4.6.25a)$$

$$B_- = e^{-U} \quad (4.6.25b)$$

显然, B₊与B₋二者均具时间因果性,而且它们彼此可逆。极小相位滤波因子的定义是具有因果性且其倒数亦具因果性,因此B₊与B₋均属极小相位。

定理3涉及极小相位滤波因子之Fourier域表象。在复平面内,滤波因子给出一个曲线的参量方程,比方说是[x(ω), y(ω)] = [ReB(Z), I_mB(Z)]。由比值y/x的反正切可定义相位角φ(ω)。例如,时间因果性非极小相位滤波因子U(Z) = Z = e^{iω}给出参量方程x = cosω和y = sinω,它们定义了一个以原点为圆心的圆。注意, Z = e^{iω}的相位是φ(ω) = ω,它是频率ω的单调增函数。在极小相位情形下, φ(ω = 0) = φ(ω = 2π)。在非极小相位情形下,由于该曲线闭合环绕原点,所以应有φ(ω = 0) = φ(ω = 2π) + 2π。以后将要证明的定理4能使我们肯定:极小相位滤波因子的一般公式为

$$B = e^{U(Z)} = \exp\left(\sum_{k=0}^N U_k \cos k\omega + i \sum_{k=0}^N U_k \sin k\omega\right) \quad (4.6.26a)$$

$$= \exp[r(\omega) + i\varphi(\omega)] \quad (4.6.26b)$$

作为周期函数之和的相位φ(ω)本身就是ω的一个周期函数,这意味着:代表B(ω)的曲线在平面(ReB, I_mB)内并不环绕原点。

我们现在将建立定理2的反定理,即定理4,该定理阐明极小相位滤波因子之对数仍具时间因果性。取式(4.6.24)的对数并求其对Z的导数

$$U = \ln B \quad (4.6.27a)$$

$$\frac{dU}{dZ} = u_1 + 2u_2 Z + 3u_3 Z^2 + \dots \quad (4.6.27b)$$

$$\frac{dU}{dZ} = \frac{1}{B} \frac{dB}{dZ} \quad (4.6.27c)$$

既然已假设B为极小相位,则式(4.6.27c)右端的1/B与dB/dz二者均具时间因果性。由于两个因果性因子之乘积仍具因果性,因而dU/dz具有因果性。然而,除非U具有因果性,不然dU/dz不可能具有因果性。如果无视B可能收敛而dB/dz却为发散这种极少可能出现的危险,那末以上所述就是证明了定理4能成立。

现转向定理5的证明,该定理说,极小相位函数之任何乘幂仍为极小相位。试考虑

$$B^r = (e^{U+B})^r = e^{rU+rB} \quad (4.6.28)$$

由于假设B为极小相位,根据定理4可知,lnB将具有时间因果性。用某一常数r作其比例因子

① b_i是B(Z)的逆Z变换结果。——译者

并不改变其因果性，于是根据定理2可知，取指数运算就证明了 B' 为极小相位。

最后是证明定理6，该定理说，阻抗函数可作任意实分数 $-1 \leq \rho \leq 1$ 乘幂而其结果仍将是阻抗函数。阻抗函数被定义为是具有这么一种附加性质的极小相位函数：其Fourier变换的实部是正值的。这意味着相位角 φ 是位于 $-\pi/2 < \varphi < +\pi/2$ 范围内。对该阻抗函数作 ρ 次乘幂，将使该范围压缩至 $-\pi\rho/2 < \varphi < \pi\rho/2$ ，这种相角范围将使该阻抗函数之实部仍保持为正值。定理5阐明：极小相位函数的任何幂次仍具时间因果性，这就足以使我们确信一个阻抗函数的分数实幂将具有时间因果性。

8. 广角波场外推

令微分算子之正值因果性离散表示式记为 $s = -i\hat{\omega}$ ，比如

$$s = -i\hat{\omega} = \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - \rho Z}{1 + \rho Z} \quad (4.6.29)$$

图4.6-2是按 ω 构制之双曲线与按 $\hat{\omega}$ 构制之双曲线二者的比较。你可看出，折叠干扰有令人可喜的减少，看来好像比4.1节中的 ϵ 更起作用。正如我们将会看到的，引入复值的 $\hat{\omega}$ 能让我们在倏逝波过渡区上对平方根进行更自然的处理。

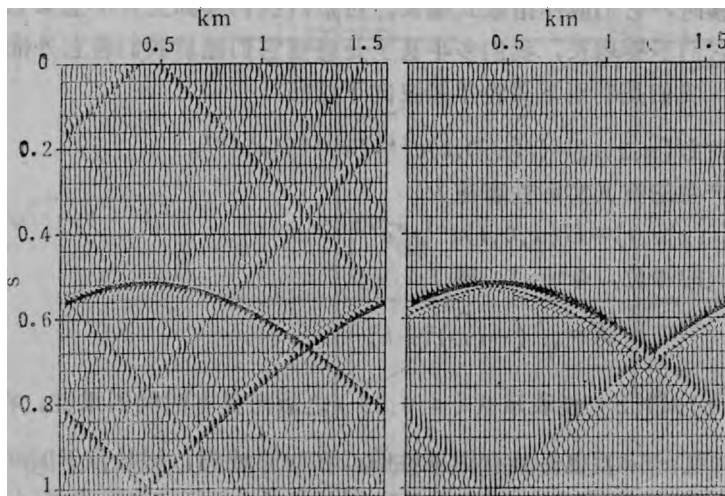


图4.6-2 按实频率构制的双曲线(左图)和按复频率构制的双曲线(右图)
显示时，采用4.1节所述平方根增益

考虑下列由 $R_0 = s$ 开始的递归算法

$$R_{n+1} = s + \frac{X^2}{s + R_n} \quad (4.6.30)$$

这种递归产生的是连分式，Francis Muir曾将它引入作为建立偏移的广角平方根近似时的工具(见2.1节)，而且他为表明每个 R_n 均是一种阻抗函数而建立了他的三条规则。要想明白为什么每种 R_n 均为阻抗函数，首先得注意，从 $n=0$ 时开始，分母 $s + R_n$ 都是两个阻抗函数之和，于是它的倒数应是一种阻抗函数。用正值实常数 X^2 乘和加上另一个 s 后全都保持着阻抗函数的性质，如此循环作下去，我们将看到，所有的 R_n 都是阻抗函数。当 n 变大时，这种递归不是收敛就是发散。假设它是收敛，令 $R_{n+1} = R_n = R_\infty = R$ 我们就能知道它为什么会收敛。于是

$$R = s + \frac{X^2}{s+R} \quad (4.6.31a)$$

$$R(s+R) = s(s+R) + X^2 \quad (4.6.31b)$$

$$R^2 = s^2 + X^2 \quad (4.6.31c)$$

$$R = \sqrt{s^2 + X^2} \quad (4.6.31d)$$

在波场外推问题中， X^2 就是 $v^2 k_x^2$ ，其中 v 为波速， k_x 为水平空间波数、即水平 x 坐标的 Fourier 变换对偶。进行这些代换，我们得

$$R = \pm \sqrt{-\widehat{\omega}^2 + v^2 k_x^2} \quad (4.6.32)$$

由此可知 R 类似于 $\pm i k_x v$ 。记住， R_0 作为对 R 的一级近似，就是 $-i\widehat{\omega}$ 。所以下行波为

$$D(x, z, t) = D(x, 0, t) e^{i k_x x} e^{-Rz/v} e^{-i\omega t} \quad (4.6.33)$$

为从下行波改换为上行波，我们可以改变 R 前面的符号，或者我们取 R 的复共轭，其差别就看你要怎么处理实部——你要这个波增长还是不增长？

考虑一下波在爆炸反射面模型中的耗散。波随着自爆炸源至地面的传播而阻尼，这意味着我们对波进行偏移时，它们应作指数式增长。可是，我们实际上并不想要它们这样，我们真正想要的是保证它们不要增长，我们多半甚至是想使它们随着我们将它外推回去而阻尼。所以，为进行偏移，我们是利用下式将单频波向下延拓

$$U(x, z, t) = U(x, 0, t) e^{i k_x x} e^{-\bar{R}z/v} e^{-i\omega t} \quad (4.6.34)$$

尽管由爆炸反射面产生的波其实际性态应为

$$U(x, z, t) = U(x, 0, t) e^{i k_x x} e^{+Rz/v} e^{-i\omega t} \quad (4.6.35)$$

为检查复数量 R 的相位，令 $v=1$ ，得

$$R = \sqrt{(-i\widehat{\omega})^2 + k_x^2} \quad (4.6.36)$$

首先要注意， $(-i\widehat{\omega})$ 因其 Z 变换表示式(4.6.29)之故而具有时间因果性。将该 Z 变换加以平方我们就会明白， $(-i\widehat{\omega})^2$ 也是具有因果性的。在时间域内， k_x^2 是位于时间原点处的一个 δ 函数，从而由式(4.6.36)给出的 R^2 应是具有因果性的。图4.6-3表明式(4.6.36)的相位如何由其各个组成部分构制出来，为阐明 $-i\widehat{\omega}$ 在零至无限大范围内的性态，我使该图既包括一种按艺术家概念绘制的美化图形，又包括函数本身按各种不同放大倍数绘制并重叠在一起的图像。函数 $-i\widehat{\omega}$ 随 ω 而作某种周期性变化，因而其实部与虚部的变化可综合绘成一个封闭曲线形式。为表现出函数的变化率，我是以 2° 的间隔对 ω 进行采样的。从很远距离看，该函数是个圆，紧靠近看则像是一条平行于虚轴的平行线。

R^2 具有因果性，而且从图4.6-3我们看到它有一种“支点割线”(branch cut)性质，那就是说， R 的相位应具有正实性(positive real property)。定理5迫使 R 应具有因果性与极小相位性质，这一点连同由图4.6-3所定义的相位性质，就证明了式(4.6.36)所示的 R 应该是一种阻抗函数。

9. 分数积分与恒定 Q 值

根据方程(4.6.29)与定理6，积分与微分的分数乘幂也都是阻抗函数。Kjartansson

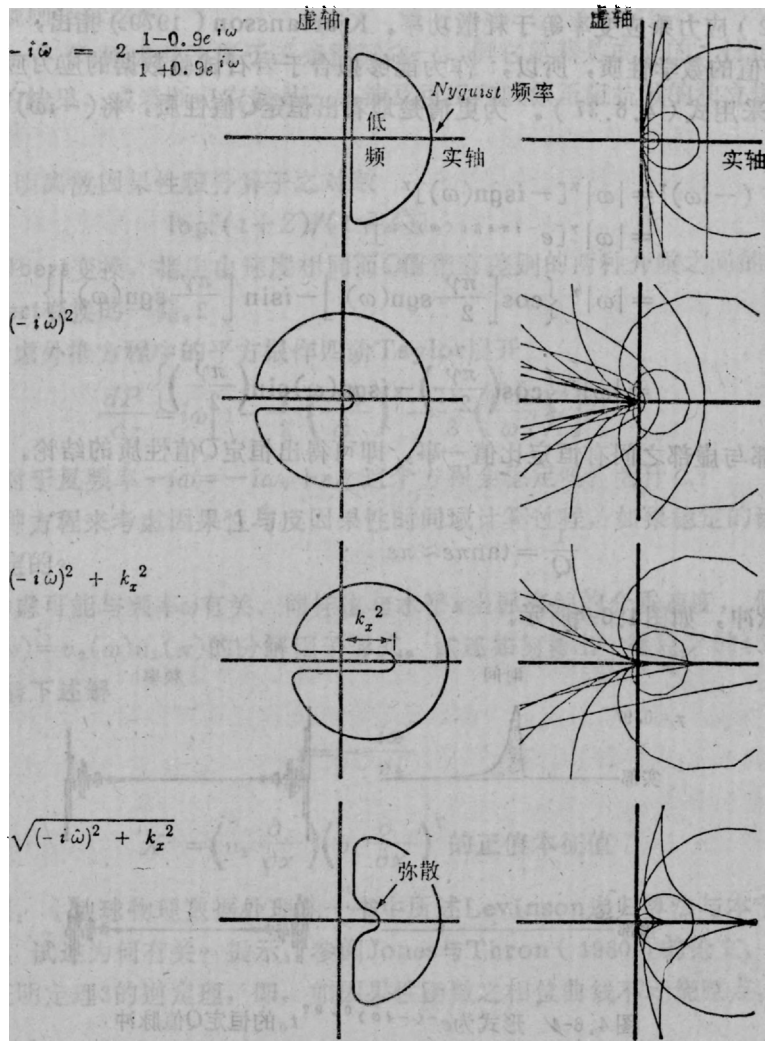


图4.6-3 式(4.6.36)所示外推算子 R 各组成部分的复平面示意简图
中间一行表示美术家概念, 右边一行表示以若干放大倍数同时显示的函数

(1979)曾提倡采用分数乘幂作为岩石之应力应变定律, 这方面的问题还可参阅Madden (1976)的论文。岩石力学方面的经典研究都是从下列应力应变定理开始着手

$$\text{应力} = \text{刚度} \times \text{应变} + \text{粘滞性} \times \text{应变率}$$

在Fourier变换后, 则为

$$\text{应力} = [(-i\omega)^0 \times \text{刚度} + (-i\omega)^1 \times \text{粘滞性}] \times \text{应变} \quad (4.6.37)$$

从实验结果看, 粘滞弹性定律(4.6.37)是难以描述实际岩石的。我们现在试图采用另一种数学形式, 它在高频与低粘滞性的极限性态方面是与式(4.6.37)相像的:

$$\text{应力} = \text{常数} \times (-i\omega)^\epsilon \times \text{应变} \quad (4.6.38a)$$

$$= \text{常数} \times (-i\omega)^{\epsilon-1} \times \text{应变率} \quad (4.6.38b)$$

式中, ϵ 接近于零时表现为弹性性态, 而 ϵ 接近于1时表现出粘滞性态。 $(-i\omega)^{\epsilon-1}$ 应为阻抗函数这一点恰与下列概念紧密配合一致: (1) 应力能够根据应变历史确定, 应变能够根据应

力历史确定；(2) 应力乘应变率等于耗散功率。Kjartansson (1979) 指出， $(-i\omega)$ 表现出具有称作恒定Q值的数学性质，所以，作为能够拟合于岩石试验数据的应力应变定律，采用 $(-i\omega)^\gamma$ 远胜于采用式 (4.6.37)。为更清楚地看出恒定Q值性质，将 $(-i\omega)^\gamma$ 表示为实部与虚部

$$(-i\omega)^\gamma = |\omega|^\gamma [-i \operatorname{sgn}(\omega)]^\gamma \quad (4.6.39a)$$

$$= |\omega|^\gamma [e^{-i\pi \operatorname{sgn}(\omega)/2}]^\gamma \quad (4.6.39b)$$

$$= |\omega|^\gamma \left\{ \cos\left[\frac{\pi\gamma}{2} \operatorname{sgn}(\omega)\right] - i \sin\left[\frac{\pi\gamma}{2} \operatorname{sgn}(\omega)\right] \right\} \quad (4.6.39c)$$

$$= |\omega|^\gamma \left\{ \cos\left(\frac{\pi\gamma}{2}\right) - i \operatorname{sgn}(\omega) \sin\left(\frac{\pi\gamma}{2}\right) \right\} \quad (4.6.39d)$$

由这个函数的实部与虚部之间有恒定比值一事，即可得出恒定Q值性质的结论。Q值本身系由下式定义

$$\frac{1}{Q} = \tan \pi \epsilon \approx \pi \epsilon \quad (4.6.40)$$

Q值大约为10的脉冲，如图4.6-4所示。

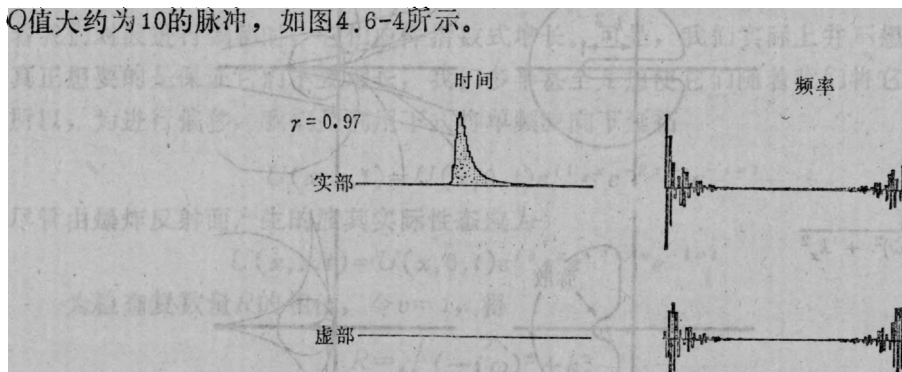


图 4.6-4 形式为 $e^{-(i\omega)^{0.97}} t_0$ 的恒定Q值脉冲
频率轴上所表示的是256个点上的离散Fourier变换，零时间与
零频率分别位于各该坐标轴左端

习 题

(1) 取 $\epsilon < 0$ 并将积分分子展为Z的负幂项，试解释符号差异的意义。

(2) 令 $\alpha > 0$ 为正实数比例常数，C为反射率函数。不利用Muir的规则，试证明下式中的C'为反射率

$$\frac{1-C'}{1+C'} = \alpha \frac{1-C}{1+C}$$

注意，你已经证明了Muir的第一条规则，以类似方式也可证明Muir的第三条规则，但代数运算非常繁琐。

(3) 同构 (isomorphism) 这个词的意思不但指任何阻抗 R_1 、 R_2 、 R' 可映象为反射率 C_1 、 C_2 、 C' ，而且也指Muri的三条规则将映象为对反射率进行组合时所应遵循的三条规则。试问：

a. 这三条规则是什么?

b. 虽然 $C' = C_1 C_2$ 原来并不属于三条规则之一, 但它显然是成立的。试证明它就是由三条规则引申出的结果, 或者断定它就是一条涉及可反向映象至阻抗域的独立规则, 可构成第四条规则。

(4) 试证明离散因果性积分算子之对数

$$\log[(1+Z)/(1-Z)]$$

是单边离散Hilbert变换, 指出由速度相同而Q值稍有差别的两种介质之间的分界面所反射的脉冲是Hilbert变换的一侧。

(5) 试考虑外推方程中的平方根作四阶Taylor展开

$$\frac{dP}{dz} = i\omega \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{vk}{\omega} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{vk}{\omega} \right)^4 \right] P$$

a. 试问, 对于复频率 $-i\omega = -i\omega_0 + \epsilon$, 这个方程会稳定吗? 为什么?

b. 根据这种方程来考虑因果性与反因果性时间域计算过程, 如果稳定的话, 试问哪一种计算过程是稳定的?

(6) 试考虑可能与频率 ω 有关, 同样也与水平 x 坐标有关的介质速度, 假设该速度恰好可表示为 $v(x, \omega) = v_2(\omega)v_1(x)$ 的分解因子形式。试述如何得出一种稳定的 45° 波场外推方程? 提示: 试验下述解

$$s = -\frac{i\omega}{v_2}$$

$$X^2 = \left(v_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(v_1 \frac{\partial}{\partial x} \right)^T \text{ 的正值本征值}$$

(7) 试问: 《地球物理数据处理》一书中所述Levinson递归算法与本节所述的规则有关吗? 如有关, 试述为何有关? 提示: 参阅Jones与Thron(1980)的论文。

(8) 试证明定理3的逆定理, 即, 如因果性函数之相位曲线不环绕原点, 则其倒数具有因果性。

4.7 精度——承包人的观点

千里之堤, 溃于一穴。一环薄弱, 全局皆垮。经济的需要强迫所有的环节应该具有相同的强度。诸如与速度不确定性有关的误差, 以及与叠后偏移有关而不是与叠前偏移有关的误差等, 有许多广泛性问题是值得研究的。对本书内容既然已经理解很多了, 你现在有资格去着手解决这些广泛性问题。现在我们要缩小我们的注意范围, 仅只考察向下延拓中由熟悉的数据处理近似所产生的误差。

在波动方程偏移生产性程序的结构中, 薄弱环节出现在许多不同地方所作的近似上。出于节约的考虑, 人们必须把用于提高资料精度的资金投入于该资金能获得最佳经济效益之处。地球物理承包商很自然就成了在叠加资料偏移方面对精度与费用进行权衡利弊的专家, 承包商将采用下面所收集的程序和方程, 以最低的费用获得最佳的结果。使用反射资料的用户对学会识别不完善的偏移一事会有兴趣, 所以他们大概想利用该程序来看一下各种捷径的效果。

为重大生产任务作准备时, 进行精度检查有两种一般性处理办法。第一种办法是用各种方法作合成的双曲线, 它给出关于定性现象的最透彻理解, 可以用录像系统或者绘在幻灯片

上的方式将合成双曲线同手头的的数据加以比较。在第二种处理办法中，你要按不同的网格大小计算出波在不同时差和频率等等情形下的双曲面或球面之旅行时间，然后可以执行一个最优化方法的程序，使重要参数范围内的平均误差达到极小。

要想知道合成双曲面看起来像什么，没必要去写一个时间域45°有限差分偏移程序，我们可以在 (ω, k_x) 域内简单表示出所有公式，然后就作二维逆Fourier变换。为便于在许多种偏移方法之间进行比较，我们将按需要的先后顺序从本书的不同部分搜集各该方程。到时我会提出可为许多种方法作出绕射双曲线的程序，采用相同的方程时，你就能计算出旅行时间并按你的希望解出最优化问题。

1. 横向导数

首先， k_x 将变化于 $\pm\pi/\Delta x$ 的范围内。如果打算沿 x 轴作有限差分处理，这时我们将需要有

$$\left(\widehat{k \Delta x}\right)^2 = \frac{\sin^2 \frac{k \Delta x}{2}}{1 - b^4 \sin^2 \frac{k \Delta x}{2}} \quad (4.3.7b)$$

所以，如 x 轴准备按有限差分处理，则以后有关 k_x 的项都应当用 $\widehat{k_x}$ 代替。进行有限差分时，引入了自由参量 b ，类似地，你也可以用一个接近于1的可调参量来标定整个表达式。还有， Δx 没必要受数据采集的限制而固定死，你总是能够在处理之前对数据进行内插的，有足够的横向速度变动就得强制有限差分方法采用经过内插的数据。

2. 粘滞性与因果性

频率将变化于 $\pm\pi/\Delta t$ 的范围内。如果打算沿 t 轴作有限差分处理，这时我们将需要 Z 变换变量

$$Z = e^{i\omega \Delta t} \quad (4.6.2)$$

以及服从因果律的导数

$$-i\widehat{\omega} = \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - \rho Z}{1 + \rho Z} \quad -1 \leq \rho < 1 \quad (4.6.29)$$

在处理之前，数据可能是采样不足或过采样的，所以 Δt 应该是一个可调参量。因果性参量 ρ 应是小于1的数，比方说， $\rho = 1 - \epsilon$ ，此处 $\epsilon > 0$ 是一可调参量。即使你在频率域内进行偏移，你也许还是需要引入 ρ ，因为它可减小时间域内出现的折叠现象——这是粘滞性的一种类型。 ϵ 应大致等于数据长度的倒数 $1/N_t$ ，此处 N_t 是时间轴上的采样点数（因为我曾以平方根增益 $\gamma = 1/2$ 作过许多合成双曲线的图形，时间域折叠现象都比实际的要严重一些，所以我已经使程序中 ϵ 的缺省范围大了四倍）。你如喜欢调节自由参量，那你可分别调节分母和分子的 ρ 值。往后，我对 ω 与 $\widehat{\omega}$ 将加以区别，但是你如不关心因果性的引入，你就可令 $\widehat{\omega}$ 为 ω 。

3. Muir延迟递归

k_x 的平方根可以用你计算机内的平方根函数或采用Muir展开的办法计算出来。为使Fourier变换域的计算体现出因果性，你必须利用某种复值平方根函数，这样作也会自动地照顾到耗散区——你不再有耗散区与非耗散区之间的不连续性了。复数的平方根是多值的，所以你最好首先检查一下你的计算机是否选取了如图4.6-3中所示的相位。我就是曾经这样作的，但是我发现，一直到我把表达式 $\sqrt{s^2 + v^2 k^2} - s$ 用代数上与它等值的表达式 $v^2 k^2 /$

$(\sqrt{s^2+v^2k^2+s})$ 代替之前,受限制的数值精度总是妨碍了我使阻抗的实部达到严格的正值性。

为进行有限差分,我们需要的将是Muir递归。设 r_0 定义为开始Muir递归时之角度的余弦,这角度往往为 0° 或 45° 。对最优化来说,这个角度是另一个自由参量。例如可参见图2.1-1。这种角度也是一个对所有阶次递归都准确拟合的角度。令

$$s = -i\hat{\omega} \quad (4.6.29)$$

从 $R_0 = r_0 s$ 开始的Muir递归为

$$R_{n+1} = s + \frac{v^2 k_x^2}{s + R_n} \quad (4.6.30)$$

对于绕射程序,我们将要对 $\exp(-Rz)$ 进行计算。由于在4.6节中已证明 R 具有正实部,该指数项应永不增长。有限差分计算通常是利用延迟时间完成的,为使时间有延迟,将 $\exp(-Rz)$ 表示为

$$e^{-Rz/v} = e^{-(R-s)z/v} e^{-sz/v} \quad (4.7.1)$$

正如4.1节中所讨论的,你大概并不想使延迟的时移与粘滞影响有联系,所以你大概会想使向下延拓用下式代替

$$e^{-[R(-i\hat{\omega}) + i\hat{\omega}]z/v} e^{+i\omega z/v} \quad (4.7.2)$$

注意其中的符号和 ω 有别于 $\hat{\omega}$ 。

由式(4.6.30),我们知道 $R-s$ 应具有一正实部。我曾发现数值舍入有时会妨碍这点,所以曾将Muir递归重新加以组织,使之体现出延迟作用。令

$$R' = R - s \quad (4.7.3)$$

式(4.6.30)变为

$$R'_{n+1} = \frac{v^2 k_x^2}{2s + R'_n} \quad (4.7.4)$$

根据Muir规则,你能看出,如果我们按这种途径开始递归, R' 就会总是具有正实部。所以我们就由下式开始递归

$$R'_1 = \frac{v^2 k_x^2}{s(1+r_0)} \quad (4.7.5)$$

(把式(4.7.5)与式(4.7.3)结合起来就可得出如式(4.6.30)给出的相同 15° 方程)。从数学上说,式(4.7.2)恒等于下式

$$e^{-R'z/v} e^{+i\omega z/v} \quad (4.7.6)$$

但是在数值上式(4.7.6)中的指数沿 z 方向衰减是有保证的。

4. 沿深度步进

如果你沿深度或者旅行时间深度采用有限差分,那么我们就有下列关系:

$$\frac{\hat{k}_z \Delta z}{2} = \tan \frac{k_z \Delta z}{2} \quad (4.3.14)$$

此式可应用于 $\exp ik_z z$ 。由于可能存在耗散,上述各量可以是复数。令 N_z 为沿深度的层数,一般而言它能等于或小于 N_i 。使式(4.3.17)适用于式(4.7.6),得出

$$e^{-R'N\Delta z/v} \approx \left(\frac{1-R'\Delta z/2v}{1+R'\Delta z/2v} \right)^N \quad (4.7.7)$$

5. 闪电式的相移偏移

不仅能使时间域方法的因果性与粘滞性特征在频率域内体现出来，而且相移方法的平方根和复指数也能用复数乘法与除法来代替。首先要注意，平方根展开并不需要从某个起始猜测开始或从某个低阶叠代过程开始，它能够从以前由前面的 ω 或 k_x 所预先得出的平方根开始。（我注意到这点可以说是歪打正着，那时程序的早期版本曾有一处毛病，使我所有的 15° 偏移计算都看起来像是 90° 偏移计算结果）。还有，在相移法中的 $\Delta z/v$ 要小到必要的程度，以适应在每个时间点上的成像。所以，按式（4.7.7）形式进行有限差分大概同采用复指数形式时一样效果良好，你不妨试它一试。

6. 最终显示面貌

脉冲响应程序的输出总是很糟糕，主要原因在于 (ω, k_x) 空间中的很大面积是位于Nyquist频率附近或者位于倏逝波截止带以上。由于我们很少可能按Nyquist准则所允许的稠密程度沿时间对数据进行采样，下面给出的程序将缺省以滤波因子 $(1+Z)/(1-0.8Z)$ 进行的最终滤波处理，在地震资料通常频带范围之外的大量能量仍然能通过这种滤波。因为所有陆地资料和大多数海上资料都没有零频率分量，所以该程序包含了进一步采用 $(1-Z)(1-0.8Z)$ 的可供选择的滤波。我一直没采用这种额外的滤波来显示过任何东西，因为我想使本书反映出所有你也许会碰见的假象。另外，我采用4.1节所述非线性增益 $\gamma=1/2$ 时，有意地在波形曲线、变面积记录图形上增强了各种假象的可见度（透视图屏蔽线总是具有线性增益）。由于我的图形在本书中大约为10公分见方，而你在实际工作中将看到的图形大约为这种面积的100倍，所以我仅显示了1秒的旅行时间。

7. 程序

书中许多图件都是用这里提出的程序作出来的，为使你能重新产生它们，我在下面列出了完整的程序。参量输入与数据输出的调用均由地址决定，但是我使它们无论以何种方式都能有助于澄清缺省项，使你有可能获得与我所曾得出的是完全相同的结果

```
# representations of  $e^{-\sqrt{(-i\omega/v)^2 + k_x^2} z}$ 
integer output, outfd, fetch
integer iw, nw, ik, nk, omhat, kxhat, kzhat, degree, tfilt, xfilt
real v, dt, dx, dz, xf, x0, tf, tau0, rho, bi, r0, eps, pi, omega, k, vk2
complexcz, cs, cikz, cexp, cmplx, csqrt, cp(1024)
outfd=output()
call putch("size","i",8) # complex numbers
nw=256; call putch("n1","i",nw) # inner index is  $\omega$ 
nk=64; call putch("n2","i",nk) # outer index is  $k_x$ 
call putch("n3","i",1) # one frame movie

if(fetch("v","f",v)==0) v=3.754 # rock vel
if(fetch("dt","f",dt)==0) dt=.004 #  $\Delta t$ , sec
```

```

if(fetch( "dx", "f", dx)==0) dx = .025      #  $\Delta x$ , km
if(fetch( "dz", "f", dz)==0) dz = .004      #  $\Delta z$ , sec
if(fetch( "xf", "f", xf)==0) xf = .25;      x0=xf * nk * dx
if(fetch( "tf", "f", tf)==0) tf = .5;       tau0=tf * nw * dt

if(fetch("omhat", "i", omhat)==0) omhat=0    #  $\hat{\omega}$ 
if(fetch("kxhat", "i", kxhat)==0) kxhat=0    #  $\hat{k}_x$ 
if(fetch("kzhat", "i", kzhat)==0) kzhat=0    #  $\hat{k}_z$ 
if(fetch("degree", "i", degree)==0) degree=90
if(fetch("tfilt", "i", tfilt)==0) tfilt=1
if(fetch("xfilt", "i", xfilt)==0) xfilt=1

if(fetch( "rho", "f", rho)==0) rho=1-4./nw
if(fetch( "bi", "f", bi)==0) bi=6.726        #  $b^{-1}$ 
if(fetch( "r0", "f", r0)==0) r0=0.7071
if(fetch( "eps", "f", eps)==0) eps=0.

call putch("d1", "f", dt);      call putch("label1", "s", "sec")
call putch("d2", "f", dx);      call putch("label2", "s", "kilometers")
call hclose()                    # close data description file
pi=3.14159265
do ik=1, nk {                    # loop over all  $k_x$ 
    k=2 * pi * (ik-1.)/nk
    if(k>pi) k=k-2 * pi
    k=k/dx
    if(kxhat==0)
        vk2=(v/2) * **2 * k * k
    else
        vk2=(v/2) * **2 * (2/dx) * **2 * sin(k * dx/2) * **2 / (1-
            (4./bi) * sin(k * dx/2) * **2)

    do iw=1, nw {                # loop over all  $\omega$ 
        omega=2 * pi * (iw-1.)/nw
        if(omega>pi) omega=omega-2 * pi
        omega=omega/dt
        cz=cexp(cmplx(0., omega * dt))
        if(omhat==0)
            cs=cmplx(1, e-5/dt, -omega)

```

```

else
    cs=(2./dt)*(1.-rho*cz)/(1.+rho*cz)
if(degree==90)
    cikz=vk2/(csqrt(cs*cs+vk2)+cs)
if(degree==15 | degree==45)
    cikz=vk2/(eps+(r0+1.)*cs)
if(degree==45)
    cikz=vk2/(2.*cs+cikz)
if(real(cikz)<0.)call erexit("cikz not positive real")

if(kzhat==0)
    cp(iw)=cexp(-tau0*cikz)
else
    cp(iw)=((1.-cikz*dz/2)/(1.+cikz*dz/2))**(tau0/dz)
cp(iw)=cp(iw)*cexp(cmplx(0., omega*tau0)) # unretard

if(tfilt>=1) cp(iw)=cp(iw)*(1+cz)/(1-.8*cz)
if(tfilt>=2) cp(iw)=cp(iw)*(1-cz)/(1-.8*cz)
if(xfilt==1) cp(iw)=cp(iw)*(1+cos(k*dx))/(1+.85*
                    cos(k*dx))
cp(iw)=cp(iw)*cexp(cmplx(0.,k*x0))
}

call rite( outfd, cp, 8*nw) # write
}

stop; end
# Finally, you must 2-D Fourier Transform(Section 1.7), take real part,
and plot.

```

本书内有22个图件是由这个程序作出的，不同图件所采用的不同输入参量列表如下：

节号与图号	缺省参量
1.3-6a	tfilt=0
1.3-6b	
2.0-1a	
2.0-1b	$\hat{\omega}$
4.0-1a	$\hat{\omega}$, v=2.0, xf=.5, xfilt=0
4.0-1b	$\hat{\omega}$, v=2.0, xf=.5
4.1-4a	15°
4.1-4b	15°, $\epsilon=1$
4.1-5a	45°, tf=.2

4.1-5b	$45^\circ, \text{tf}=.2, \varepsilon=1$
4.2-4	$45^\circ, \text{tf}=.2, \hat{\omega}$
4.3-4a	$v=2.0, 90^\circ$
4.3-4b	$v=2.0, 15^\circ, \hat{\omega}, \hat{k}_x, \hat{k}_z$
4.3-6a	$\hat{k}_x, \hat{\omega}, b^{-1}=1000000.$
4.3-6b	$\hat{k}_x, \hat{\omega}, b^{-1}=12.$
4.3-6c	$\hat{k}_x, \hat{\omega}, b^{-1}=6.726$
4.3-6d	$\hat{k}_x, \hat{\omega}, b^{-1}=6.$
4.3-6e	$\hat{k}_x, \hat{\omega}, b^{-1}=5.$
4.6-2a	
4.6-2b	$\hat{\omega}$
4.7-1a	$\Delta z=.004, 45^\circ, \text{tf}=.3, \hat{\omega}, \hat{k}_x, \hat{k}_z$
4.7-1b	$\Delta z=.012, 45^\circ, \text{tf}=.3, \hat{\omega}, \hat{k}_x, \hat{k}_z$

据说使 z 网格加密就能改善精度，如果 x 与 t 均属于连续统（continuum）这种结果是不可能发生的，不过由于可使 x 与 t 离散化，偶然能消掉误差的可能性倒是存在的。为检查一下这种传说是否成立，我试着把 Δz 增大3倍（实际上，就是将沿旅行时间深度的增量增大3倍），结果如图4.7-1所示。你对这图有何想法？

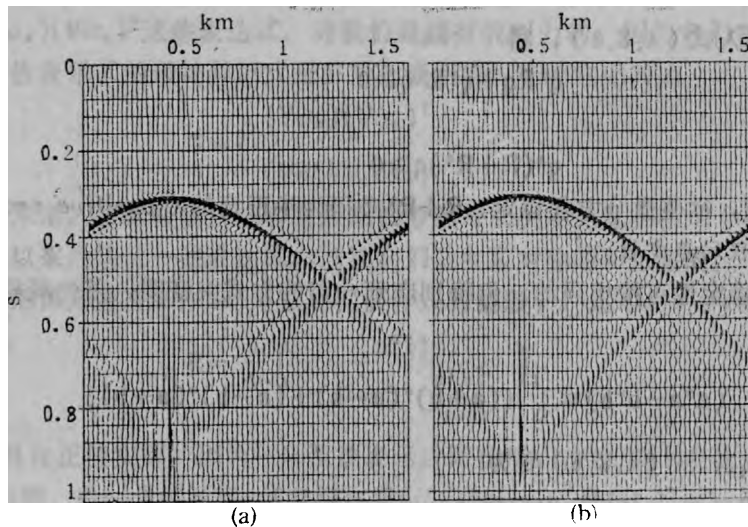


图4.7-1 (x, z, t) 空间中的 45° 点绕射，左图为 $\Delta z=v\Delta t$ ，右图为 $\Delta z=3v\Delta t$ ，

这种分析看来就得到此结束了，由于Fourier分析是假设速度横向为恒定不变，分析受到了限制。为处理这种问题，我们现在就转向下面一节有关处理技术这最后一讲。

4.8 Muir与Godfrey的保险稳定法

保持一定的对称性就可以保证外推过程的稳定性。倘若 $R+R^*$ 是正定矩阵（实际上是半正定的）^①，将可证明：微分方程

$$\frac{dq}{dz} = -Rq \quad (4.8.1)$$

及其Crank-Nicolson近似

$$\frac{q_{n+1} - q_n}{\Delta z} = -\frac{R}{2}(q_{n+1} + q_n) \quad (4.8.2)$$

均可保证具有稳定性。前一节中研究稳定性的时候，算子 R 是一种标量 Z 变换。因为采用了 Z 变换，那一节的数学分析特别适用于时间域偏移。因为 R 是一个标量，该节的数学分析特别适用于数据沿 x 轴业已经过Fourier变换的情形。本节我们将集中注意 R 的矩阵性质，因而我们现在关心的是 x 域内的偏移。进行这类理论工作，其目的在于博得能为速度横向变化情形下进行地震资料偏移编制出“保险稳定”程序的能力。以下将以熟悉的 45° 外推方程为例使其具有保险的形式。结合前面一节的内容，本节提出了 (t, x) 域内稳定偏移的普遍性理论。

1. 微分方程的稳定性

设 q^* 表示 q 的Hermit复共轭。要使方程(4.8.1)为稳定的，能量 qq^* 必须为常数或者在沿深度外推期间是衰减的，即

$$\frac{d}{dz}(qq^*) \leq 0$$

或

$$q^* \frac{dq}{dz} + \frac{dq^*}{dz} q \leq 0 \quad (4.8.3)$$

将式(4.8.1)代入式(4.8.3)，得

$$q^* R q + q^* R^* q \geq 0$$

或

$$q^*(R+R^*)q \geq 0 \quad (4.8.4)$$

式(4.8.4)表明，欲使微分方程稳定， $R+R^*$ 必须为半正定的（*positive semidefinite*）。

2. 差分方程的稳定性

差分方程之稳定性可按相同的、但特别麻烦一点的方式来证明。首先观察一下下述恒等式

$$(a^*a - b^*b) \equiv \frac{1}{2} [(a+b)^*(a-b) + (a-b)^*(a+b)] \quad (4.8.5)$$

令 $a = q_{n+1}$ ， $b = q_n$ ，式(4.8.5)变为

$$(q_{n+1}^* q_{n+1} - q_n^* q_n) = \frac{1}{2} [(q_{n+1} + q_n)^*(q_{n+1} - q_n) + (q_{n+1} - q_n)^*(q_{n+1} + q_n)] \quad (4.8.6)$$

现在用方程(4.8.2)代替 $(q_{n+1} - q_n)$ 项

$$(q_{n+1}^* q_{n+1} - q_n^* q_n) = -\frac{\Delta z}{4} [(q_{n+1} + q_n)^* R (q_{n+1} + q_n)]$$

① 本节中所用黑体字母符号表示矩阵。——译者

$$\begin{aligned}
& + (q_{n+1} + q_n)^* R^* (q_{n+1} + q_n)] \\
& = -\frac{\Delta z}{4} [(q_{n+1} + q_n)^* (R + R^*) (q_{n+1} + q_n)] \quad (4.8.7)
\end{aligned}$$

这个方程证实了下列结论：如矩阵 $R + R^*$ 为正定，则 $q_{n+1}^* q_{n+1}$ 小于 $q_n^* q_n$ 。

3. 应用于45度波场外推

下行波场外推涉及的标量波动方程为

$$\frac{dq}{dz} = ik_z q = -Rq \quad (4.8.8)$$

式中，算子 R 取通常的形式

$$R = -ik_z = \frac{-i\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}} \quad (4.8.9)$$

我们的计划是以通常的连分式展开来近似平方根，然后用 x 轴导数算子 ∂_x 代表 ik_x ，以求获得一个空间域方程。我们必须作这种重要的努力是起因于我们拒绝作出速度 $v(x, z)$ 与 x 坐标无关这类通常假设。由于 $\partial_x v q$ 不同于 $v \partial_x q$ ，空间表示式看来确实不是唯一的，因而我们可能会奇怪变量 q 究竟如何能同压力与位移等这些物理波动变量联系起来。既然式 (4.8.9) 是纯虚量，那就可以把二次式 $q^* q$ 这种深度轴方向的不变量解释为通过深度 z 处基准面的下行能量通量，我们的主要努力方向就是要在速度 $v(x, z)$ 不等于常数时力图保证 $q^* q$ 确实仍保持为深度不变量。至于确定能量通量变量 q 与该物理变量之间的关系这项任务，将留给读者自己去考虑。

首先必须在空间域内表示 $v^2 k_x^2$ 。把 x 轴方向的导数算子 $\partial/\partial x = \partial_x$ 看作一个大型双对角线矩阵，沿对角线元素为 $(1, -1)/\Delta x$ ，并且把速度 $V(x)$ 也看作对角线矩阵时，像 $(V\partial_x)^T$ $(V\partial_x)$ 或者 $(V\partial_x)(V\partial_x)^T$ 这些表达式，对我们是颇有吸引力的，因为它们都是对称的半正定矩阵。这类数值表示式的最简单形式是三对角线矩阵，可将它缩写为

$$T = \begin{cases} (V\partial_x)(V\partial_x)^T \\ (V\partial_x)^T(V\partial_x) \end{cases} \quad (4.8.10)$$

到以后就可以知道，根据精确度或者某些其他考虑可以决定究竟应在式 (4.8.10) 中选取何者，甚至还可以采用其他一些表达式，只要它们是实数对称的和正定的。

在前一节的恒定速度和作45°外推方程展开式的情形下，式 (4.8.9) 曾表示为

$$R = \frac{1}{v} \left(\frac{v^2 k_x^2}{-i2\omega + \frac{v^2 k_x^2}{-i2\omega}} \right) \quad (4.8.11)$$

R 这种标量恒具有正值实部，因为 $-i\omega$ 恒被表示成阻抗形式，因而整个表达式满足阻抗函数组合时的 Muir 规则。进一步涉及到 x 域时要注意 $(ik_x)^2 = -\partial_x^2$ 和 $(\partial_x)^T = -\partial_x$ ，因此正值标量 $v^2 k_x^2$ 相应于式 (4.8.10) 的正本征值。

保险的平方根算子 R 在空间域的表达式现在将给出为

$$M = \frac{T}{-i2\omega I + \frac{T}{-i2\omega}} \quad (4.8.12a)$$

$$R = V^{-1/2} M V^{-1/2} \quad (4.8.12b)$$

由于矩阵 T 可与单位矩阵 I 交换，在式(4.8.12)中采用除法符号可证明是正当的(这种工作有一个危险，就是 T 与对角线矩阵 V 不能交换)。根据一项基本矩阵定理，即实数对称矩阵之多项式的本征值等于本征值之多项式，可以证明矩阵 M 具有 R 所要求的性质，换句话说，用本征值之一代替式(4.8.12)中的 T ，可产生其实部为正值复矩阵 M ，因此 M^*+M 如所要求为正值，所需要证明的是下列矩阵应为正定：

$$R+R^*=V^{-1/2}(M+M^*)V^{-1/2} \quad (4.8.13)$$

如对任意 m ，标量 m^*Am 为正值，则矩阵 A 必为正定；对角线矩阵 $V^{-1/2}$ 肯定可并入 m ，而且 m 仍然是任意的，因此上述证明得证。

在进行程序编制时，将 $V^{-1/2}$ 置于矩阵 M 每一侧是没必要的，事实上，你可将 V^{-1} 置于任一侧。一般而言，如果 R^*U+UR 是正定的，则某些其他二次式形式如 q^*Uq 等就会衰减，式中， U 是严格正定的。

第五章 若干发展前沿

已经公布、但迄今尚未得到常规生产应用的一些成像概念均集中于本书这最后一章。本章第一部分是建立线性时差的数学概念以及如何使它与速度分析联系起来。数据可以聚焦，使得层速度可以直接读出。本章的后面部分是关于多次反射的讨论，线性时差在此处也有助于明确问题。你将会看到有能力处理多次反射及横向速度变化的基本数学工具。本章有许多关于数据处理的建议，它们可不是那些生产过程的描述！

1. 地震资料解释

我最初把本章看作是适合于兴趣主要在于设计新型处理的专家。后来我认识到了在论述似乎并不像所期望那样起作用的事情时，我们实际上首先要努力向现实作斗争，而不是为理论预言而斗争。这一章对于熟练的解释人员来说将是有趣的。

石油勘探的核心问题是反射地震资料的解释。什么是地震解释？作为一位“按惯例办事的解释员”，你必须通晓理论与实践普遍一致的任何事情；作为一位好的解释员，你必须知晓具有相似影响的交错变化现象之“噪音水平”。地震资料中的异常可能来源于地层本身的复杂性、来源于地震波在地层内的传播（深层的、近地面的或射线平面以外的原因），或者来源于记录系统和成像技术的不完善性。想在如此广泛的一种领域内做出清醒现实的判断，你必须是这样一位地震学家：既是地质学家、又是工程师，同时还是数学家。本章不会教你成为好的解释员，但是它将给你提供一次机会去评述若干关于地震理论与地震数据之关系的批判性思路。

2. 倾斜

反射延迟时间非常类似于深度。我们通常是按偏离垂直射线的程度来测量角度，同时在实际情形下也很少可能去记录零炮检距资料，最佳地震资料一般是远离垂直射线的。本章发展建立了一种着重于某类特定选出之非垂直射线的思路模式。坐标旋转解决不了这个问题，因为旋转之后，将在其上进行观测的平面不会再直接位于 $z=0$ ，旋转还会因形成某种很难对付的二维函数 $v'(x', z')$ 而把原来很简单地震速度函数 $v(z)$ 搞得一团糟。第三章中所提出的炮检距观点也许看似相当完整，其实它并不十分全面，因为平方根是围绕垂直射线展开的。4.5节建立的Stolt拉伸延展法曾阐述过丢下双曲线顶点不管而在两翼上进行拟合的好处。

线性时差校正(LMO)是使人们重新认识我们关于非垂直射线这种思路的途径。尽管尚未广泛被现代生产所吸收，这种较深刻的炮检距观点对研究人员来说却是具有特殊意义的。它使人们对多次反射这个第三章尚未触及的题目能有个理解，它还能使人们对速度估计有个较好的认识。

3. 关于时差的评述

1.5节曾将Snell波定义为是这样一种平面波：它进入速度分层介质 $v=v(z)$ 就变成了非平面波。平面波保持其传播方向角度为常数，而Snell波则保持其时差 dt/dx 为深度 z 的恒定函数。图5.0-1所示是入射在地表面时的Snell波，其中，相继时刻的各波阵面均非彼此平

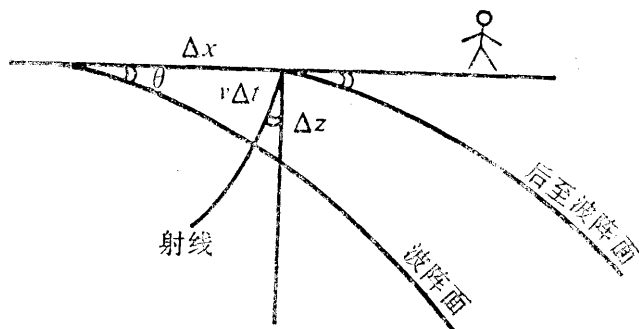


图5.0-1 到达地面的波阵面，观测 dt/dx 可得出
比值 $dt/dx = (\sin\theta)/v$

在3.6节内曾介绍过径向记录道剖面，3.6节的目的是要使非零炮检距资料达到适当的偏移。我们也理解了倾角时差校正(DMO)的定义，DMO使问题的深入分析得到简化，因为在倾角时差校正之后我们可以分析假想的由水平分层地层所产生的道集。

径向记录道集定义为普通道集的一种变形。设普通道集记为 $P(x, t)$ ，令径向参量记为 $r = x/t$ ，于是径向记录道集 $P'(r, t)$ 就按变形定义为 $P'(r, t) = P(rt, t)$ 。

射线尖端的水平位置 x 按照关系 $x = vt \sin\theta$ 而移动，所以在某种恒定速度介质中，具有固定关系 $r = x/t$ 的径向记录道包含有所有以角度 θ 而传播的能量。

在一个径向记录道之内的传播角度恒定应有助于对多次反射的分析。由于爆炸与检波器组合的方向特性对每个径向记录道都是时不变的(*time-invariant*)，这种角度恒定性也将有助于对爆炸波形进行补偿。

设反射面位于深度 z_i 且速度为常数，各双曲线形时距曲线为

$$t^2 v^2 = x^2 + z_i^2 \quad (5.1.1)$$

让我们看一下，当炮检距 x 变换成径向参量 $r = x/t$ 时，双曲线会出现什么变化。我们得到图5.0-1显示 (r, t) 平面内一个曲线族的方程为

$$z_i^2 = t^2 (v^2 - r^2) \quad (5.1.2)$$

渐近线不再是沿着倾斜直线 $x^2 = \pm v^2 t^2$ 分布，而都是沿垂直线 $r = \pm v$ 分布。 (r, t) 平面被填满的区域呈矩形，而 (x, t) 平面被填满的区域则呈三角形。

行，它们相互之间有水平平移。水平方向运动之慢度(*slowness*)称为时差(*stepout*)，它按速度倒数的单位测定，因而可由每米的毫秒数或每公里的秒数给出。记为 p 的慢度也称作射线参量或Snell参量：

$$p = \frac{dt}{dx} = \frac{\sin\theta(z)}{v(z)} = \text{const}(z) \quad (5.0.1)$$

5.1 径向记录道

作为共炮检距剖面的一个变种，

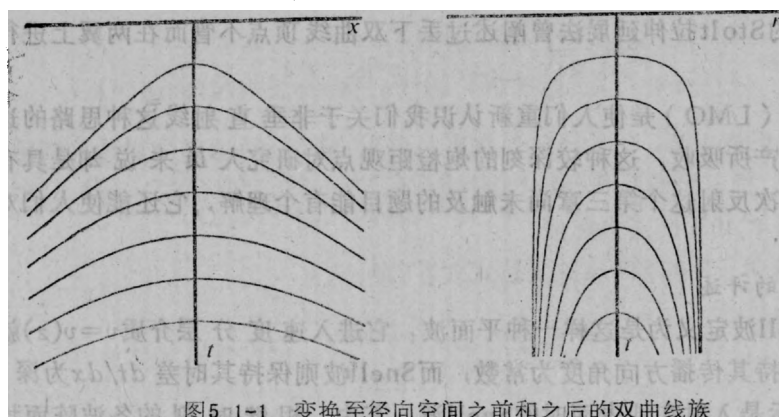


图5.1-1 变换至径向空间之前和之后的双曲线族

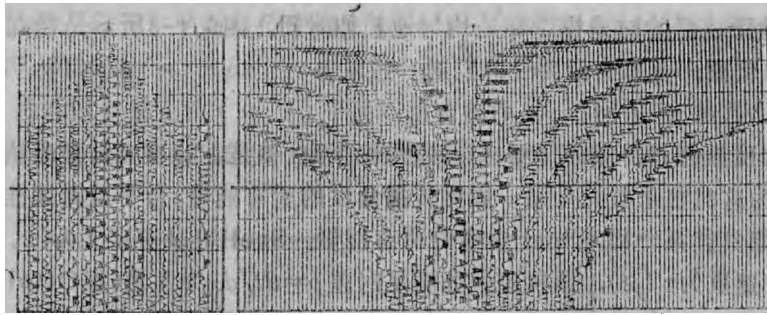


图5.1-2 混杂有零记录道的Alberta地区野外剖面（西方地球物理公司提供）
所示为径向记录道变形之前（左图）和之后（右图）的面貌

图5.1-2所示为变换至径向空间之前与之后的野外剖面。在各个真正的记录道之间混杂有零记录道，以便使变形的形状能够清晰显示；记住野外记录道是常数值 $x=rt$ 情形下的一条曲线，将有助于理解认识这种变形。

径向记录道变换的一个有趣方面是它对地滚波的影响问题。以某种恒定速度沿水平方向传播的波就是地滚波的一种简单模型，所以，在径向记录道道集中可以发现地滚波犹如是在 $r=\pm v_{roll}$ 附近少数径向记录道中的直流成分（零频率）。图5.1-3所示是一种近似于理想化的情形。

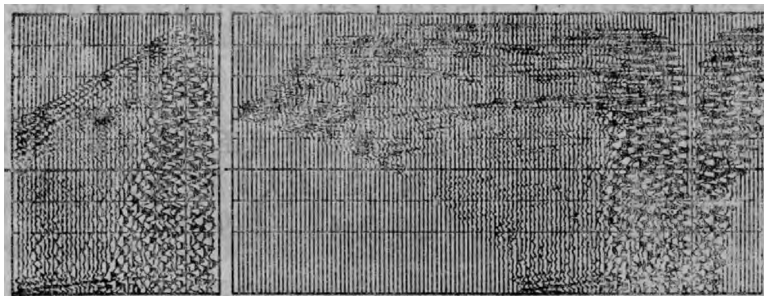


图5.1-3 Alberta地区的野外剖面（西方地球物理公司提供）
所示为变形为径向记录道之前（左图）和之后（右图）的情形

1. 时差校正径向记录道

时差校正可以看成是一种从时间到深度的变换。在适当地完成了时差校正时，所有记录道都应表示相同的与深度有关之反射率（reflectivity）。在原理上，径向时差校正是以引入 z 并利用代换 $tv=\sqrt{z^2+x^2}$ 消去 t 的办法进行的；在实际作时，你会更喜欢采用从旅行时间深度坐标变换至深度坐标的办法。因此变换方程变为 $t=\sqrt{r+x^2/v^2}$ ，利用 rt 消去 x ，我们得到

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2/v^2}} \quad (5.1.3)$$

检查一下式(5.1.3)我们就会明白，径向记录道坐标中的时差校正就是时间 t 坐标轴均匀压缩成 r 坐标轴。在 r 固定时，压缩量是固定的，压缩量并不随时间而变化。压缩的均匀性有助于模拟和消除爆炸波形与多次反射的影响。要注意奇妙的是：径向记录道的时差校正是压缩

时间，而共炮检距资料的时差校正却是均匀地拉伸时间。图5.1-3所示是径向记录道变换之前与之后的野外剖面。

2. Snell记录道

不论地层速度如何，均可采用径向记录道坐标系统，但是在速度为常数时该坐标系统却有特殊的好处，因为这时它采集的是某一固定传播角度的所有能量；合乎逻辑地推广至分层介质时，则必然是采集具有某一固定Snell参量的所有能量。Snell记录道定义为 (x, t) 平面上的这样一种轨迹：如速度为 $v(z)$ ，该轨迹处处满足时差 $p=dt/dx$ 为常数(据Ottolini的定义)。在速度随深度而增大之处，该Snell记录道弯曲向上。对射线方程进行积分，很容易求出Snell记录道轨迹为

$$x = \int_0^z \tan\theta dz \quad (5.1.4a)$$

$$t = \int_0^z \frac{dz}{v \cos\theta} \quad (5.1.4b)$$

为对Snell记录道进行时差校正，引入垂直旅行时间深度 τ ，使得 $dz = v d\tau$ ，于是径向记录道的时差校正方程成为：

$$x(p, \tau) = \int_0^\tau \frac{pv^2}{\sqrt{1-p^2v^2}} d\tau \quad (5.1.5a)$$

$$t(p, \tau) = \int_0^\tau \frac{1}{\sqrt{1-p^2v^2}} d\tau \quad (5.1.5b)$$

在地层速度为分层速度之处，Snell记录道具有胜过径向记录道的某种理论优点。可是它们也有不利之处：曲线可能变成了多枝的，以致变换将不再一一对应。所以，在实际应用时，你也许要用一个简化速度模型来代替你对真速度的最佳估计才行。

用更富哲理的譬喻来说，从共炮检距记录道过渡至径向记录道是个千元钞票(big one)，而从径向记录道过渡至Snell记录道则不是如此大面额。由于径向记录道还未广泛采用，我们可以推测Snell记录道的实用性可能要受到进一步的限制。

5.2 倾斜叠加

倾斜叠加是炮检距坐标轴的一种变换，它就像是对地震波束进行定向导引。我认为，过去我引入术语倾斜叠加(slant stack)只不过是把它作为以下5.3节中将述及之某种偏移方法的一部分(Schultz与Claerbout, 1978)，我确实未曾发明过倾斜叠加概念！上溯到Rieber教授在1930年代的工作和苏联的Работкин Я.А.教授的工作，它在勘探地震学中已有一个很长的历史了。从数学上说，倾斜叠加的概念在Radon变换(Radon, 1917)中就已奠定了基础。

倾斜叠加思想很类似于把出射角附近之数据加以组合的Snell记录道方法。Snell记录道的思想是根据假想速度所预测出的局部时差 $p=dt/dx$ 来选择数据，倾斜叠加却不是预测该时差，而是进行滤波将该时差提取出来。因而，倾斜叠加不论速度是否已知均能正确地起作用。在介质的速度是已知的时候，能够使倾斜叠加直接实现向下延拓，即使在有绕射和多次反射的情形下出现混杂的视速度时，也能够如此。

1. 倾斜叠加与线性时差校正

在剖面或道集上寻找某种特定时差 $p=dt/dx$ 的同相轴，相当于是对各双曲线同相轴进行扫描以找出它们与斜率为 p 之某条直线相切的地方。如利用线性时差校正将数据重新加以显

示，亦即，如将 (x, t) 平面内位于炮检距 $x=g-s$ 和时间 t 上的能量转移至 (x, t') 平面内位于炮检距 x 和时间 $t'=t-px$ 上，那末进行搜索和分析就会容易一些。这种转移过程如图 5.2-1 所示，线性时差校正将 (x, t) 平面内所有斜率为 p 的同相轴转换为 (x, t') 平面内的“水平”同相轴，图中出现的水平计时线是为了方便于搜索和追踪测定同相轴位置。

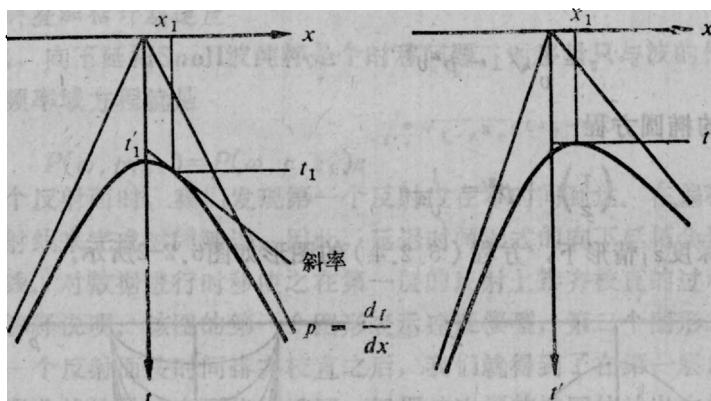


图5.2-1 线性时差校正将追踪识别与所构制平行直线相切之任务变成了给凸同相轴之顶部定位的任务

在线性时差校正之后 $t'=t-px$ ，具有 Snell 参量大约为 p 之数据中的各种组成成分就都是沿 x 坐标作缓慢变化了。要提取它们，应对 x 坐标采用某种低通滤波处理，并对每一 t' 时间值都如此作。低频滤波的极限情形就是提取均值，这就导致倾斜叠加的思想。

为进行倾斜叠加，要根据 $t'=t-px$ 作线性时差校正，然后遍及 x 坐标求和，这样作的效果与沿 (x, t) 平面内之倾斜直线进行求和是相同的。无论在何种情形下，都能使整个道集 $P(x, t)$ 转换成作为时间 t' 之函数的一个记录道。倾斜叠加假设遍及观测炮检距的求和可适当代表沿炮检距坐标 x 的积分作用。沿炮检距坐标的倾斜积分所受到的主要影响将来自积分路径与双曲面波至成为相切之处区域；另一方面，在时距曲线与积分曲线相交时，对该积分的影响就小到几乎等于零，原因就是传播之波没有零频率的成分。

波至的强度有赖于相切区域的长度，相切区长度的 Fresnel 定义是以半波长条件为基础的。在速度为恒定值但有许多的平缓层的地层内，相切区之宽度因双曲线变平坦从而将随时间而变宽，这种增宽与 \sqrt{t} 成比例，抵得上完成了一半的球面扩散校正。换言之，倾斜叠加把我们从二维带到了一维世界，但是将三维的圆锥波阵面校正为二维的平面波还得再有个 \sqrt{t} 。

2. 倾斜叠加道集是椭圆

数据道集的倾斜叠加产生一个以倾斜参量 p 为其特征记录道，按许多 p 值进行倾斜叠加处理则产生倾斜叠加道集。（具有坚实数学物理基础的读者们将会注意到，进行倾斜叠加其实就是用 Legendre 变换将时距曲线加以变换，在这方面，特别条理清晰的背景读物是 H. B. Callen 所著《热力学》[1960年 Wiley 公司出版，90页至95页]）。

让我们看一下，在我们作倾斜叠加时人们熟悉的双曲线族 $t^2v^2=z^2+x^2$ 会出现什么现象。方便的办法是考虑参量形式的圆方程和双曲线方程，就是说，我们采用 $z=vt\cos\theta$ 与 $x=vt\sin\theta$ 或 $x=z\tan\theta$ ，而不利用 $t^2v^2=x^2+z^2$ 。令线性时差校正的方程为

$$\tau = t - px = t - \frac{\sin\theta}{v} x \quad (5.2.1)$$

利用各参量方程消去 t 与 x

$$\tau = \frac{z}{v \cos\theta} - \frac{\sin\theta}{v} z \tan\theta = \frac{z}{v} \cos\theta \quad (5.2.2)$$

$$\tau = \frac{z}{v} \sqrt{1 - p^2 v^2} \quad (5.2.3)$$

取平方后得出熟悉的椭圆方程

$$\left(\frac{\tau}{z}\right)^2 + p^2 = \frac{1}{v^2} \quad (5.2.4)$$

在各种不同反射面深度 z 情形下, 方程 (5.2.4) 的图形如图 5.2-2 所示。

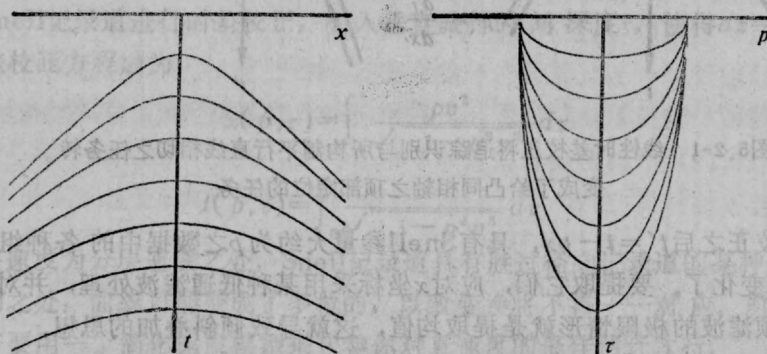


图 5.2-2 恒定速度多层地层模型所得数据道集的时距曲线。倾斜叠加之前 (左图) 和之后 (右图)

3. 双层模型

图 5.2-3 表示双层模型内各个波的旅行时间。正与通常情形一样, 在较深地层内的速度就较高。左图为熟悉的双曲面式的曲线, 严格说, 顶部的曲线是准确的双曲线, 而下部曲线

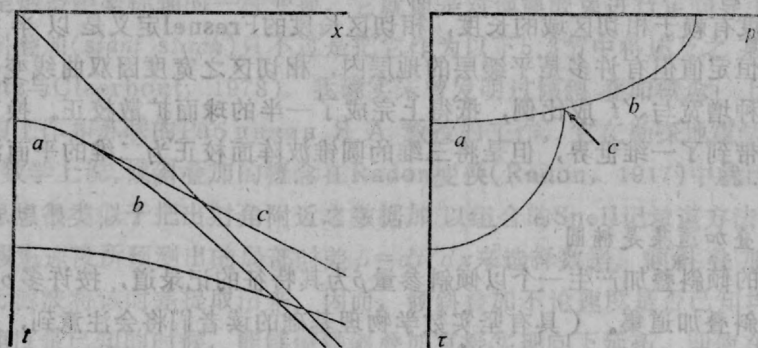


图 5.2-3 识别追踪小于临界角的反射 (a)、大于临界角的反射 (b), 及首波 (c)

仅仅是双曲面式的。通过原点的直线代表沿地表面水平方向传播的能量, 下面的直线是首波 (在震害学中经常称它为折射波, 不过这种名字可能引起混乱), 它代表以临界角入射在较深之地层、然后沿该分界面作水平传播的一种射线。

图5.2-3的右端表示倾斜叠加之后的旅行时间曲线。注意，在 (x, t) 空间内各曲线彼此相交，可是在 (p, τ) 空间内它们并不彼此相交。水平坐标轴 $p=dt/dx$ 具有速度倒数之物理量纲，每层的速度确实能够根据其旅行时间曲线按照相应椭圆上的极大 p 值直接读出来。首波在 (x, t) 空间内是条直线，而在 (p, τ) 空间内则是个点，位于两个椭圆面相接触之处。顶部的曲线在 (p, τ) 空间内严格是一个椭圆，而下部的曲线仅仅是椭球面式的。

4. 根据倾斜叠加估计层速度

1.5节曾指出，向下延拓Snell波纯粹是个时移问题，时移量只与波的传播角度有关。例如，关于时移的频率域方程就是

$$P(\omega, p, z_2) = P(\omega, p, z_1) e^{-i \frac{\omega}{v} \sqrt{1-p^2} z_2} \quad (5.2.5)$$

向下延拓至第一个反射面时，我们发现第一个反射应在零时间到达。在偏移方法中，习惯的作法是就零倾角射线来完成时间延迟，因此，延迟时间形式的向下延拓会展平第一个反射而不改变零倾角射线。对数据进行时移使之在第一层的反射上排齐校直的过程，可用图5.2-4中的第三个图形解释说明。该图的第一个图形表示速度模型，第二个图形表示地面上倾斜叠加的结果。把第一个反射面按时间排齐校直之后，我们就得到了在第一层底部应被观测到的数据。现在，次深曲线的是一个严格的椭圆，根据该次深的椭圆估计出次深层的速度。对所有的深度将这种处理过程继续下去，直至处理完。这种速度估计方法是由P.Schultz(1982)提出并试验过的。

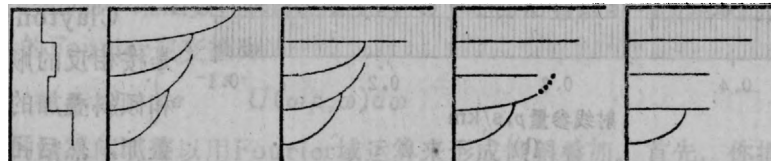


图5.2-4 Schultz的相继各层展平方法

图5.2-4还解释说明了由浅层高速层引起的困难。任何较深部低速层的反射给出的是一种不完全的椭圆，它与上面的椭圆不相联，因为它看来要延伸超出该范围。较大的 p 值（图中的点状线）会丢失，因为它们被上面的高速层（低 p 值）所阻塞限制。 p 的截止出现在高速层的波趋于水平传播之处，所以，在较深的低速层底部不存在首波。

Schultz根据某个椭圆作速度估计的方法所进行的方式是：沿各种不同速度的扫描椭圆进行求和，然后选出具有最强叠加效果的一个速度。因此，他的方法应当不受浅层高速层的干扰。注意下列一点是有益的，在速度随深度而连续增大的时候，速度与深度的关系曲线可以直接从图5.2-4最右端的图形读出来，速度与深度的关系曲线将是联接反射各端点（极大 p 值）的线，亦即联接各首波的那条线。

5. 根据首波估计界面速度

根据首波确定地层速度是地震学中的一个古老问题了。在有可能的地方根据首波测定速度是指在特定的深度上进行测定——分界面深度——所以，它具有甚至比层速度（两个反射之间的深度间隔上的速度）还要好的深度分辨能力。

按传统的作法，首波速度分析涉及到识别追踪旅行时间。旅行时间很难在受干扰资料中识别出来。Clayton与McMechan(1981)曾介绍过一种建立在波场本身基础上的、而不是

在追踪旅行时间基础上的新方法，他们解决首波速度分析问题就同波动方程偏移解决反射问题一样。

与那类从剖面上的反向散射首波获取速度信息（见3.5节）的方法相同的思想，可以应用于共中心点道集中的普通首波。在道集中，你可得到在向下延拓将能量聚焦到零炮检距的剖面上所没有的额外信息。聚焦点可不是一个平凡的毫无特色的点。取一段没有反射而仅由一个首波所组成的原始数据，向下延拓后在零炮检距上产生一聚焦点，该聚焦点是把具有和原始未聚焦首波一样的时差 dt/dh 之零散能量集中起来而得到的结果。按所有可能的取向将各

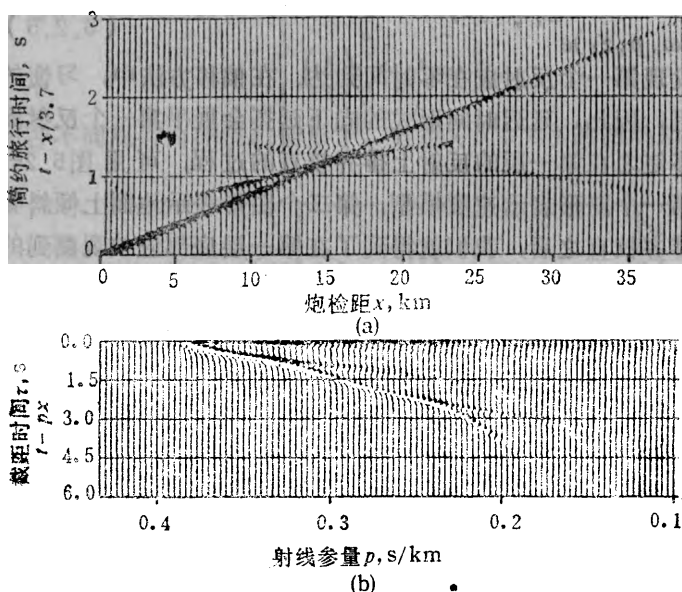


图5.2-5 上图(a)是包含有一合成首波的剖面(以线性时差校正方式显示)

利用倾斜叠加将数据变换如图(b)的下半部分所示。这个已经过倾斜叠加的波场(b)的向下延拓结果如图5.2-6所示(Clayton与McMechan)

依靠地层速度，但是向下延拓却得依靠正确速度。倾斜叠加仅需实现一次，如果它是首先作的话。这就是为什么Clayton和McMechan按那种顺序方式作它的原因。图5.2-5和图5.2-6所示是他们的实例之一。

将Clayton与McMechan的方法同Schultz的方法比较一下。Schultz是用一种对椭圆较大 p 值部分很敏感的方法将反射展平，Clayton与McMechan则只着眼于椭圆的最大 p 值部分。Schultz方法的好处是：一种以反射为基础的方法是不受高速层干扰时，但是缺点是要求在向下进行处理之际就得作出判断决定。Clayton与McMechan则是把一个信息平面提

聚集点相加起来(倾斜叠加)，从而把数据 $u(h, \tau)$ 变换至倾角空间、比方说变换为 $\bar{u}(p, \tau)$ 。在 (p, τ) 平面上地震能量已经集中的地方求出旅行时间深度 τ 处地层的速度，该速度可直接由 $v(\tau)=1/p(\tau)$ 得出。已知 $v(\tau)$ ，很容易就能求出 $v(z)$ 。或者，整个计算过程也可以直接按深度 z 来实现而不按旅行时间深度 τ 来完成。

Clayton与McMechan实际是按相反的顺序来完成向下延拓和倾斜叠加的，他们首先是倾斜叠加，然后再向下延拓的。在原理上，这些处理过程不论按什么顺序完成都行。要记住，我们是否成功是脱离不开正确的地层速度的，进行倾斜叠加倒是不必

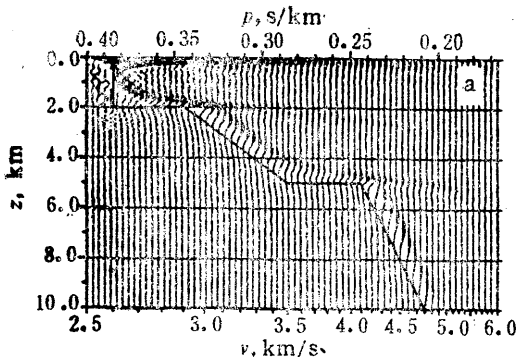


图5.2-6 以正确的速度与深度关系函数(图中实线)对图5.2-5(b)中的倾斜叠加波场进行向下延拓的结果

供给解释者，由解释者从这个平面中去选择速度。Clayton与MaMechan的速度空间是数据的一个线性可逆函数，5.4节将要阐述从反射数据（不是首波）至速度空间的线性可逆变换。

6. 倾斜叠加与Fourier变换

设 $u(x, t)$ 为波场。在数学上，波场的倾斜叠加 $\bar{u}(p, \tau)$ 被定义为：

$$\bar{u}(p, \tau) = \int u(x, \tau + px) dx \quad (5.2.6)$$

式(5.2.6)中，按 x 进行的积分是在 τ 值恒定时完成的，积分路程就是 (x, t) 平面内的某条倾斜直线。

在Fourier空间内很容易表示倾斜叠加。波场 $u(x, t)$ 的二维Fourier变换之定义为：

$$U(k, \omega) = \iint e^{i\omega t - ikx} u(x, t) dx dt \quad (5.2.7)$$

回想一下Fourier空间内的Snell参量定义 $p = k/\omega$ ，利用它从式(5.2.7)的二维Fourier变换中消去 k

$$U(\omega p, \omega) = \iint e^{i\omega(t - px)} u(x, t) dx dt \quad (5.2.8)$$

将积分变量由 t 改变为 $\tau = t - px$

$$U(\omega p, \omega) = \int e^{i\omega\tau} \left[\int u(x, \tau + px) dx \right] d\tau \quad (5.2.9)$$

把式(5.2.6)定义代入式(5.2.9)，得

$$U(\omega p, \omega) = \int e^{i\omega\tau} \bar{u}(p, \tau) d\tau \quad (5.2.10)$$

把 $U(\omega p, \omega)$ 看作是 ω 的一维函数，该 ω 是从 (k, ω) 平面沿直线 $k = \omega p$ 提取的。

式(5.2.10)的Fourier逆变换为

$$\bar{u}(p, \tau) = \int e^{-i\omega\tau} U(\omega p, \omega) d\omega \quad (5.2.11)$$

式(5.2.11)的结果阐明可以用Fourier域运算来形成倾斜叠加。首先，你把 $u(x, t)$ 变换为 $U(k, \omega)$ ；然后，从 $U(k, \omega)$ 提取出 $U(\omega p, \omega)$ ；最后，从 ω 域反变换至 τ 域并对所有感兴趣的 p 值重复上述过程。

从 $U(k, \omega)$ 得出 $U(\omega p, \omega)$ 看似很容易，但这其实是很难作的部分。直线 $k = \omega p$ 不会恰好通过所有的网格点（除非 $p = \Delta t / \Delta x$ ），所以必须作某种内插。正如我们由Stolt偏移的计算假象所已经知道的，不应该按因果性条件要求来作频率域内插。有关内插的意见可参阅4.5节。

实际应用时，既可采用式(5.2.6)也可采用式(5.2.11)。应用式(5.2.6)时，你能对截断效应和假频现象进行较好的控制；在处理大型数据组资料的情形下，则采用式(5.2.11)就能使计算非常快速。

7. 逆倾斜叠加

医学成像中的Tomography（层析成像分析）建立在与逆倾斜叠加是相同的数学基础上。简单地陈述，二维Tomography或逆倾斜叠加就是在已知某个函数的线积分的条件下重建该函数。遵照二维Fourier积分的定义就能得出逆倾斜叠加的公式为

$$u(x, t) = \int e^{-i\omega t} \left[\int e^{ikx} U(k, \omega) dk \right] d\omega \quad (5.2.12)$$

将 $k = \omega p$ 和 $dk = \omega dp$ 代入式(5.2.12)。注意，当 ω 为负时，对 dp 的积分要从正积到负而不是相反。为保持从负积至正之常规习惯意义上的积分方法，现在引入绝对值 $|\omega|$ 。（更一般性地讲，改变体积分的变量要引入变换的Jacobi行列式）。因而

$$u(x,t) = \int e^{-i\omega t} \left[\int e^{i\omega p x} U(\omega p, \omega) |\omega| dp \right] d\omega \quad (5.2.13)$$

$$u(x,t) = \int \left\{ \int e^{-i\omega t} \left[U(\omega p, \omega) e^{i\omega p x} |\omega| \right] d\omega \right\} dp \quad (5.2.14)$$

注意到在式(5.2.14)的花括号{}内包含着的是三个频率函数之乘积的Fourier逆变换, 频率 ω 域内三个函数之乘积在时间域内就是某种褶积。这三个函数中, 第一个是 $U(\omega p, \omega)$, 按式(5.2.11)的定义, 它就是倾斜叠加的Fourier变换; 第二个是延迟算子 $e^{i\omega p x}$, 那就是位于 px 时刻的脉冲时间函数; 第三个是一种 $|\omega|$ 滤波器, 该 $|\omega|$ 滤波称作 ρ 滤波, 由于 ρ 滤波与 p 值无关, 所以我们可以把它从对 p 的积分中分离出来。设以符号 $*$ 表示褶积, 引入延迟 px 作为自变量移位, 我们最终就得到一直为我们所追求的逆倾斜叠加方程:

$$u(x,t) = \rho(t) * \int \bar{u}(p, t - px) dp \quad (5.2.15)$$

稀奇的是, 倾斜叠加运算(5.2.6)的逆过程竟基本上是改变符号进行另一种倾斜叠加的运算(5.2.15)。

8. 平面波叠合

式(5.2.15)可以简单解释为平面波叠合。为将这点说清楚, 我们首先依靠下列一种定义来处置 ρ 滤波

$$\tilde{u}(p, \tau) = \rho(\tau) * \bar{u}(p, \tau) \quad (5.2.16)$$

将会看出式(5.2.16)不仅仅只是一种定义式, 我们还认识到可以把 $\tilde{u}(p, \tau)$ 解释为是平面波谱。把定义式(5.2.16)代入式(5.2.15)与式(5.2.6)二者中去, 得出另一对变换:

$$u(x,t) = \int \tilde{u}(p, t - px) dp \quad (5.2.17)$$

$$\tilde{u}(p, \tau) = \rho(\tau) * \int u(x, \tau + px) dx \quad (5.2.18)$$

为证实 $\tilde{u}(p, \tau)$ 能够被解释为平面波谱, 我们令 $\tilde{u}(p, \tau)$ 为脉冲函数 $\delta(p - p_0) \delta(\tau - \tau_0)$ 并代入式(5.2.17), 正如所料, 所得结果 $u(x, t) = \delta(t - p_0 x - \tau_0)$ 正是一个脉冲平面波。

9. 反射系数——球面波与平面波情形的对比

你在野外剖面上看到的反射波振幅是受许多事情影响的。假设对波的球面发散、通过各层时的透过系数、层内多次反射等等的影响均可作校正, 留下来的就剩球面波反射系数了。球面波反射强度同《地球物理数据处理基础》一书中所计算出的或用Zeoppitz(1919)方程计算出的平面波反射系数并不是相同的一回事。反射系数强度的理论分析总是以Fourier分析为基础。方程(5.2.17)与(5.2.18)提供了平面波反射系数与柱面波反射系数之间的联系, 至于如何再由柱面波情形通向球面波情形, 请看3.5节中关于切除与加权那一小节的讨论。①

①这一节的中心意思是说: 采用Fourier分析方法进行反射系数分析, 只适用于一维平面波情形; 利用式(5.2.17)与式(5.2.18)这一对正、反倾斜叠加变换处理, 就可以进行二维柱面波情形下的反射系数分析; 在此基础上, 采用3.5节所述按炮检距进行加权的办法, 则可进一步作三维球面波情形下的反射系数分析。——译者

10. rho滤波

在实际工作中,往往忽略rho滤波,因为可以把它合并到总的记录与处理过程中其余的滤波效果中去。然而,rho滤波不是微不足道的,倾斜叠加中的积分运算会增强低频成分,而rho滤波则把它们压制到使之保持适当水平。现在让我们对这种滤波作一番检查。rho滤波的谱同时间导数的谱是相同的,但是它们的时间函数却非常不同。时间导数的有限差分表现形式很短,时间延续长度仅为 Δt ;因为绝对值函数有尖锐变化,rho滤波却具有很长的时间延续。Hilbert积分核 $-1/t$ 的Fourier变换是 $i \operatorname{sgn}(\omega)$,要注意, $|\omega| = (-i\omega) \times i \operatorname{sgn}(\omega)$,在时间域内这个关系式意味着应有 $\frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{t}\right) = \frac{1}{t^2}$,因此 $\rho(t) = \frac{1}{t^2}$ 。

还有一种不同的观点是:应将rho滤波划分为两部分,一半参与正向倾斜叠加,另一半则参与反向倾斜叠加,这时进行倾斜叠加将不会使数据的功率谱引起变化。一种有趣的划分 $|\omega|$ 的方式是令 $|\omega| = \sqrt{-i\omega}\sqrt{i\omega}$,在4.6节中已指出过 $\sqrt{-i\omega}$ 是相应于因果性时间函数,而 $\sqrt{i\omega}$ 是相应于反因果性时间函数。在Phinney等人的论文(Phinney et al., 1981)中可找到关于倾斜叠加的更多细节。

实际上,倾斜叠加并不像二维Fourier变换那样地完全可逆,所以往往要采用各种的递归和最优化技术。

习 题

- (1) 设 $v(z) = \text{常数}$, 试证明Fresnel带的宽度之增大与 \sqrt{t} 成正比。
- (2) 已知 $v(z)$, 试导出作为 t 之函数的Fresnel带的宽度。

5.3 Snell波与斜坐标

倾斜叠加与Snell波紧密有关,但事情还不仅止于此,三种不同类型的道集(共炮点道集,共检波点道集及共中心点道集)都可以作倾斜叠加,而在每种情形下其意义却均不相同。

一个Snell波可以用普通反射数据进行倾斜叠加的办法把它合成出来,凡Snell波都可按波动传播理论加以描述,尽管有横向速度变动、多次反射、横波等复杂性或者所有这些复杂情形同时存在,你仍可望能够写出一个真实描述Snell波的波动方程。与此形成对照的是CDP叠加,在这里,向下延拓就已经是一种近似了,即使在速度为常数时也是如此。我们当然总可以返回炮点检波点空间内去作数据分析,但倾斜叠加是一种叠加处理,因而那就意味着已经作过干扰处理和数据压缩了。

1. 野外资料中的Snell波信息

根据叠加原理,我们能由具有一切频率之正弦波的叠加形成一个脉冲函数,推广至三维情形,沿所有方向传播之平面波叠加起来则形成一个点震源。与此相似,一个平面波可以由许多惠更斯二次点源叠加所成的结果,对勘探中所记录的点震源数据采取一种称为倾斜叠加(*slant stack*)的适当叠加处理,则可以模拟Snell波。

假想一条地震测线内的所有炮点都在同一时间起爆,这时的下行波将近似为平面波(假设我们忽略真实世界是三维而不是二维这个现实),由这样一种排列所记录到的资料完全可以根语常规资料模拟出来,只须将数据场 $p(s, g, t)$ 遍及所有炮点坐标 s 求和即可^①,每个共

检波点道集内的各记录道要不经正常时差校正就求和。

要想模拟某种非垂直方向传播的Snell波，则必须按照所需描述的某个射线参量值 $p_s = dt/ds$ 使相继的激发保持一定的时间延迟，犹如是从水平飞行的超音速飞机所辐射出来的一般。

如果是沿检波点坐标轴 g 而不是沿炮点坐标轴 s 将数据求和，情形会如何？这时所得结果相当于业已准确调谐至只接收垂向传播之波的接收天线所记录的点源试验^①，在叠加求和之前使检波点上的到达时间有时移，则可模拟只记录某一种Snell波的接收天线，比方说，记录到参量为 $p_g = dt/dg$ 、上行角度为 $\sin\theta = p_g v$ 的波。

沿某一坐标轴进行积分就是沿某一坐标轴进行低通滤波的一种极端情形，介于点震源情形和平面波情形这两种极端之间的是定向发射与接收的情形。

简单的传播过程使点源扰动散布至一定距离之处，波就似乎是有些像平面波或Snell波了，这样就可以把波至显得几乎是呈平面形状之处的一小段同相轴当作Snell波进行分析。

总而言之，在炮点空间 (s, t) 内进行倾角滤波所得到的是下行Snell波，而在检波点空间 (g, t) 内进行倾角滤波所得到的则是上行Snell波。

2. 噪音抑制与数据记录

噪音抑制 (*muting*) 的基本目的是消除水平传播的能量^②，这类能量与地层映象毫无关系。典型的实现抑制切除之方法如3.5节所述，那就是说，采用某种加权函数将普遍超出炮检距与时间之比值 $(g-s)/t$ 某个门限值的数据均置零。噪音抑制处理可以切除许多水平传播能量是没疑问的，但是要消除的还不仅限于此。因反向散射之故，常常在噪音抑制区之内还可发现水平传播的能量，除掉它的办法必须采用倾角滤波而不是采用某种加权函数。在现代高密度多道记录系统采用以前，低速传播的噪音往往在检波器电缆长度范围内形成空间假频现象，以致进行倾角滤波行不通。如果出射角并非足够接近于垂直，就是说，如果 dt/dg 不是足够小，这时波就可能不是来自勘探目的层。在炮点空间 (s, t) 内应用滤波不像在检波点空间 (g, t) 内那么容易，因为在炮点空间内极少能非常稠密地记录数据。千万别跌入圈套，认为可以对共中心点道集进行这种倾角滤波，反向散射的地滚波在共中心点道集内是没有正常时差的（见3.2节）！

海水层底部散射往往很强，使得很难采用常规处理方法压制它。在3.2节中，我们已了解其原因在于点源散射意味着有双曲线型波至，它具有陡倾角，其到达时间一般比水层底部反射时间要晚，因而会误认为它们具有沉积地层的叠加速度而不是水层速度。这时所需要的是作两种倾角滤波，一种是抑制以非垂直角度离开各炮点的波，另一种则是抑制以非垂直角度到达各检波点的波。现今的野外组合其滤波作用系以空间频率 k_x 为基础，如记录设备采用倾

① 设野外记录为 $p(s, g, t)$ ，其中， s 为炮点坐标， g 为检波点坐标， t 为时间。取共检波点道集 $p(s_1, g, t)$ ， $p(s_2, g, t)$ ，……，不经时差校正而全部直接叠加，因反射波时距曲线在检波点 g 附近的曲率较平缓，故为同相叠加而加强，远离该点则因非同相干涉而减弱，因此得出 (g, t) 空间内的近似上行平面波。如取共炮点道集 $p(s, g_1, t)$ ， $p(s, g_2, t)$ ，……作相同叠加处理，则得 (s, t) 空间内的近似下行平面波。——译者

② 这段的意思是说：共炮点道集不经正常时差校正而直接叠加求和所得相当于炮点坐标空间 (s, t) 内的自激自收下行平面波。——译者

③ *muting*是常规地震处理中的一种预处理程序，又可译为切除处理，目的在于切除直达波和面波干扰，即所谓的水平传播的能量。——译者

角 (k/ω) 的滤波而不是采用空间频率 k 的滤波, 资料中将会留有更多高频能量。2.5节中所述具有时间因果性的递归倾角滤波在这里可能会起很好的作用。

3. Snell波的合成

设我们用野外数据人工合成了一个下行的Snell波, 然后设想一下上行波将会显得如何, 以及它将如何把有关地下界面的信息带给我们。

进行倾斜叠加要取测线上的数据 $P(s, g, t)$, 它是炮点位置 s 、检波器位置 g 和旅行时间 t 的一个函数。然后, 要在炮点遍及的范围内求和, 从而合成作出犹如应当是由下行Snell波发生了反射才能被记录到的上行波 $U(g, t)$ 。即使可能存在有速度横向变化和多次反射, 情形仍应如此, 不受影响。

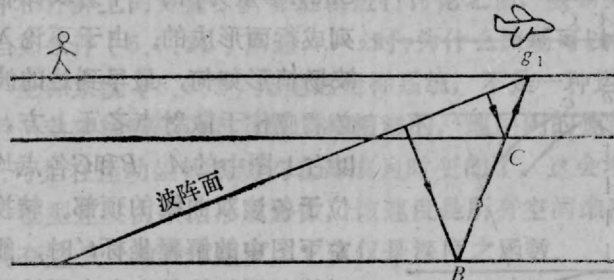
因为涉及到三种不同类型的时间, 求和过程有点混乱:

t = 点震源野外记录内的时间。

$t' = t - p(g-s)$ = 解释时间。仅在 $t' = 0$ 之后才看得见最浅的反射面。

t_{pseudo} = 具有移动震源之Snell假想排列记录内的时间。

在水平成层地层情形下, 假想排列记录内的时间 t_{pseudo} 具有特定的特征: 你将检波点坐标移出越远, 回声反射就会到达越晚。根据下列关系可从野外排列记录的时间 t 直接变换为解释时间 t' :



解释时间 t' :

$$t' = t_{pseudo} - px = t - p(g-s) \quad (5.3.1)$$

图5.3-1示意绘出了下行Snell波的情形。

图5.3-2所示是一种假设的共检

图5.3-1 Snell波的波阵面由两个地层反射, 携带信息上行返回至检波点 g_1

波点道集, 将该道集求和可模拟出图5.3-1中所见到的位于 g_1 上之Snell波。在图5.3-1中的由 C 点至 B 点的横向偏离距离与图5.3-2中相应的距离 (图5.3-2中的两个位置上) 是完全相等的。对所有的检波点重复进行上述沿炮点坐标的求和过程, 即可由下行Snell波作出合成上行波。

因为仅在 $t' = 0$ 之后才看见浅层反射面, 而且水平地层的回声反射不同于假想的Snell波, 其到达并不具有水平方向时差, 所以可将变量 t' 称作是解释坐标。在水平地层情形下, 对横向位置进行检测得依靠反射系数的横向变化。在图5.3-1中, 关于 B 点的反射强度之信息是在右侧

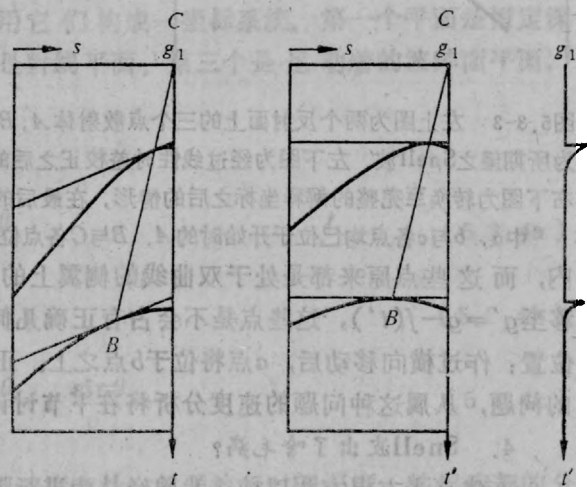
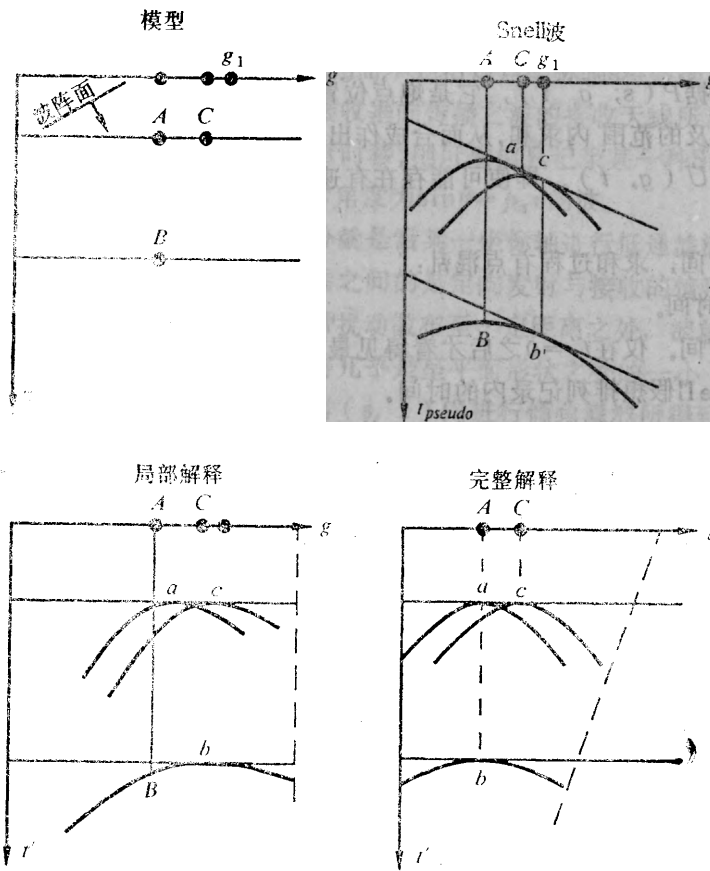


图5.3-2 左图是两个平反射界面情形下的位于检波点 g_1 上的共检波点道集。中图表示, 为准备用遍及炮点坐标 s 进行求和而产生合成Snell波, 数据已根据线性时差校正作了时移。右图所示是检波点 g_1 上所记录到的Snell波记录道。Snell波的地震剖面由许多像 g_1 的记录道并列组成

的 g_1 点上记录到的，不是像常规叠加那样在 B 点的正上方之处才能见到它。为了得到完美解释结果，因而得额外要求把所接收数据移动到一个适当的横向位置上去。

图5.3-3所示是与图5.3-1和5.3-2相同之两个平界面，但在 A 、 B 和 C 各点上还有异常的反射系数。 A 点位于 B 点正上方，



A 点位于 B 点正上方，由 B 点所反射的波其路程直接通过 C 点，再从 C 点到达检波点 g_1 。相继各个画面所示均为与这三个点有关的绕射双曲线。注意，从两个平界面发生反射的假想Snell波其时差变化率均为 p ，由散射点 A 、 B 与 C 形成的双曲线与各该Snell波分别在 a 、 b 与 c 各点上相切；注意 b 与 c 位于 g_1 点正下方的情形，是因为它们全都沿Snell参量为 p 的一个射线路程排列成行而形成的。由于不论入射波场情形如何，最早到达的波至必然应位于散射点之正上方，所以右上图中的 A 、 B 和 C 各点均应位于各该双曲线的顶部。转换为左下图中的解释坐标 t' 时，能得到的主要好处是来自水平地层的波至都变成水平的了。但是要注意，各该双曲面已变得偏斜。

图5.3-3 左上图为两个反射面上的三个点散射体 A 、 B 、 C 。右上图为所期望之Snell波。左下图为经过线性时差校正之后的Snell波。右下图为转换至完整的解释坐标之后情形，在最后的这个结果

中 a 、 b 与 c 各点均已位于开始时的 A 、 B 与 C 各点位置上。当把我们的注意力局限于具有微小时差的那一部分波至时，我们可以发现关于异常反射系数的信息全部都位于 a 、 b 和 c 各点邻域内，而这些点原来都是处于双曲线的侧翼上的。不把相应数据向左侧横向移动，比方说，移至 $g' = g - f(t')$ ，这些点是不会占有正确几何位置的，亦即不会占据原有的 A 、 B 和 C 点的位置；作过横向移动后， a 点将位于 b 点之上。正确的移动量大小 $f(t')$ 是一个涉及到速度分析的问题，从属这种问题的速度分析将在下节讨论。

4. Snell波出了啥毛病？

在建立平方根方程以前，我曾经认为进行地震数据分析的唯一正确途径就是把它分解成Snell波。既然一个Fresnel带看来不过就大约 10° 左右，要不了多少Snell波也就行了。只需少量剖面曾经是很重要的。因为七十年代的计算机能力很有限。当时我知道借助于一个平方根方程每个Snell波都是可分析的，而且知道即使是多次反射也可以采用《地球物理数据处理基础》一书中和本书5.6节中所述方法来加以处理。从理论上说，这种办法可算得上是对完全难以分析的CDP叠加所作过的一项重大改进了。然而，对于下行Snell波来说，存在有一个

实际问题，这就是：当它们离开地表面之后不久就遇到横向速度不均匀性，它们也许早就变得很复杂了。虽然我对它们将会有何最终作用还不能肯定，我是不再相信Snell波是一种包治百病的灵丹妙药了。但是，许多波都表现出它们有一点儿像是Snell波，这一点触动了我要去建立发展一种对Snell波来说是理想的坐标系统，而对有一点像是Snell波的那些波来说则是有效的坐标系统。

5. 横向不变性

垂直入射 $p=0$ 平面波震源在水平层状介质内产生的反射波场具有横向不变性，换言之，有关波场的观测与理论在这种情形下所具有的形式均属 $P(t) \times \text{const}(x)$ 。在任何特定的非零 p 值情形下的Snell波也都是横向不变的，就是说，利用新坐标

$$t' = t - px \quad (5.3.2a)$$

$$x' = x \quad (5.3.2b)$$

则横向不变性可由下述陈述给出 $P(x, t) = P'(t') \times \text{const}(x')$ (5.3.3)

显然，当一个貌似二维的问题可以简化成一维问题时，会产生重大概念上的好处，更不用说采样和计算上的好处了。在继续进行讨论之前，要研究一下方程(5.3.3)直到你确实理解了当如条件(5.3.2b)所述 $x' = x$ 时，为什么波场可以随 x 而变化但却是 x' 的一种常值函数。

坐标系统(5.3.2)是延迟坐标系统，不是一种运动坐标系统。在固体地球物理学中，采用运动坐标系统进行计算是很糟糕的，地层内的速度函数从来不是时变的(*time-variable*)，可是在运动坐标系统内它却成为时变的了，这会增加计算的复杂性。我们的目标是采用某一模型速度由数据形成影像，该速度是所有空间维次的一项函数。但是所利用的坐标系统将具有这么一种参考速度，它仅仅是深度之函数。

6. Snell波的坐标系统

Snell波有三个固有平面，受此启发，可用它们构成一坐标系统。第一个平面是恒定深度 z 处的地层平面，其中包括地表面。第二个是射线平面。第三个是运动着的波阵面平面，当速度随深度而变化时，该平面变成曲面。

下列方程定义了Snell波坐标系统

$$z'(z, x, t) = z \frac{\cos \theta}{v} \quad (5.3.4a)$$

$$x'(z, x, t) = z \tan \theta + x \quad (5.3.4b)$$

$$t'(z, x, t) = z \frac{\cos \theta}{v} - x \frac{\sin \theta}{v} + t \quad (5.3.4c)$$

方程(5.3.4a)利用钻孔中见到的垂直相速度直接定义了旅行时间深度，地层内部的分界面都正好是恒定 z' 值处的平面。

令方程(5.3.4b)所定义的 x' 等于常数，比如说，等于 x_0 ，则得出射线方程，即 $(x - x_0)/z = -\tan \theta$ ，不同的 x_0 值代表不同的射线。

令方程(5.3.4c)所定义的 t' 等于常数，则给出运动着的波阵面之方程。要看出这点，令 $t' = t_0$ 并注意在恒定 x 值时，你看到的是钻井中的速度，而在恒定 z 值时，你看到的是飞机

的速度^①。

从数学上说,具有三个未知数的一个方程定义了一个平面,所以,令式(5.3.4a, b, c)中任何一个方程的左端为常数,就得出在 (z, x, t) 空间内定义了一个平面的方程。为进行实际检验,不妨考虑一下两个平面相交的情形。使波阵面停留不动得要求 $dt'=0$,利用方程(5.3.4c),得出

$$dt'=0 = -\frac{\cos\theta}{v}dz - \frac{\sin\theta}{v}dx + dt \quad (5.3.5)$$

将该恒定波阵面方程 $dt'=0$ 同恒定深度方程 $dz'=dz=0$ 结合起来,得出了熟悉的关系式

$$\frac{dt}{dx} = p \quad (5.3.6)$$

在坐标平面是非正交平面时,就说该坐标系统是仿射坐标系统(*affine coordinate system*)。利用像(5.3.4)那样的仿射坐标,我们无疑易于控制计算,但是我们往往确实也得遇上给我们自己造成混乱的问题,例如,当我们显示海上野外资料的活动画面时,我们看到的是一系列共炮点道集 (h, t) 平面;相继的平面就是相继的炮点,所以当我们打算在正交坐标 (y, h) 或 (s, g) 中考虑问题时^②,数据是显示在 (s, h) 平面中的。采用仿射坐标时,我发现最容易忘掉坐标轴而考虑用垂直的平面来代替。炮点坐标轴 s 可以被当作是一个共检波点平面来考虑,比如说,当作是 cg 。所以,我把海上勘探数据活动电影当作是存在于 (cs, ch, ct) 空间中。在这个活动电影中,另一个平面,实际上是一个平面族、即共中心点平面 cy ,随同数据的“分层结构”(见3.0节)而一起扫描通过屏幕。

要在速度随深度而变化时定义Snell坐标,仅需要仔细地解释方程(5.3.4)。首先,所有的角度必须利用Snell置换 $\sin\theta = pv(z)$ 通过 p 来表示,然后 z 必须处处用对 z 的积分来代替。

7. Fourier空间中的Snell波

根据偏微分方程连锁法(*chain rule*),应有

$$\begin{pmatrix} \partial_t \\ \partial_x \\ \partial_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t'_i & x'_i & z'_i \\ t'_x & x'_x & z'_x \\ t'_z & x'_z & z'_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_{t'} \\ \partial_{x'} \\ \partial_{z'} \end{pmatrix} \quad (5.3.7)$$

在Fourier空间内,上述方程中涉及时间 t 与水平坐标 x 的部分可解释为

$$-i\omega = -i\omega' \quad (5.3.8a)$$

$$ik_x = +p\omega' + ik'_x \quad (5.3.8b)$$

在线性时差校正(对 x' 保持恒定)之后变得平缓的同相轴能量具有特殊意义,对于这类能量应有 $\partial/\partial x' = ik'_x = 0$,于是将式(5.3.8a)与(5.3.8b)结合起来可得出熟悉的关系方程

$$p = -\frac{k}{\omega} \quad (5.3.9)$$

习 题

(1) 试解释图5.3-2中的 s 坐标轴应如何选取符号。

①所谓“钻井中的速度”系指沿垂直坐标 z 方向的视速度 dz/dt ,所谓“飞机的速度”系指沿水平坐标 x 方向的视速度 dx/dt 。对上行波阵面情形 $t_0 = z \frac{\cos\theta}{v} - x \frac{\sin\theta}{v} + t$,当 x 为常数时应有 $\frac{v}{\cos\theta} dz + dt = 0$,即 $dz/dt = -\frac{v}{\cos\theta}$,负号表示上行方向;当 z 为常数时应有 $-\frac{\sin\theta}{v} dx + dt = 0$,即 $\frac{dx}{dt} = \frac{v}{\sin\theta}$ 。对于下行波阵面情形 $t_0 = -z \frac{\cos\theta}{v} - x$

$\frac{\sin\theta}{v} + t$, 则 $\frac{dz}{dt} = \frac{\cos\theta}{v}$ 。——译者

② y 为中心点坐标, h 为半炮检距, g 为检波点坐标, s 为炮点坐标。——译者

(2) 方程(5.3.4)属于上行Snell波的情形, 试问: 适用于下行Snell波的将是何种坐标系。

(3) 试在坐标系(5.3.4)内表示标量波动方程。忽略其一阶导数项。

(4) 试按照Fourier变量(ω' , k'_z , k'_x)来表示标量波动方程的波散关系。

5.4 根据线性时差校正确定层速度

线性时差校正为求解地震速度的简单图解方法奠定了基础, 这种方法对于不是在计算机内而只是在一张纸上进行的数据分析尤其有用。此外, 这种方法使人们对问题的领悟能超出通常计算机化的双曲线扫描所能提供的范围。利用该方法‘将会有助于摆脱我们自己关于测定角度非得从垂直射线开始不可的概念。

最后, 这种方法可定义一种速度谱: 数据资料观测排列所在之平面经过一种线性可逆变换之后, 就可表示地震速度。

1. 测定速度之图解方法

设有速度为 v 之波由位于 $(x, z) = (0, z_s)$ 的点震源出发, 在时间 t 时通过任意点 (x, z) , 其中

$$v^2 t^2 = x^2 + (z - z_s)^2 \quad (5.4.1)$$

式(5.4.1)中的 x 应以半炮检距 h 或中心点 y 代替, 这时, t 就是双程旅行时间; 速度 v 为岩层速度的二分之一, 而 $(z - z_s)$ 则为距震源之距离。

将式(5.4.1)对 t 微分(保持 z 为常数), 得

$$2v^2 t = 2x \frac{dx}{dt} \quad (5.4.2)$$

$$v^2 = \frac{x}{t} \frac{dx}{dt} \quad (5.4.3)$$

图5.4-1表示, 根据式(5.4.3)计算该岩层速度时所需之三个参量完全可在共中心点道集上测定。

方程(5.4.3)可用于估计速度, 用以断定地层是否实际具有恒定的速度。当地层速度属于分层速度 $v(z)$ 时, 很容易证实由方程(5.4.3)估计的速度严格等于均方根速度 v_{RMS} 。首先得注意, 切点上到达的一小部分能量是以恒定的Snell参量 $p = dt/dx$ 传播经过其全部路程的。

要想说明分层介质中的速度, 最佳途径就是将它描述为某种函数 $v'(z)$ 。另一种途径则是挑出某个Snell参量 p 并沿具有这个 p 值的射线开始向下进入地层, 当射线在时刻 $t=0$ 时从地面 $z=0$ 进入地下时, 射线将以速度 $v(p, t)$ 向下移动着。根据 $v'(z)$ 计算出 $v(p, t)$ 或者由 $v(p, t)$ 计算出 $v'(z)$, 这属于一种基本性的运算功夫。射线在时间 t 内旅行经过的距离 x 由速度水平分量的时间积分给出, 即

$$x = \int_0^t v(p, t) \sin \theta dt \quad (5.4.4)$$

以 pv 代替 $\sin \theta$ 并将常数 p 提出在积分号外, 得

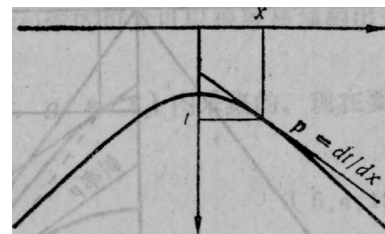


图5.4-1 直线与双曲线时距曲线相切, 该直线的斜率 p 为任意, 因而可取其切点位于信噪比良好之处 (据Gonzalez)

$$x = p \int_0^t [v(p, t)]^2 dt \quad (5.4.5)$$

记住 $p = dt/dx$, 将 (5.4.5) 代入 (5.4.3)

$$v_{\text{观测}}^2 = \frac{x}{t} \frac{dx}{dt} \quad (5.4.6)$$

则得

$$v_{\text{观测}}^2 = \frac{1}{t} \int_0^t [v(p, t)]^2 dt \quad (5.4.7)$$

此式证实了下述论断

$$v_{\text{观测}} = v_{\text{RMS}} \quad (5.4.8)$$

方程 (5.4.7) 是严格的定义, 它无需乎涉及“小炮检距”假设或者“直线射线”假设。

其次让我们来计算层速度。图 5.4-2 表示由两个平界面形成的双曲面波至, 作两条具有相同斜率 p 的直线分别与各该双曲线相切, 测定出切点分别为 (x_1, t_1) 和 (x_2, t_2) 。将式 (5.4.6) 与式 (5.4.4) 结合起来, 并用下标 i 表示第 i 个切点 (x_i, t_i) , 得出

$$x_i \frac{dx}{dt} = \int_0^{t_i} [v(p, t)]^2 dt \quad (5.4.9)$$

假设相继两个同相轴之间的速度为常数 $v_{\text{层}}$, 于是从具有下标 $i+1$ 的式 (5.4.9) 中减去具有下标 i 的式 (5.4.9), 得到

$$(x_{i+1} - x_i) \frac{dx}{dt} = \int_{t_i}^{t_{i+1}} [v(p, t)]^2 dt = (t_{i+1} - t_i) v_{\text{层}}^2 \quad (5.4.10)$$

由此解出层速度 $v_{\text{层}}$ 得

$$v_{\text{层}}^2 = \frac{x_{i+1} - x_i}{t_{i+1} - t_i} \frac{dx}{dt} \quad (5.4.11)$$

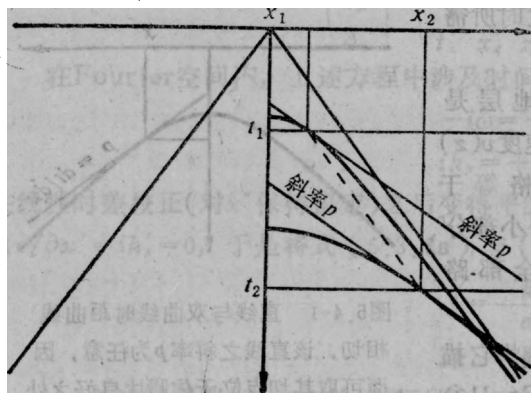


图 5.4-2 在共中心点道集上作两条平行直线, 使与两个平反射面形成的反射时距曲线相切 (据 Gonzalez)

所以, 由式 (5.4.11) 可知, 利用图 5.4-2 中实线直线与虚线直线这两条线的斜率之乘积的平方根, 就可以直接测定出第 i 反射面与第 $i+1$ 反射面之间物质的速度。用人工方法在数据资料上作出两条直线求解层速度的方法优越于自动速度分析之处在于, 你能以图解方式目估出观测结果对噪音的灵敏度, 因而你能在数据资料中选出最佳炮检距在其上进行观测。

如果你经常性地作这工作, 你很快就会发觉主要工作是要精确作出与各该同相轴相切的两条直线。当你碰到困难时, 你会发现, 采用线性时差校正 $t' = t - px$ 来重新显示数据是有方便之处的, 进行重新显示之后, 各直线就不再是倾斜的而是水平的, 这就使得可以使用许多计时直线中的任何一条直线, 现在切点定位问题变成了一个寻求凸同相轴顶点的问题, 这种情形如图 5.4-3 所示。

以时间 t' 来表示式 (5.4.11) 则

$$v_{\text{层}}^2 = \frac{1}{\frac{\Delta t}{\Delta x}} \frac{1}{p} = \frac{1}{\frac{\Delta t'}{\Delta x} + p} \frac{1}{p}$$

(5.4.12)

在图5.4-3的右图中测定地层速度，先是测定图中虚线的斜率即 $\Delta t'/\Delta x$ ，然后把它代入式(5.4.12)内即可。根据用于作图的线性时差校正量大小，已经知道式中的 p 值。

2. 共中心点Snell坐标

共中心点倾斜波场分析是一种比Snell波处理方法更为稳健的处理地震数据分析的方法，共中心点分析的好处是地层倾角的影响趋向于主要表现在中心点坐标轴上，而地震速度的影响则主要表现在炮检距坐标轴上。

共中心点分析的缺点在于非物理上可实现。共检波点道集的倾斜叠加模拟的是下行Snell波，因而你有希望能够写出一个描述该波的微分方程，不管它是多次反射还是横向速度变化，产生什么结果都没关系。共中心点倾斜叠加则并不模拟物理可实现的任何东西，更不必说存在有可将这样一种叠加结果进行外推的偏微分方程了，这并不意味着共中心点坐标系一定出了什么毛病，但是这点确实使我们更关心Snell波方法了，尽管它在工业界内的应用完全不是突飞猛进地增长。

值得密切注意的是某些人进行共中心点倾斜叠加比共检波点倾斜叠加还容易，这是因为在共中心点上，双曲面顶点必然是位于零炮检距上，Fresnel带的位置可以很容易预测出来，因而内插和丢失数据问题就大大得到缓和。

地震数据是在时间、检波点、炮点和深度坐标系统 (t, g, s, z) 内采集的。现在要定义一种新的四分量系统，中心点按通常的方式定义

$$y(t, g, s, z) = \frac{g+s}{2} \quad (5.4.13)$$

旅行时间深度利用钻井内的垂直相速度 $v/\cos\theta$ 来定义，为尽可能地方便，采用双程旅行时间 τ ①。

$$\tau(t, g, s, z) = 2z \frac{\cos\theta}{v} \quad (5.4.14)$$

其次定义地面炮检距 h' ，我们将不采用炮检距的老定义。在这种新定义方法情形下，炮点与检波器不是直接向下移而是沿射线向下移，如 h' 是按下列关系定义的，就可以如此

$$h'(t, g, s, z) = \frac{g-s}{2} + z \tan\theta \quad (5.4.15)$$

由 h' 的这种新定义可知，在 h' 为常数的情形下，炮点与检波点之间距 $(g-s)$ 将随深度 z 之增大而减小。

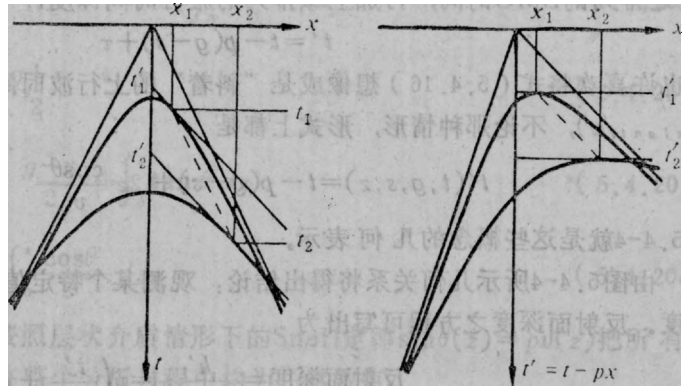
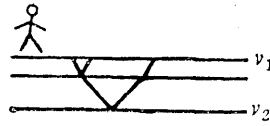


图5.4-3 利用线性时差校正测定层速度(据Gonzalez)

① θ 是射线与垂直坐标轴 z 之间所夹角度。——译者

从点震源观测排列之旅行时间 t 减去相应的线性时差, 现将它定义为线性时差校正时间, 或简称为LMO时间 (linear moveout time), 因此, 在任何深度 z 时的LMO时间等于 $t - p(g-s)$ 。由于已将 h' 定义为地表半炮检距, 故将 t' 定义为地表LMO时间。根据已延拓至深度 z 之排列的LMO时间, 再加上该排列的旅行时间深度 τ , 可把地面上的LMO时间 t' 定义为

$$t' = t - p(g-s) + \tau \quad (5.4.16)$$

你也许喜欢将式(5.4.16)想像成是“斜着”的上行波时间延迟, 比如把它看成 $t' = t_{LMO} + (z_{LMO}/v)$, 不论那种情形, 形式上都是

$$t'(t, g, s, z) = t - p(g-s) + 2z \frac{\cos\theta}{v} \quad (5.4.17)$$

图5.4-4就是这些概念的几何表示。

由图5.4-4所示几何关系将得出结论: 观测某个特定值(h', t')时的反射, 直接就可确定速度。反射面深度之方程可写出为

$$\text{反射面深度} = \frac{h'}{\tan\theta} = v \left(\frac{t'}{2} + ph' \right) \cos\theta \quad (5.4.18)$$

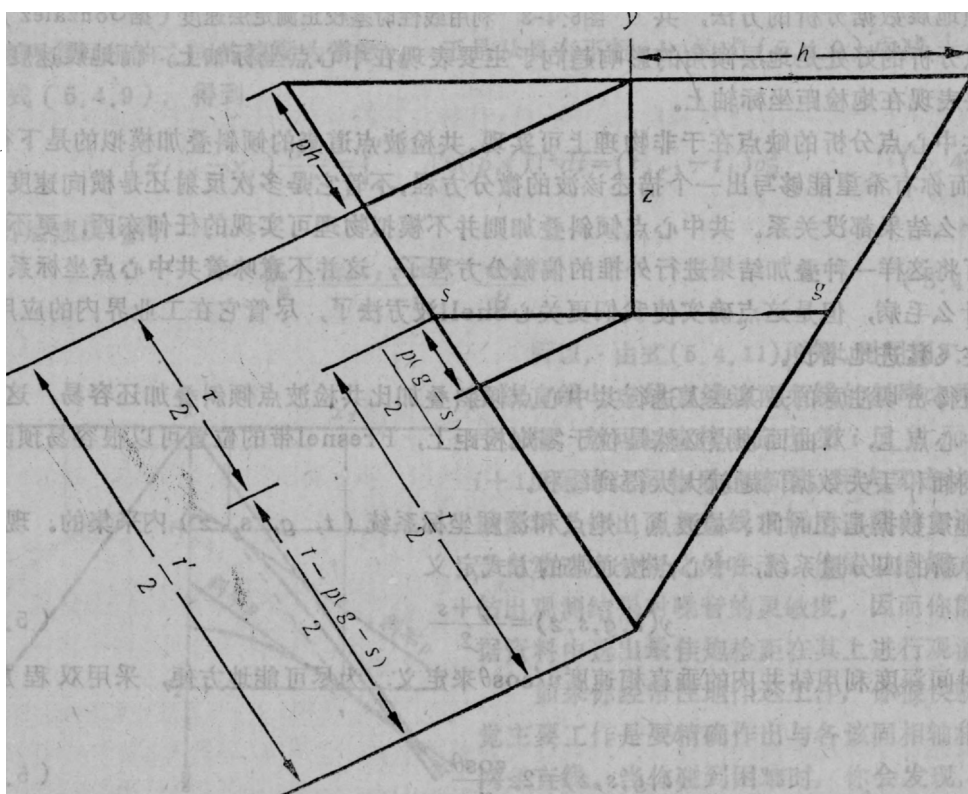


图5.4-4 共中心点道集与LMO时间坐标框架几何形态, 对于描述类似于一种参考Snell的各种波场, 这是一种很自然的坐标系统

利用Snell定律消去其中的角度, 然后解出速度, 得

$$v^2 = \frac{1}{p} \frac{1}{p + \frac{t'}{2h'}} \quad (5.4.19)$$

此式同式(5.4.12)完全一致。

将上述各项定义集中为一组方程，并以遍及 z 的积分来代替 z 以便允许速度随深度而变化，我们得出：

$$t'(t, g, s, z) = t - p(g-s) + 2 \int_0^z \frac{\cos \theta}{v} dz \quad (5.4.20a)$$

$$v(t, g, s, z) = \frac{g+s}{2} \quad (5.4.20b)$$

$$h'(t, g, s, z) = \frac{g-s}{2} + \int_0^z \tan \theta dz \quad (5.4.20c)$$

$$\tau(t, g, s, z) = 2 \int_0^z \frac{\cos \theta}{v} dz \quad (5.4.20d)$$

在使用这些方程以前，必须按照层状介质情形下的Snell定律 $\sin \theta(z) = pv(z)$ 把所有三角函数从式中消去，Snell参量 p 在整个分析过程中均为一常数值。

把由(5.4.20a)得出的 dt'/dz 和由(5.4.20c)得出的 dh'/dz 结合起来时，得

$$\frac{dt'}{dh'} = \frac{2 \cos \theta}{v \tan \theta} \quad (5.4.21)$$

根据关系式 $pv = \sin \theta$ 消去式中的三角函数，就可使我们解出层速度为

$$v^2 = \frac{1}{p} \frac{1}{p + \frac{1}{2} \frac{dt'}{dh'}} \quad (5.4.22)$$

这又一次得出了测定层速度的方程(5.4.12)。

位于地表面 $z=0$ 时，仅需对 p 作出数值选择然后进行线性时差校正，即可将地震勘探资料以坐标框架(5.2.20)表示。迄今尚无须要求有关速度 $v(z)$ 的知识。接着我们来查找某些歪斜双曲线顶部的数据，找出一些后，我们就利用方程(5.4.12)、(5.4.19)或者(5.4.22)求出某种速度，采用这种速度开始作向下延拓处理。

波场可以在物理坐标系统 (t, g, s, z) 或新定义的坐标系统 (t', y, h', τ) 内描述，在物理坐标系统内，成像在

$$t=0 \quad \text{及} \quad g=s \quad (5.4.23)$$

时出现。为在Snell坐标内表达这些条件，将式(5.4.23)代进(5.4.20a)与(5.4.20d)内，所得结果就是程序人员所谓的停机条件

$$t' = \tau \quad (5.4.24)$$

这是速度信息应当被最佳聚焦于 (h', t') 平面时的深度。下面我们将讨论某些向下延拓方程。

3. 微分方程与Fourier变换

由偏微分方程的连锁法得出

$$\begin{pmatrix} \partial_t \\ \partial_g \\ \partial_s \\ \partial_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t'_t & y_t & h'_t & \tau_t \\ t'_g & y_g & h'_g & \tau_g \\ t'_s & y_s & h'_s & \tau_s \\ t'_z & y_z & h'_z & \tau_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_{t'} \\ \partial_{y'} \\ \partial_{h'} \\ \partial_{\tau'} \end{pmatrix} \quad (5.4.25)$$

按我们通常的符号, 时间导数 ∂_t 的Fourier表象是 $-i\omega$, 与此类似, $\partial_{t'}$ 及空间导数($\partial_y, \partial_{k_y}, \partial_r, \partial_s, \partial_z, \partial_{k_z}$)的相应表象分别为 $-i\omega'$ 及 $i(k_y, k_{k_y}, k_r, k_s, k_z, k_{k_z})$. 在矩阵关系(5.4.25)的两个列向量中采用这些Fourier变量并对方程(5.4.20)微分, 求出矩阵(5.4.25)中的各元素, 得到下述矩阵关系

$$\begin{pmatrix} -\omega \\ k_y \\ k_r \\ k_s \\ k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -p & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ p & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{2\cos\theta}{v} & 0 & \tan\theta & \frac{2\cos\theta}{v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\omega' \\ k_y \\ k_{k_y} \\ k_z \end{pmatrix} \quad (5.4.26)$$

设 S 为震源处的入射角之正弦, G 为检波点处的出射角之正弦。如速度 v 已知, 则由共检波点道集和共炮点道集上的时差可分别直接测定出这些角度。与此类似, 在共炮检距剖面上或倾斜叠加剖面上所观测到的时差应与视倾角 Y 有关, 在经过线性时差校正的共中心点道集上由时差所测量出的是视时差 H' 。其精确定义分别为

$$S = \frac{vk_z}{\omega}, \quad G = \frac{vk_r}{\omega} \quad (5.4.27a)$$

$$Y = \frac{vk_y}{2\omega}, \quad H' = \frac{vk_{k_y}}{2\omega} \quad (5.4.27b)$$

利用矩阵(5.4.26)中的相应一些定义可得出下述关系

$$G = pv + Y + H' = Y + (H' + pv) \quad (5.4.28a)$$

$$S = -pv + Y - H' = Y - (H' + pv) \quad (5.4.28b)$$

利用关系式 $H' = H - pv$ 就可将人们熟悉的炮检距时差角 H 同LMO剩余时差角 H' 联系起来。令 H' 等于零意味着是令 k_{k_y} 等于零, 从而暗示遍及 h' 进行了积分, 这最终也就是暗示以倾斜角 p 对数据进行倾斜叠加。 H'/v 值或 k_{k_y}/ω 值很小就是指时差接近于 p 。

4. 处理的可能性

双平方根方程(DSR)为

$$\frac{k_z}{\omega} = -\frac{1}{v}(\sqrt{1-S^2} + \sqrt{1-G^2}) \quad (5.4.29)$$

代入(5.4.26)及(5.4.27a), 该双平方根方程变为

$$\frac{k_z}{\omega} = 1 - \frac{pv}{1-p^2v^2} H' - \frac{1}{2} \left\{ \left[1 - \frac{2pv(H'-Y) + (H'-Y)^2}{1-p^2v^2} \right]^{1/2} + \left[1 - \frac{2pv(H'+Y) + (H'+Y)^2}{1-p^2v^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (5.4.30)$$

方程(5.4.30)就是以所谓延迟Snell中心点坐标形式表示的双平方根方程之准确表达式。

坐标系(5.4.20)可以描述任何介质内的任何波场, 不过, 在射线大体平行于具有所选Snell参量 p 的任何射线的情形下, 只有在速度接近于 $v(z)$ 的层状介质内, 方程(5.4.20)

才有特别好处。除非坐标系“配得上”正在研究的波，不然没多少理由要采用这些坐标，所谓配得上的波就是参量接近于所选 p 值的那些波，这意味着 H' 不可过大。对式 (5.4.30) 有可能作种种简化展开，在三种构成因素 pv 、 H' 和 Y 中间的量值不等关系有许多种不同排列方法，你要按照具体条件选取展开方法。然而关于如何展开才适当以及生产上应作何考虑等问题迄今尚说不出一个完整的轮廓梗概，不过，让我们考虑一下两种可能性。

首先，任何数据集可以按时差分解成许多数据集，每种数据集在时差空间——例如在共中心点道集倾斜叠加中——内都具有狭频带，对这些数据集中的任何一个来说， H' 都完全可忽略不计，这时方程 (5.4.30) 将简化为

$$\frac{k_r}{\omega} = 1 - \frac{1}{2} \left\{ \left[1 - \frac{-2pvY + Y^2}{1 - p^2v^2} \right]^{1/2} + \left[1 - \frac{+2pvY + Y^2}{1 - p^2v^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (5.4.31a)$$

或者

$$\frac{k_r}{\omega} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{1 - p^2v^2}} \left[\sqrt{1 - (Y - pv)^2} + \sqrt{1 - (Y + pv)^2} \right] \quad (5.4.31b)$$

上述处理方法类似于 Richard Ottolini 在其学位论文中所使用过的一种方法。

其次，让我们给式 (5.4.30) 补充一种近似关系，使其中的 Y 与 H' 可单独分离出来。我们将采用 3.4 节介绍过的分离法。式 (5.4.30) 是这个近似关系的第一部分，这时取 $Y=0$ 并保持 H' 的直至二次项之所有的项，得

$$\frac{k_r}{\omega} = \frac{H'^2}{2(1 - p^2v^2)^2} \quad (5.4.32)$$

式 (5.4.30) 的分离近似就是式 (5.4.31b) 加上式 (5.4.32)。式 (5.4.32) 中不存在 H' 的线性项并不令人感到意外，坐标系已经设计成使得在所选模型 $Y=0$ 与 $H=pv$ 附近的能量在向下延拓进行的时候不应当在 (h', t') 平面内有漂移。

方程 (5.4.32) 所代表的速度谱概念就是利用 H' 项使数据在 (h', t') 平面上聚焦，在聚焦之后，应有可能按照使道集上的同相轴衔接起来的斜率而直接读出层速度。这种办法在 Alfonso Gonzalez (1982) 的学位论文中曾经使用过。

习 题

(1) 设零炮检距剖面上已识别出某个双曲线，顶部模糊不清，但你尚可在两个位置上测定 (p, x, t) ，试求地层速度。已知在野外剖面上有相同测定结果 (s 为恒定)，试求地层速度。

5.5 多次反射与当前实际

近地表处有种种未固结物质，诸如水、土壤以及所谓风化带等，这些近地表物质与下面的石油储集岩层之间的波阻抗差异往往甚为显著，足以产生形形色色的近地表谐振，这些谐振现象是无法预测的，而且不能用前面几章所述的方法加以解释。

1. 硬海底例子

图 5.5-1 所示是质量极佳的海底多次反射，各双曲线 $v^2t^2 - x^2 = z_j^2$ 按均匀间隔 $z_j = j\Delta z$ 出现， $j=0, 1, 2, \dots$ 。除球面发散校正以外，数据未经任何处理。空气比水轻、速度比水层速度慢，而海底沉积则几乎总是比水层致密些和速度快一些，这意味着相继出现的多次反射差不多总是具有交替变化的极性。地震初至的极性通常是模棱两可的，但是此图却波形清晰而

且逐个反射极性交替变化明显可见。相继到达之多次反射的振幅比就是反射系数，图5.5-1中的反射系数看来是-0.7左右。多次反射首波 (*multiply reflected head wave*) 也较明显，极性也是一样地交错改变。由于首波的多次反射出现在临界角，它们应具有反射系数-1.0。我们可见到它们实际是逐次增强的，之所以增强其原因就在于球面扩散校正是以三维传播为基础，而首波实际是作二维传播的。

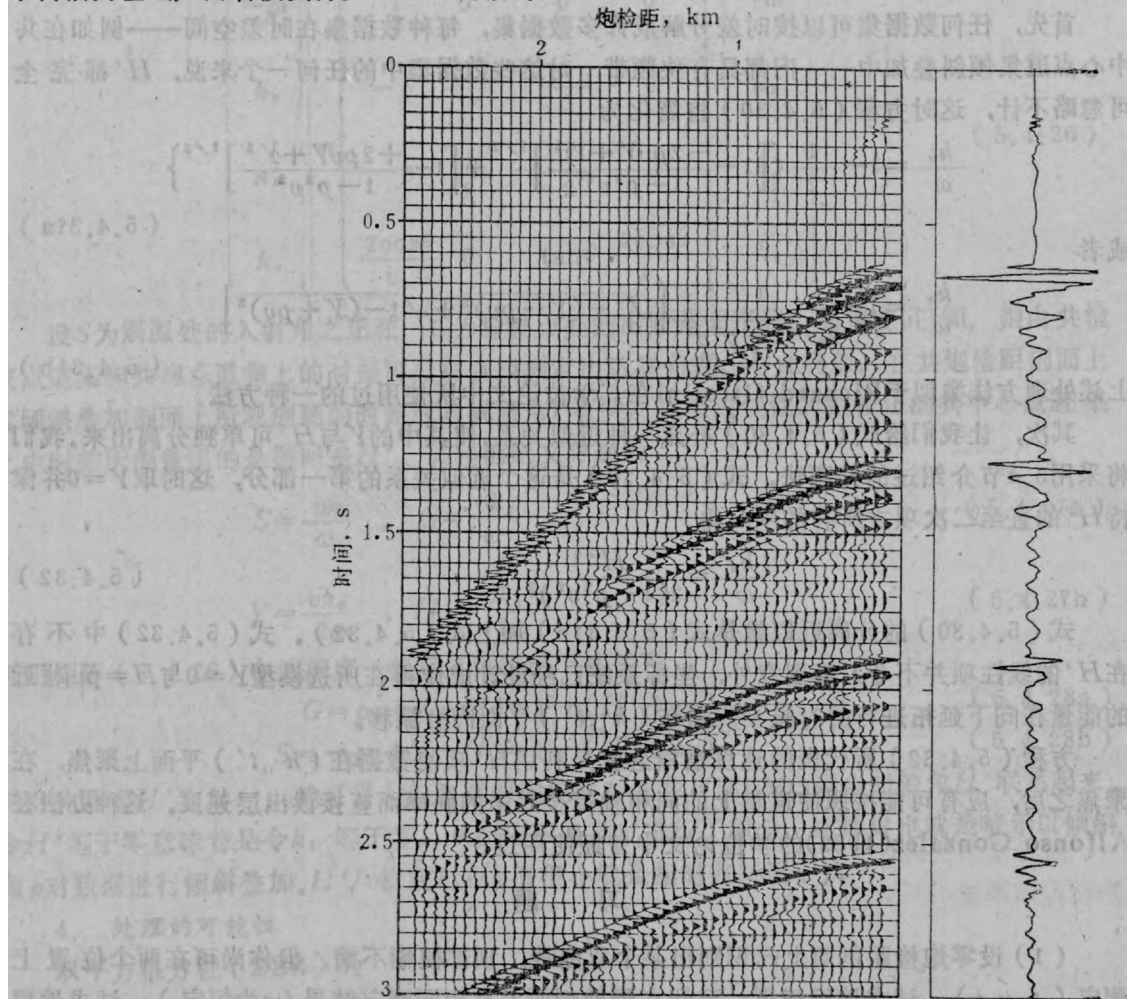


图5.5-1 挪威的多次反射海上剖面

左侧是经过放大的近炮点记录道 (据挪威GECO公司)

就波动理论来说，多次反射是有趣的现象，但是对于地球物理学家，它们却是种严重障碍，地球物理学家不喜欢见到的携带信息的一次波被多次反射掩盖了。

2. 常规数据处理中的反褶积

在图5.5-1中，海水层深度比典型石油勘探深度要大些，图5.5-2与图5.5-3才是更典型的情形。在图5.5-2中，海水层深度浅到不可能辨别出反射了。就陆地资料来说，风化层底部通常很浅且模糊不清，以致一般不可能识别出单独的反射。“浅”这个字眼应用于多次反射时是限定只指反射记录变化很迅速，以至没办法把它们彼此明显区别开来。

关于反褶积这个题目，统计学家已经写了一大堆丰富文献了，对于他们来说，这问题实际是一个估计震源波形而不是消除多次反射的问题。在一定的数学极限之内可使震源波形问题

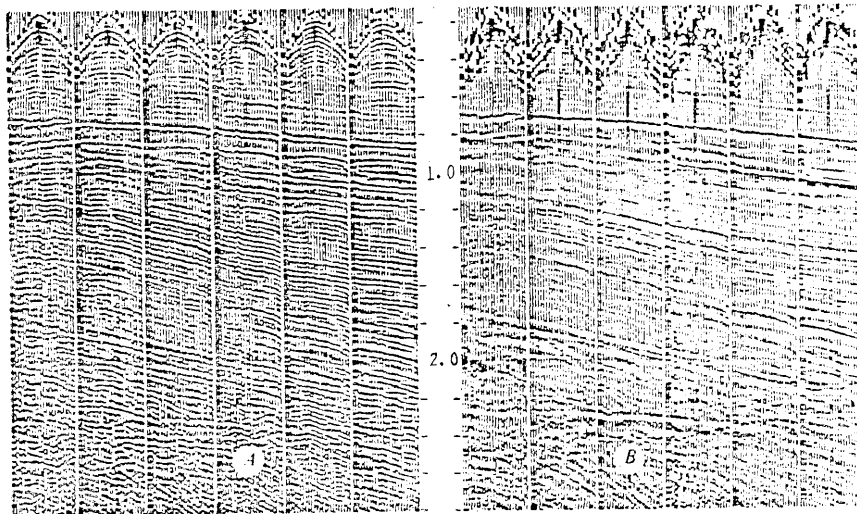


图5.5-2 反褶积之前(左图)和反褶积之后(右图)的野外剖面
(GSI公司公布,公元1965年)

等价于多次反射问题,当混响只限于炮点或检波点周围很小的物理体积之内、诸如在土壤层之内时,这种极限就能成立。震源波形与多次反射问题之所以能够在这种情形下等价,原因就在于炮点产生的下行波不但对于炮点本身来说是固有的,而且包括了局部土壤层的共振。在反射地震学中,虚反射这个词是指震源的反射再加上来自地面的反射(或有时来自风化层底部),因为震源非常接近这些反射面,所以我们往往把虚反射也看成是震源波形的一部分。

关于垂直入射情形下的多次反射模型,也有广泛的文献。在波动传播理论工作者当中,把消除多次波称作反演问题。看起来,要使反演理论能应用于实际问题。必须同可处理爆炸波形未知、频谱性质欠缺问题的分析方法结合起来才行。

常规生产性的反褶积(图5.5-2)有许多种导出方法和解释,我将以简单的术语来阐述那些我相信是反褶积之本质的一些问题。每个地震记录都有一个谱,该谱是许多因素产生的结果,某些因素具有基本意义,另一些则是不重要的。当地震记录正好因某种近地表现现象而产生共鸣震荡时,这就使人感到麻烦了。反褶

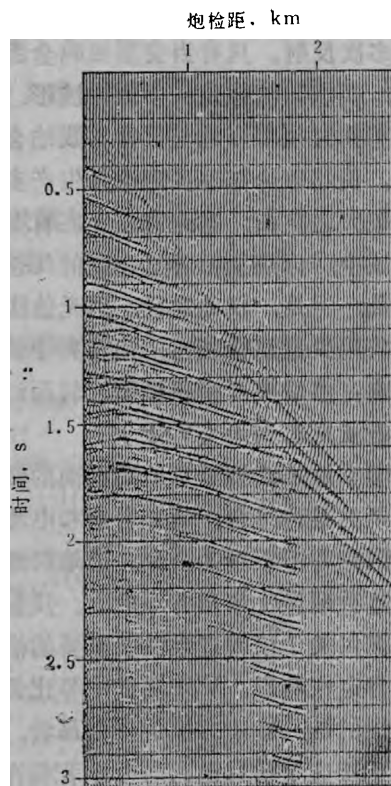


图5.5-3 北海剖面(西方地球物理公司)
具有周期大约为90毫秒之很强的交混回响,它们是海底的多次反射。注意,最强的信号出现在随时间增长而增大的炮检距上,这是因为最强的多次波常常在临界角上出现。在船后1.8公里处交混回响强度突然减低,这是暗示在该点处的海底有突然变化

积基本上就是这么一种处理：测定出强共鸣震荡，然后设计一种滤波处理去压制它们。所设计的滤波具有一种特定的谱，它应大致等于原始数据之谱的倒数，因而，滤波的输出大致为白噪（所有频率成分均相等）。从最早期开始，地震学家就已经发现反射地震数据在10至100赫兹频带之外很少有太大意义，所以采取的最后一个步骤就是将该频带范围之外的频率成分均消除。（对大多数地震学家来说，关于输出的谱应为白噪的假设看来是一种不得已的假设，但是实践通常都表明，比起从原始数据来解释地层映象，那它还是更可取的）。

关于反褶积在实践中为什么成功还有另一种非数学的解释，这就是，它使谱逐道相等了，它实现了各个谱的均衡（Tufekcic等，1981）。不但地震记录因某种近地表现现象而出现共振是件烦扰的事，而且波谱随近地表条件之逐点变化而出现逐道变化，更是一件令人头痛的事，变化的波谱使得时差的测定很难进行。要注意，以上所述的常规生产性反褶积处理就是将谱均衡（*spectral balancing*）作为一种副产品包括在内的。图5.5-3所示就是需要进行谱均衡的数据。

上述对反褶积及其为何能起作用的解释不同于大多数地球物理文献中所作的解释，通常总是用多次反射可预测而一次反射不可预测来解释反褶积。在《地球物理数据处理基础》一书中指出过如何预测多次反射，它们不是采用严格的褶积模型，而只不过是近似地采用该模型来预测多次反射。只有当交混回响全部存在于浅层中时，基于褶积模型的预测才起最佳作用。这时，交混回响像是一个震源波形。

心血管研究须很好地与日常实践结合起来，而肺功能研究则否。我认为这点与下述事实可相比拟：偏移理论与速度理论是生产实践的良好指南，而反褶积理论则不然。理论与实践之间留有较大之空白，意味着还存在有某种有待认识的事物。某些领域很难直接着手解决，在这些领域中，你必须循着更迂回的间接途径前进，学生会被这弄糊涂，而缺乏耐心的人则会感到混乱，但是，仅此途径，别无他法。欲悉详情，可阅Ziolkowski(1984)的著作。

下面将用少量篇幅指出，采用井中检波器的陆地资料进一步证实震源波形主要就是近地表交混回响；然后离开褶积模型，转而讨论其它。

3. 垂直地震剖面（VSP）

地震学家总是欢迎垂直地震剖面的额外信息。VSP是震源在地面、由井中检波器记录所得地震记录的某种组合。诸如岩屑和电测井等常规以井为基础的观测都是记录局部信息，影响所及范围距井壁不过几公分。把地层考虑为水平成层倒是不错，但就是距井壁为某种未知距离之处这种理想化情形并不成立。反射勘探地震学尽管离钻井观测的“可靠真理”还差得远，仍能提供关于横向连续性所需要的信息，但是地面观测反射资料既受分辨能力限制，又有其他不肯定性影响。VSP提供中等比例尺度的信息，而且还为地面地震方法提供一种标定办法，可惜的是，VSP方法的费用昂贵，因而我们很难得到VSP数据。

关于VSP这个题目已有若干专著和许多研究论文（见Gal'perin, 1974及Balch等，1982），在这里我们将只考虑一个VSP记录，以便得出震源波形及多次反射的某些概念。图5.5-4所示VSP剖面取自典型的陆地区域，多次反射影响不如本章其他处所示海上资料那么严重。图5.5-4中最早到达的波至是一次下行波。下行波旅行时间随深度而增大，时距曲线之斜率给出向下速度分量。在第一个下行波到达以后，你可见有更多的具有相同速度之下行波。上行波具有与下行波符号相反的斜率，这些波在图5.5-4内亦明显可见。

由于晚到的反射弱于早到的波，地震资料在进行显示之前通常要按时间而加以比例

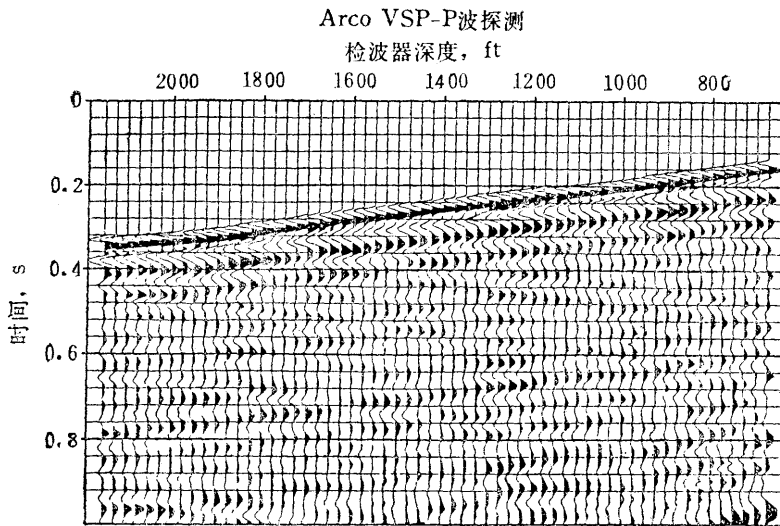


图5.5-4 垂直地震剖面

震源位于钻孔附近地表面，水平轴为接收器深度，垂直轴为从零至一秒的旅行时间。振幅均按 $t^{1.5}$ 作比例标定 (ARCO公司)

标定,关于什么比例标定最好的问题,无论在理论上或实践中都没有什么通用规定。通常,我发现按 t^2 进行标定可使反射资料令人满意(见4.1节)。图5.5-4表明,按 $t^{1.5}$ 进行标定可保持VSP剖面上的初至大体为恒定振幅。

从侧面仔细观察图5.5-4可发现,下行脉冲后面跟随有一逐个深度均有几分一致的波形,一致的程度因上行波干涉而不易看出。就我由该图所能告诉你的是,最大深度处的下行波等于最浅深度处的下行波。

图5.5-5所示是相同资料,但系将某些浅层接收点所得结果加以增强而成。你会注意到,下

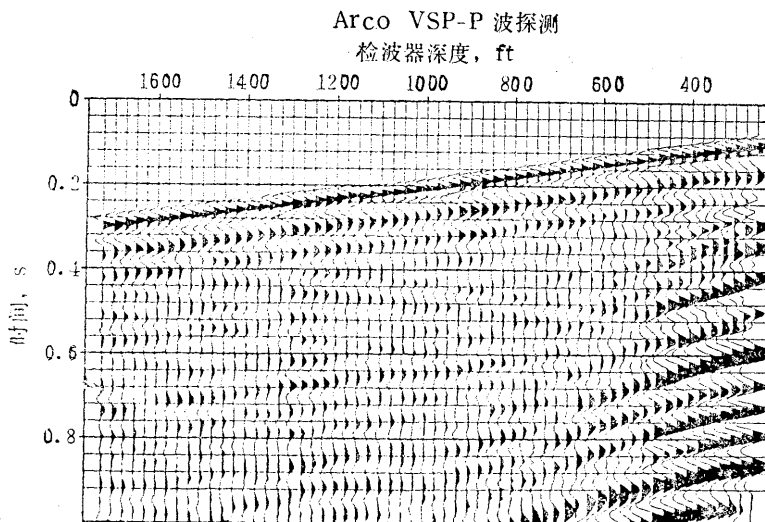


图5.5-5 图5.5-4的数据按浅层接收点增强而得的结果
振幅均按 $t^{1.5}$ 作比例标定 (ARCO公司)

行波看来不再是与深度无关了。因此，我们可以得出结论，就实际问题而论，下行波的波形似乎主要是近地表交混回响形成的一个结果。

图5.5-4中第一个脉冲的能量大体可与其余脉冲能量相比拟，如果VSP的显示不采用 $t^{1.5}$ 进行比例标定，其余能量就会小一些，但是既然地面反射资料通常都用某些这类比例标定（往往是采用 t^2 ），这就使得从统计的角度谈论标定数据中的能量变得更有意义了。所以，交混回响能量是大体可与初至能量相比拟的。

在近地表区域以下，下行波随深度而缓慢变化。我们现在要问：如将排列横向移动的话，下行波究竟会变化多少。显然，钻井不会横向移动，因而我们将局限于仅是地面震源横向移动情形下的记录数据。由于近地表变动往往在横向上迅速改变，我们也许要担心下行波波形也是随炮点位置而迅速变化。炮点附近的交混回响同任何地面接收器附近的混响是类似重复的，最终组成的交混回响就是近炮点交混回响与近检波点交混回响二者的褶积。因此，为获得对地面地震数据进行反褶积时所需要的信息，VSP应当利用许多地面震源位置进行记录。

可惜，这样的非零炮检距VSP资料难得采用。当石油生产下降因而打算采用费用昂贵的二次回采方法时，VSP的成本费用相比起来就不会显得那么高了；VSP观测期间停止生产的损失与未来的利润收益二者之间孰轻孰重是很容易掂量出来的。

再有，我们应当思考一下所谓“坏”资料的意义。地震数据每当高于周围环境微地震干扰的水平时，一般总是可重复的。但是往往信号却毫无意义，空间相关对我们来说无关轻重。大多数资料在较大时间时的情形都适于这样描述，出现的问题或许是下列这些：

（1）下行波波形拖有一个很长的尾巴；（2）尾巴是地面位置的某种无序函数（chaotic function）；（3）尾巴的能量超过第一个脉冲的能量。因此，由于下行波内有如此之多的随机性，上行波必然是难以理解的。

4. 深海多次波——极地纬度的现象

有一种经常引人注意的事，即，海底多次反射似乎大都只在极地纬度才是问题，难得在赤道区域内出现。由于所根据的统计资料不多，这种观察也许有不妥之点，不过有两个理由可以解释为什么这种观察有可能成立，无论统计数字是否适当，它们每个都具有意义。

天然气往往可溶化于水，因而提高了凝固温度，在高压下尤其如此；当存在天然气时形成的冰，称为天然气水化物（gas hydrate），因此，在液体海洋之下可能存在有圈闭于沉积物之内的固体天然气水化物，该天然气水化物使沉积物的刚度增大，从而增强了多次反射。

关于在极地纬度地区出现强多次反射的第二个理由一定与冰蚀作用有关。海洋底部普通都是慢速沉积细粒物质的场所，这类新沉积的岩层均较柔软，故可形成弱多次反射波；但是在极地纬度地区，冰川的冲蚀作用将沉积物搬运走了，在发生侵蚀的地方，新剥露出的岩石比新近形成的沉积物强固坚硬。因此形成了较强的反射。

大陆在所有纬度上都会有侵蚀和沉积，然而，人们可以推测，在平衡时，在低纬度和中等纬度地区的沉积作用形成了大陆斜坡，以后漂移至高纬度地区，在那里它们被侵蚀了。尽管这很大程度上是推测想象，但这种理论确实为多次反射与极地纬度有关的原因提供了一种解释。

5. 微屈多次反射与层内多次反射

所有多次反射类型均不出图5.5-6所示三类基本范畴之一。

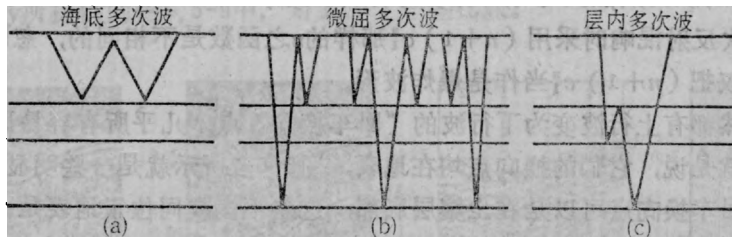


图5.5-6 所示射线路程分别为 (a) 海底多次波 (b) 微屈多次波 (c) 短程多次波

海底多次波是射线路程整个位于海水层内部的那些多次波,如图5.5-6(a),由于海底通常具有比深地质层位为高的反射率,海底多次波往往有很强振幅。在深水中,这些多次波可能非常明显,截然不同,图5.5-7中所示是这类多次波的一个范例。

微屈多次反射按不同的作者有种种不同的定义,图5.5-6(b)中将微屈多次波定义为有一次在沉积层系内发生反射而其他反射均在近地表发生的那些多次波。

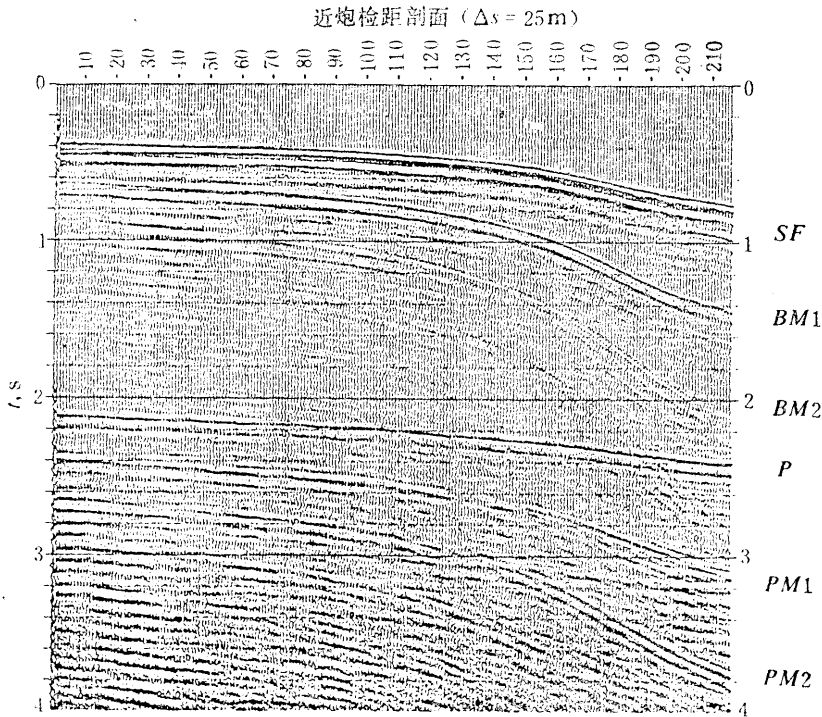


图5.5-7 近炮检距剖面——近海拉长石Flemish顶板岩层

炮检距的距离约为9个炮点之距离, SF为海底, BM1为第一个海底多次反射, BM2为第二个海底多次反射, P为一次波, PM1为第一个微屈多次波, PM2为第二个微屈多次波 (AMOCO-Canada公司)

为便于解释地震资料,让我们回顾一下层状介质内垂直入射多次反射的时间与振幅关系。取海底反射系数为 c_1 , 双程旅行时间为 t_1 , 则第 n 次多次反射在时间 nt_1 到达, 反射强度为 c_1^n ; 再假设较深层的一次反射旅行时间深度为 t_2 , 具有反射系数 c_2 , 于是海底微屈多次波是在时间 $t_2 + nt_1$ 到达。注意, 微屈多次波应成群到达, 例如, 时间 $t_2 + 2t_1$ 可由三种略程所

形成，即 $t_2 + 2t_1$ 、 $t_1 + t_2 + t_1$ 或 $2t_1 + t_2$ 。因此， n 阶微屈多次回声反射实际是来自 $n+1$ 种射线路程之反射的总和，从而其强度与 $(n+1)c_2c_1^n$ 成比例。海底混响的强度为 c_1^n ，这点同描述沉积地层发生过一次反射混响时采用 $(n+1)c_1^n$ 那样的 n 之函数是不相同的，忽略海底交混回响本身，你可以仅把 $(n+1)c_1^n$ 当作是爆炸波形。

每种多次波必然都有上行波变为下行波的“回车换向”点，几乎所有容易识别的多次波都是地面多次波，就是说，它们的换向点均在地表，图5.5-7所示就是一些明显的例子，在陆地勘探资料中，回车换向点可以在土壤层底部，这差不多就同位于地表是一回事。

代表另一类称为“短程”多次波或“层内”多次反射波的射线路程，如图5.5-6(c)所示，它们的换向点不在地表或不接近地表。在野外资料中，这类多次波极少是明显可见的，尽管图5.5-8所示是一种很清楚的情形，其中的这类多次波就不大容易看出来。它们能被追踪识别，往往是因为地震资料是利用一些附带的测井记录进行综合解释的结果，与微屈多次波相比，这类短程多次波如此难以观察到的原因就在于：沉积层系内部的反射系数比自由面上的反射系数低很多，不过，短程多次波的这个弱点可以被它们可能出现的次数非常之大所补偿。不论任何时候，只要地震剖面变得难以解释，我们就可假定资料准是已变得以短程多次波占压倒优势了。

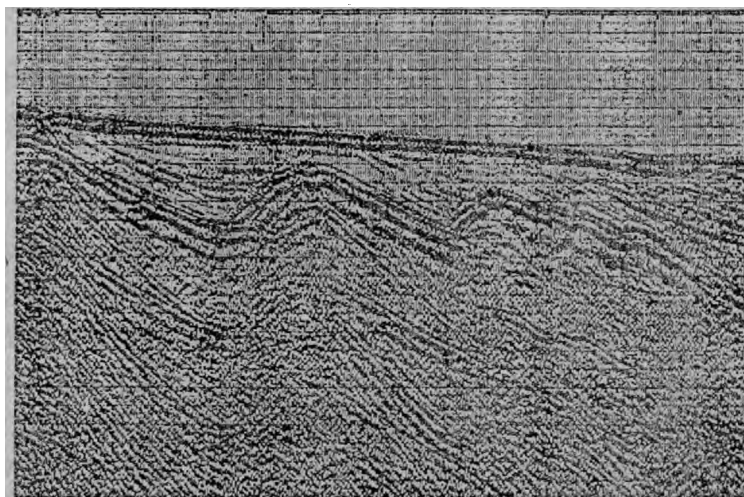


图5.5-8 有确凿之层间多次反射的罕有情形

资料系在波多黎各附近记录到，层内多次波处于海底反射与基底反射之间，因而其旅行时间为
 $t_{base} + (t_{base} - t_{floor})$ ，你看出它没有？（据西方地球物理公司）

6. 对各种剖面类型需有所区别

到1974年前后，波动方程方法业已证实是对共深度点叠加剖面进行偏移的成功途径，受到这种成功的鼓舞，Don Riley和我开始把波动方程应用于深水多次反射的预测压制问题。假定所遇到的一切困难之原因是绕射影响，现在又包括了深水多次反射影响，我们发展了一种用于模拟和预测消除绕射多次反射波的方法（参阅《地球物理数据处理基础》一书第11章）。过去我们不理解在实际处理时绕射多次反射问题竟会比处理一次反射问题困难得多，对于一次反射而言，相同的基本方法对零炮检距剖面、共深度点叠加剖面或垂直入射平面波剖

面等一视同仁都起作用，而我们的多次波压制方法却证明仅能应用于垂直平面波叠加情形。在Don Riley所提供的图5.5-9中，对此作了一些比较。

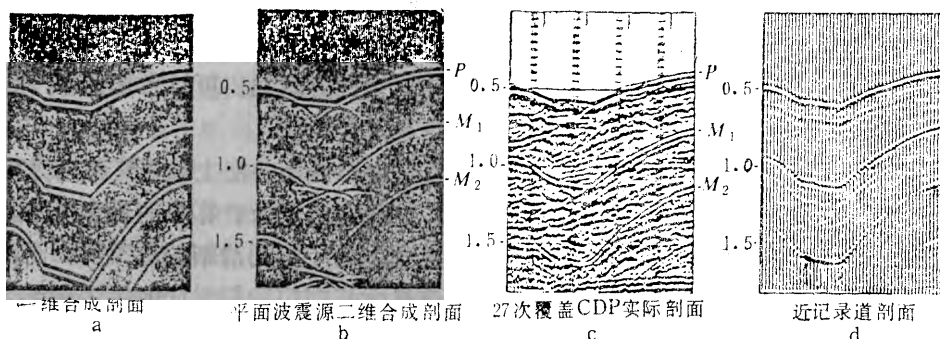


图5.5-9 绕射多次反射例子：(a)一维合成记录。(b)二维合成记录，垂直平面波震源。
(c)27次覆盖CDP剖面。(d)近记录道剖面(据Riley)

研究图5.5-9中的各种对照比较时要记住一件事，在野外资料上也许还识别不出来的似乎就数三维形式的传播面貌了，这第三维总像不可外扬的“家丑”一样，秘而不见，这点通常并不妨碍二维偏移，但是可并未向我们保证它不会妨碍二维波动方程多次波压制方法。

7. 浅水多次波聚焦现象的例子

爆炸反射面概念不能应用于多次反射，所以不存在什么可以在近记录道剖面上预测多次波之聚焦行为表现的简单波动理论手段工具。幸好垂直平面波叠加剖面中之多次波是可分析的，它们能够给我们提供关于其他地震剖面上多次反射之聚焦行为表现的某种概念。垂直下行平面波可用无时差校正的共检波点叠加来模拟，这种共检波点叠加并不与熟悉的共深度点叠加(CDP)相同，但却可用第一章与第二章中所述技巧对它进行分析。

试考虑一下经历过若干次由地面发生反弹的多次反射。一开始传播的时候，它是一个下行平面波，如此保持不变，直至它由海底发生第一次反射。海底的反射使该平面波受到了海底地形的影响，利用透镜项方程能在计算机内模拟地形对平面波的这种影响，这时由海底各点形成绕射，向上传播至地面，然后又反射向下至海底，于是再应用透镜项方程在计算机内又一次模拟出因海底地形影响而出现的时移。如此交错采用绕射和地形透镜时移(*topographic lens shift*)的过程能随你所愿地重复进行。图5.5-10所示就是这样一种模拟结果，图中的高阶多次反射之突出特征是能量集中在局部化区域内，很容易看出海底凸出部分的反射如何能够克服地震波能量扩散开来的趋势，时间坐标轴较深部位上出现的这些能量高度集中区完全不像一次波，对一次波来说，局部化扰动应有扩散开来成为宽阔双曲同相轴的趋向。如若对图5.5-10中所见那些能量高度集中点像对一次波那样作偏移，必然是形成半圆弧形，这类半圆弧形丝毫不像是地质模型，而且即使采用生产应用上最佳的偏移程序处理，也完全不会使结果有什么改变。

从图5.5-10的合成多次反射得到的最重要经验就是：多次波并不需要与一次波相似。偏移叠加剖面上出现的半圆弧形同相轴可能是剩余多次反射，可惜，还没什么简单理论可以说

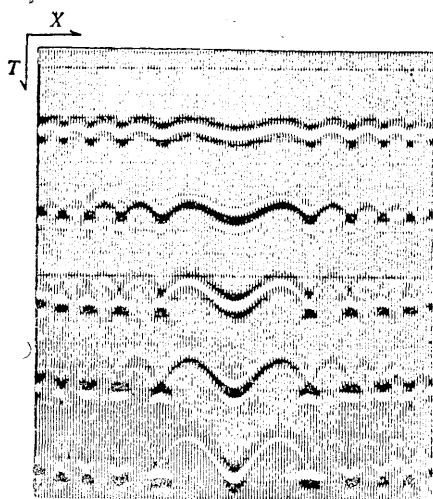


图5.5-10 模拟海底多次反射

垂直比例放大倍数为5；在起伏不大的海底地形上，微小聚焦作用明显，但更强烈的聚焦作用却是在高阶多次反射中才明显；在较大的时间上，缺乏横向连续性，实际上已同一次反射数据不相像了

明垂直平面波叠加剖面上的聚焦多次波是否应当类似于零炮检距剖面或CDP叠加剖面上的那些多次波。幸亏还存在有可以提供答案的一些资料，图5.5-11是一个零炮检距剖面，它证实了在反射法勘探资料上如果不是以定量方式至少也是以定性方式确实可以发现此类聚焦现象。

图5.5-11展示的海上勘探资料清楚地显示出图5.5-10合成记录计算中的聚焦现象，这使我们想到，为了得到清晰的地下界面图像，应当以定量方式利用我们对此问题的理解。但是有若干原因使我们作不到这点，第一，Riley的理论只适用于垂直平面波叠加剖面，这些剖面在定量上就不同于共中心点叠加剖面；第二，地震剖面上海底的实在深度是未知数，它必须根据数据资料本身以某种什么方法来确定；第三，图5.5-11中的海水深度太浅，以致各个单独反射无法加以区别。

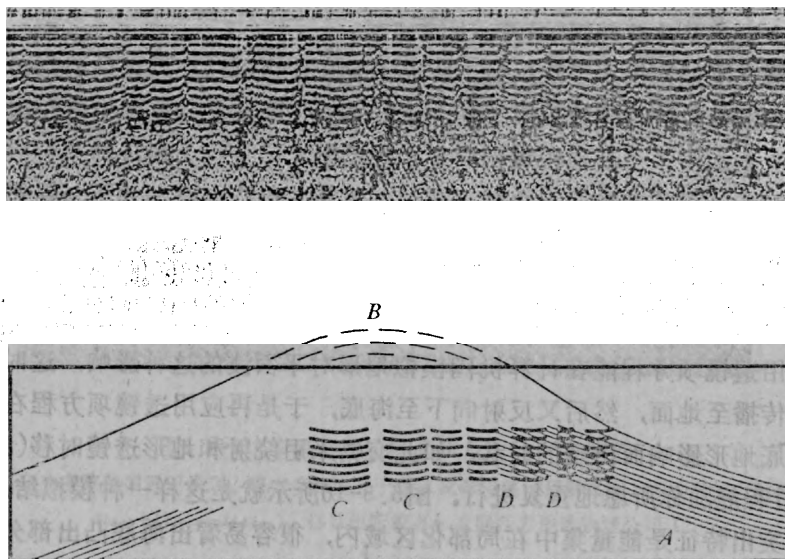


图5.5-11 Chukchi海地区近记录道剖面中的聚焦作用对多次反射影响的例子，这些影响为叠加所掩盖（据美国Geological Survey）

- A. 现存的构造；
- B. 以前的构造已不均匀侵蚀掉，留下海底的局部性凸起或凹下；
- C. 高阶多次反射在海底凹下之处聚焦；
- D. 暴露在多次波微弱之处（即海底凸出引起多次波迅速扩散之处）的时窗内之现存构造倾角

8. 反褶积为何在深水情形下失败

在深水情形下，反褶积处理一般是无效的，这已是众所周知的了。所以如此，有一个可能原因，即深水条件并不是多次反射问题等价于爆炸波形问题的数学极限条件；不过，事情还不完全仅限于此。

理论预言多次波在普通环境条件之下应有极性交错变化。图5.5-1和图5.5-2的例子证实了这点，你也许已注意到，这种极性交错变化可能很难在CDP叠加资料中观察出来，但是在实际工作中，如果条件顺利，还是容易观察到的。尽管图5.5-7的图幅较小，你在图中还是能看出它的。在浅水中，各个脉冲到达时间太靠近，没法把它们区别开来；或者炮检距所张角度成了掠射角，而理论预言在超过临界角时会有不同于 π 的相移，因此你在那种情形下见不着简单的极性交错现象是理所应当的。在深水中，脉冲均彼此可区别，在最近的炮检距上应可观察到极性交错，但是要在共中心点叠加剖面上寻找交错的极性，那你就会碰到麻烦，这也就是用反褶积方法从共中心点叠加剖面中消除深水多次波为什么会趋于失败的原因。

回想一下各多次波在零炮检距上的时间关系。混响周期按说是常数，但因为正常时差，在任何其他炮检距上情形却并非如此。正常时差校正能成功地在恒定速度地层情形下恢复零炮检距上的时间关系，但是在速度随深度而增大时，多次波所具有的均方根速度会将比一次波均方根速度低，因此，成问题的是采用什么速度以及在典型的陆地与海上勘探情况下剩余时移是否大于半波长。回答这个问题不要求解什么方程，只需全面观察常规共中心点叠加能压制多次波就是因为多次波具有比一次波为低的速度，这种观察说明正常时差校正照例是使多次波具有超出其自然零炮检距关系半个波长左右的时移。

我们所期望之零炮检距上的振幅关系出现混乱，会使事情变糟。反射系数是反射角度之函数，可是从某个特定炮检距上的地震记录开始，各个多次反射就会已经是以不同的角度反射的了。

垂直入射的时间关系是近似显示在共深度点叠加剖面上的，实际应用时的困难在于，共深度点叠加模仿垂直入射情况还没完美到足以使人能够满意地从一次波预测出多次波。

在叠加以前，对海上资料可以采用海水速度完成时差校正，但这时任何微屈多次波就会不适用于法线入射的时间关系了，既然微屈多次波是多次反射问题中最难处理的部分，也许是应该以微屈多次波的速度来完成时差校正才好，不管你如何考虑这问题，反正所有深水多次反射的时间关系严格说都不可能用时差校正的办法来调整。

习 题

(1) 在某种陆地勘探资料上已经注意到有这种现象，即深水多次反射到达时间比理论所预言的时间要稍微早一点，试问这种现象应如何解释？

5.6 多次反射处理方法的前景

要改善压制多次波的能力，我们就得力争比较好地描述其特征，麻烦的是实际模型总是有许多的组成因素。在丰富的文献中几乎没多少理论已经对日常的生产实践有很大影响，我把那些不成功的理论分成两类：

(1) 试图以统计方法解决每个问题，把空间关系过分简化了的那些理论；

(2) 试图以数学物理方法解决每个问题，把资料的不完全性质和干扰性质过分简化了

的那些理论。

对于进入地球物理领域的原子核物理学家、天体物理学家和数学家来说，多次反射是一个很合适的题目。那些愿意接受挑战、力图坚持理论联系生产实践的人们学会谦虚谨慎一些就能得到报偿。我愿现在告诫你们，在这节中我始终还未曾把它们拉扯在一起！

本节将提出两种处理办法，这二者均注重几何方法和统计方法，两种办法都是新方法而且没经过多少检验。不论它们如何能起良好作用，我想你们会发现它们对解决这个任务总是有所启发的。

第一种方法称作共中心点倾斜叠加 (CMP slant stack)，这是其中简单的一种方法，它将资料变换成这样一种形式：其中所有炮检距上的记录道均是模仿简单的一维零炮检距模型，关于该种模型的文献在数学物理和统计学中是很广泛的。

第二种方法是以置换阻抗 (replacement impedance) 概念为基础，设计它的意图是为了适应近地面的快速横向变化。用假想的海上环境条件最容易解释这种方法的含义，其中产生的唯一困难就是海底反射率之横向变化。方法的基本思想是将定向的炮点与定向的检波点向下延拓至不多不少正好在海底之下，然后经由一个具有零值海底反射系数的置换介质向上延拓；这种处理过程不会消除所有的多次反射，但是它应能消除最令人恼火的一些多次波。

1. 以倾斜叠加方法变换至一维情形

关于多次反射的一维模型，现在有丰富的文献，一些著者发展了波动传播理论的许多分支方面的工作，另一些著者则从简化传播模型开始着手，发展了信息论的许多分支方面的工作。这些一维理论总是被认为只能应用于零炮检距情形，其实，我们将会看到，以倾斜叠加作为工具是可以使所有其他炮检距情形都能进入一维问题领域的。

有一种途径可以像垂直入射情形下那样计算出多次波的时间关系和振幅关系，这就是不再把地震记录考虑为恒定炮检距情形下的时间函数而开始考虑恒定Snell参量时的情形。在分层地层内，完整的射线路程是把各层内的路程相加而构成的。在垂直入射时 $p=0$ ，显然可知，当射线位于第 i 层内的时候，它在该层内的旅行时间 t_i 是独立于总旅程中其他微屈多次反射路程的。对于任何其它固定参量 p ，旅行时间的这种独立性同样也成立。但是，如图 5.6-1 所示，在射线的总偏移距 Σf_i 是固定而不是 p 值固定的情形下，这种性质就不成立了。与此情形类似，在 p 值固定情形下，射线在第 i 层时传播经过的水平距离 f_i 是独立于总旅程中其它微屈路程的，因此，就任何第 i 层而言，时间 $t_i + \text{常数} \times f_i$ 应独立于总旅程中的其它微屈多次反射的路程。所以， $t'_i = t_i - pf_i$ 是表现第 i 层的一种特性而且它与可能位于总旅程中的任何其他地层均无关。已知射线通过各地层后，你就能将各层相应的 t_i 和 f_i 加起来，就象你在垂直入射情形下要作的那样。

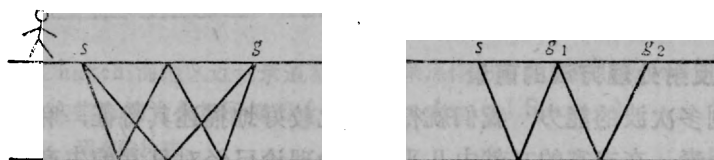


图5.6-1 到达恒定炮检距的射线具有各种不同角度，因而也就是具有各种不同Snell参量（左图）。具有恒定Snell参量的射线到达时，可以有各种不同的炮检距（右图），Snell参量 p 值恒定时，所有各个路程均有相同旅行时间

为了解野外资料是如何同倾斜叠加联系起来的，需从在共中心点道集上搜索那些在双曲线波至达到某个特定斜率值 $p=dt/df$ 之处的所有能量开始说起，地面观测资料上所见到的这些能量片断，每个都可告诉我们具有该Snell参量 p 的射线是在何处和何时到达地面的，典型的几何关系和合成数据如图5.6-2和图5.6-3所示。

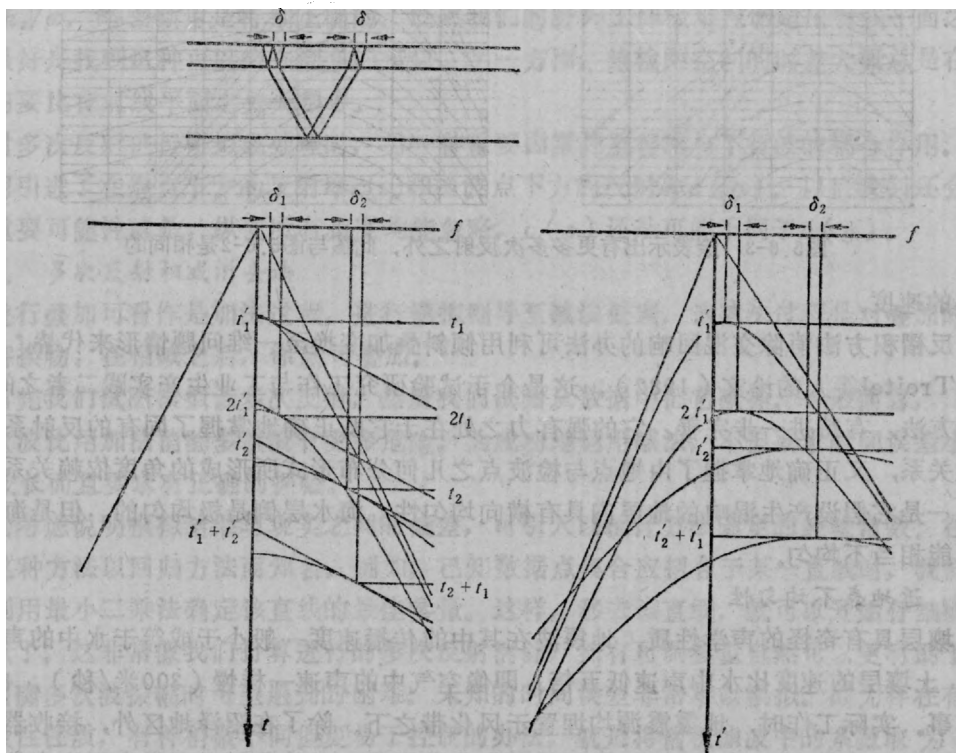


图5.6-2 表示同相轴 ($t_1, 2t_1, t_2, t_2+t_1$) 的二层模型

顶部图是射线路程，左图是通常的数据道集，右图是该道集经过线性时差校正 $t'=t-pf$ 之后重新显示的结果。各图系按比例 (1, 2, 3) 的参量 ($v_1, v_2, 1/p$) 计算出来。注意与斜率为 p 之直线相切处的同相轴片断，我们看得出到达时间有垂直入射时的关系——就是说，混响周期是固定的，而且对微屈多次波和对简单多次波都一样。之所以必然如此，是因为顶部的图中之射线路程可以精确地应用于那些在 $dt/df=p$ 之处的同相轴片断；此外，由于 $\delta_1=\delta_2$ ，时间 ($t'_1, 2t'_1, t'_2, t'_2+t'_1$) 也是同熟悉的垂直入射模式一样 (据Gonzalez)

射模式一样 (据Gonzalez)

t_i 与 t'_i 二者的行为性质都像法线入射多次反射的时间。尽管任何能量片断之横向位置令人遗憾地是与速度模型 $v(z)$ 有关，可是进行倾斜叠加却无关于横向位置。原则上，可以用许多离散的 p 值完成倾斜叠加，使 (f, t) 空间映射为 (p, t) 空间。利用 (p, t) 空间妙就妙在多次波压制问题可以分解成许多单独的一维问题，每一个 p 值各相应于一个问题；不仅如此，而且求解这些问题不需要已知地层速度，反倒轮到由你从已公布的许多方法中去挑选你爱用的方法了。在压制多次波之后，你就作逆倾斜叠加，一旦变回至 (f, t) 空间，你就能估计速度并利用你拿手的叠加方法进一步压制多次波。

图5.6-3是一种“工作手册”式的练习。把右图中所有同相轴的顶部挑出来，然后用虚线把它们联起来，你就能够证实海底微屈多次波具有像简单海底多次波一样的层速度。沉积地层的层速度可由一次波测定出，将第 n 简单多次波与第 n 微屈多次波联起来也可以测定出沉

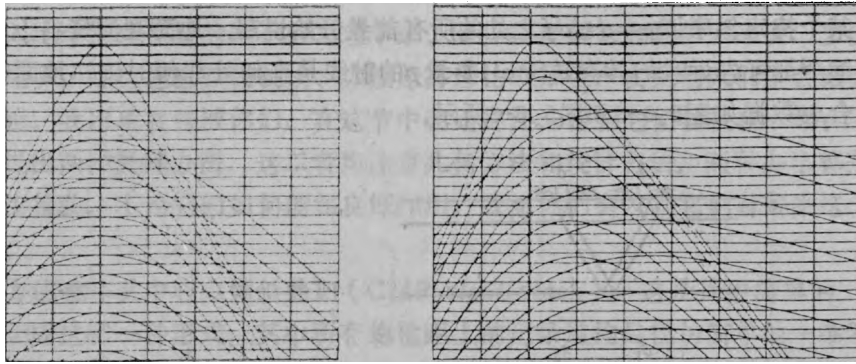


图5.6-3 除表示出有更多多次反射之外，此图与图5.6-2是相同的

积地层的速度。

用反褶积方法消除交混回响的办法可利用倾斜叠加变换至一维问题情形来代替，例如，可参阅Treitel等人的论文（1982）。这是介于试验研究与工业生产实践二者之间的一项处理方法，有待进一步完善。它的强有力之处在于它既正确地掌握了固有的反射系数之角度依赖关系，又正确地掌握了由炮点与检波点之几何分布形式所形成的角度依赖关系。它的弱点之一是它假设产生混响的地层内具有横向均匀性，海水层倒是极均匀的，但是海底沉积物却可能相当不均匀。

2. 近地表不均匀性

土壤层具有奇怪的声学性质，地震波在其中的传播速度一般小于或等于水中的声速1500米/秒；土壤层的速度比水中声速低五倍、即像空气中的声速一样慢（300米/秒），也并非少见的事。实际工作时，地震震源均埋置于风化带之下。除了在沼泽地区外，接收器大多是必须置于风化带之上，在沼泽区的野外工作非常困难，以致你要比平常少用许多检波器。

非常困难的根源在于土壤层是显著横向不均匀的。两个相距不过10米的检波器得出很不相同的地震记录，并不稀罕。尤其是，井口时间（由炮井底部至井顶附近地面的地震波旅行时间）可以很容易显示出相当于整个波长的时间异常，尽管实际是平坦水平的地面。对风化带内有如此明显而不可预测的旅行时间异常如何理解呢？这得用河流蛇曲、超浅层气藏、碳酸盐岩溶洞、冰碛物等等的影晌去解释，所有这些不规则性影响在深部虽也能发现，但是只要含水饱和度和地下压力并未减小阻抗的非均匀性，那么在近地表处的那些不规则性影响就更严重。关于这个问题尚可参阅3.7节的论述。

浅海情形要好一点，横向变化仍存在有充分机会——那里不但有埋藏的古河道而且还有埋藏的海底水道，但是浅海情形的主要问题变成了海水层的鸣震问题，观测资料的功率谱将受这种鸣震所控制。

与此情形类似，对陆地资料而言，功率谱总是逐个记录站而迅速变化的，谱的这些变化可解释为多次反射之变化，而多次反射之变化则是由有效深度或风化带特征之变化所引起的。

3. 模拟时应注意之点

向下延拓方程包含四种主要因素：检波点处介质之慢度 $1/v(g)$ ；炮点处介质之慢度 $1/v(s)$ ；炮检距空间内之时差 k_x/ω ；中心点空间内之倾角 k_y/ω 。这四种因素均具有相同物理量纲，因而按照假设存在于各因素之间的数值不等式关系可以将模拟处理过程加以分

类。一维工作忽略四种因素中的三种,即倾角、时差和差值 $v(g)^{-1}-v(s)^{-1}$ 。共中心点叠加包括时差 k_x/ω ,关于是否包括倾角或横向速度变化,我们现在可以有选择的自由;横向速度变化往往是在存在有微屈多次波的地表面附近十分显著;记住来自深部地下界面的典型情形是射线以陡角度在低速地面出射这个简单概念,当在近地面处应用延拓方程时,由于应有 $1/v \gg k_x/\omega$,略去倾角是特别正确的。既然我们的野外工作极难控制超出射线平面之外的倾角,最好是找到这种可以略去倾角的借口。另一方面,炮检距空间的时差大概总是在射线平面之内要比在射线平面之外大很多。

对多次反射进行模拟或处理时,另一种重要因素是上行波与下行波的耦合作用。这种耦合作用引进了在炮点下方的反射率 $c(s)$ 和检波点下方的反射率 $c(g)$ 。以后我们还会讨论的一个重要可能性就是:纵使所有角度均能忽略, $c(s)$ 还是可能不同于 $c(g)$ 。

4. 多次反射相减消去法

进行叠加可看作是加法过程,进行模拟则导致减法处理,该减法过程是对叠加的补充而不是替换物:在相减之后,你就可叠加。

首先我们试图模拟该多次反射,然后我们试图从数据中把它减掉。一般而言,用减法消除多次波比用加法消除多次波有更多危险。为成功地运用减法,不但要求时间误差小于四分之一波长而且要求有正确的振幅。

为考虑说明模拟结果与现实之间的偏差,可引入以统计方法确定的经验常数。在统计学中,这种方法以回归方法而知名。例如,已知数据点集合应拟合于某一直线时,我们即可对残差利用最小二乘法确定该直线的最佳参量。这样,移去该直线,就可以开始仔细研究这些数据点了。这非常像我们打算进行的多次反射消除,如有可调参量自然可以更有助于考虑在计算精确多次波振幅时可望遇到的困难。未知的时差非常难以模拟。因为存在有数学上的非线性性质,有种稍微不同但更易于控制的办法,就是将褶积滤波中的系数取为可调参量,这样一种滤波可以代表任何比例因子和时移。采用时变滤波来计算时变模拟误差,是引人感兴趣的办法。采用这种办法时逃避不了的一个困难是:一项滤波因子可能代表一大堆东西而不仅限于标定和振幅。你采用的参量越多,模型就将越能拟合于数据,不论该模型是否真正地与实际数据有关。

将多次反射减去时所发生的困难实际上仅仅是这样:模拟多次波时——比方说,模拟其几何分布或速度时——如果有不合适之处,这时你需要在回归方法中利用许多可调参量进行适当的补偿,而采用很多可调参量,就不但减去了多次波而且还可能减掉了一次波,这真是泼洗澡水连孩子也一块泼出去了!

5. 倾斜反褶积与反演

因为实际工作采用宽炮检距,事情已日益明显,地震学家必须逐个研究多次反射并注意海底的差异。Taner(1980)曾介绍过一种可以如此作的直接而又吸引人的方法,那就是他的径向记录道法(*radial-trace method*),径向记录道是沿恒定值 $r=h/t$ 的某条直线斜穿共炮点道集的一条直线。我们不对恒定炮检距上的记录道进行反褶积,而对径向记录道采用反褶积。反褶积可推广至向下延拓过程,径向记录道的向下延拓能用时移来近似。可惜,当直线上的数据是由海底多次波和微屈多次波组成时会出现问题,因为这些多次波要求有不同的轨线,以Snell波为工具是可以解决这个问题的,至少在原则上可以如此。Estevez(1977)在其学位论文中从理论上证明了Snell波如何也能用于解决像绕射与横向速度变化

(如果已知)这类困难。Estevez的论文中有个阐明海底深度相异对不同多次反射有密切影响的例子,如图5.6-4所示。

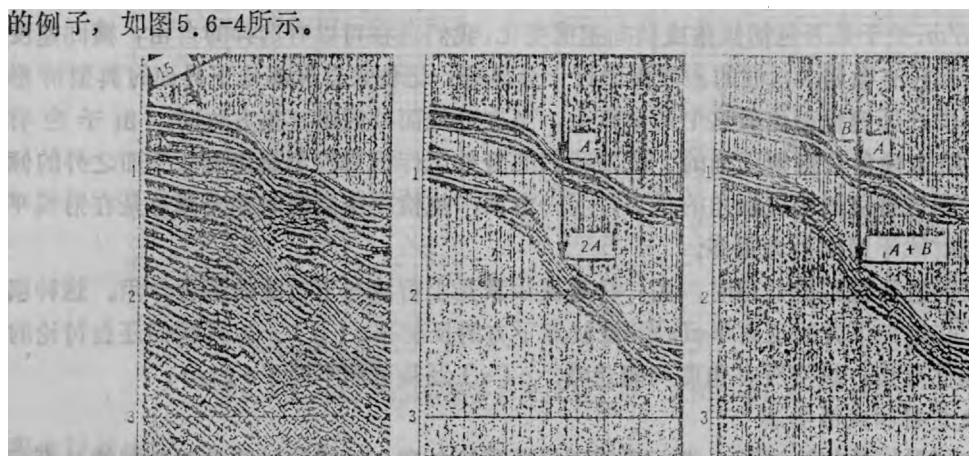


图5.6-4 多次波之时间与所有时间之和有关(据Estevez)

大多数反演处理所面临的问题都是由资料缺乏完整性引起的,资料可能是在时间和空间方面或在它的谱方面不完整。对任何递归方法均须加以认真分析,以保证在浅层深度上所造成的误差不至于在继续往下算时会不受控制地发生混合。一切资料在谱方面都是不完整的,还有,利用一切资料时都有个关于爆炸波形的不确定性问题。在 p 值受到微屈多次波的不利影响时,第一个海底反射通常出现在过于靠近勘探船之处,严格来说是记录不到的。为解决这个问题,Taner建立了一种特殊辅助记录系统。

Snell波方法有个好处,进行倾斜叠加就能由原始野外资料形成某种信噪比增强,但是它也有个不利之处,向下延拓必须一直进行到所有深度。以后所要讨论的一些方法均属叠前方法,不过它们并不要求向下延拓到低于海底。

6. 分裂法Backus滤波

为了处理地面多次反射,我们准备提出一种普遍性的策略、即阻抗置换方法。这种策略将需要以回归理论和波场延拓理论作为重炮武器,为了不至于迷失目标,我们将用取自理想化几何关系的一个例子来开始着手讨论。Larry Morley曾以实例说明实际情况与这种理想化情形相距并不太远,其博士学位论文(1982)阐述了应用这种方法的一项成功试验并详细描述了阻抗置换的策略。

试想像海底是平坦的,取炮点附近的海底反射系数为 c_s ,在检波点附近则取为 c_g ,检波点附近的混响模式为

$$\frac{1}{1+c_g Z} = 1 - c_g Z + c_g^2 Z^2 - c_g^3 Z^3 + c_g^4 Z^4 + \dots \quad (5.6.1)$$

式中, Z 为传播至海水层底部情形下的双程延迟算子(见4.6节或《地球物理数据处理基础》一书关于 Z 变换背景的讨论)。在炮点附近有类似的混响序列:

$$\frac{1}{1+c_s Z} = 1 - c_s Z + c_s^2 Z^2 - c_s^3 Z^3 + c_s^4 Z^4 + \dots \quad (5.6.2)$$

忽略 c_s 与 c_g 之间的差别,则导致Backus混响序列,它是式(5.6.1)与式(5.6.2)的乘积。

$$\frac{1}{1+cZ} \frac{1}{1+cZ} = 1 - 2cZ + 3c^2 Z^2 - 4c^3 Z^3 + 5c^4 Z^4 + \dots \quad (5.6.3)$$

式(5.6.3)左端的分母就是Backus滤波算子,采用这个滤波算子应可消除混响序列。Morley将明显包含炮点与检波点之差异所形成的该种滤波算子称为分裂法Backus滤波。深度以及反射系数均可能横向变动(倾角影响是二阶量),于是分裂法Backus算子可取为:

$$(1+c_s e^{i\omega\tau(s)}) (1+c_g e^{i\omega\tau(g)}) \quad (5.6.4)$$

求式(5.6.4)的倒数,将它展开成类似于式(5.6.3)的表达式,你就会发现第 n 项分裂成 n 个项了,这正是意味着炮点附近海底反射的路程可以具有不同于检波点附近海底反射路程的旅行时间。

下面的图5.6-5取自Morley的学位论文,它表明分岔的微屈多次波是一种可观察到的现象。他对该图有下列解释:

该图系偏移距略小于电缆长度二分之一情形下取自同一测线的共炮检距剖面(COS)(偏移距为45个炮点)。在左侧2.5秒时开始一直延续至右侧3秒时的一阶微屈多次波在近记录道剖面上是“蜕化”的(未分岔),而在这个COS剖面上则由于受海底地形影响却是分岔的,最大分岔出现在炮点180至200附近,约为200毫秒。正如人们所预料,这最大分岔出现在海底具有最大倾角之处,即炮点位置与检波点位置上的海底深度之差为最大之处。

共炮检距剖面 ($\Delta s = 25\text{m}$)

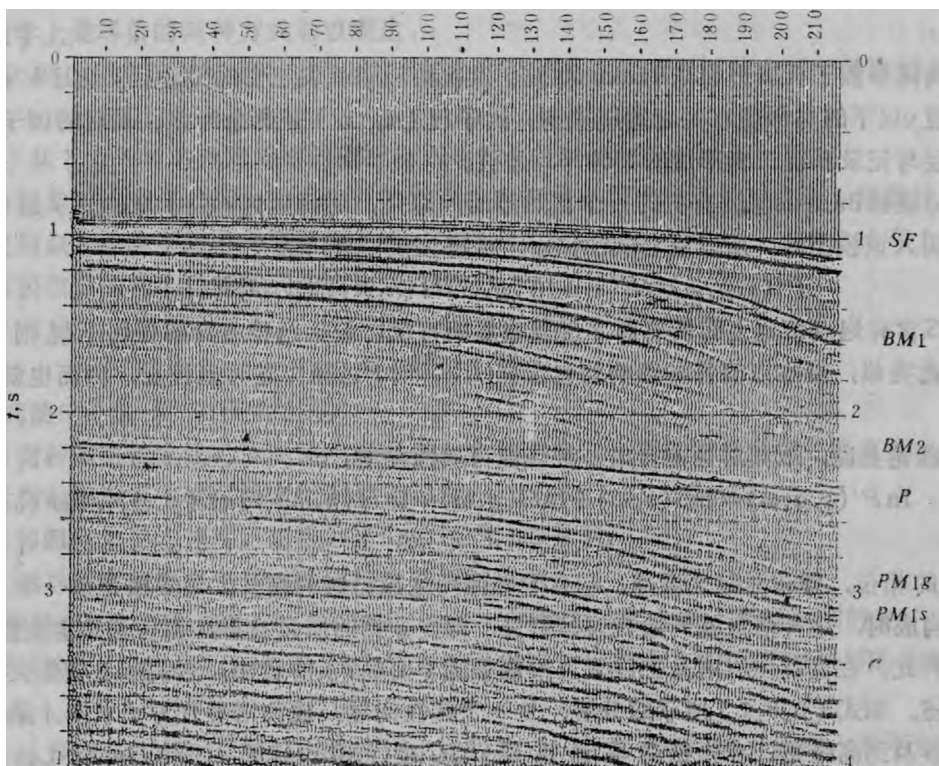


图5.6-5 共炮检距剖面(COS),所在测线与5.5节中之图5.5-7的测线相同,偏移距约为45个炮点距离。注意,一阶微屈多次波现在分岔成为两个明显可区别的波至 PM_{1s} 和 PM_{1g} (据Morley)

目前大多数处理方法均完全忽略了Backus滤波而对每个地震记录道采用独立的反褶积滤波求解办法,这种作法引入了大量自由参量,与此相比之下,分裂法Backus滤波处理办法在保存一次波方面应能起比较好的作用。

在实际应用时,我们预料任何以分裂法Backus滤波概念为基础的方法将需要包括时差校正影响。很幸运,速度差异会减小微屈多次波的出射角。当然了,剩余时差问题会使海水层底部多次波成为一种非常麻烦的事,在那种场合下,大概是应当在正常时差校正之后才能应用该种处理。以下让我们考察一下对分裂法Backus算子作估计的问题。

7. 海底一致性多次波压制

长期以来都是采用所谓地面一致性静校正模型 (*surface-consistent statics model*) 处理不规则时移问题,采用这种模型时,你是将所观测时移 $t(s, g)$ 拟合于一种回归模型 $t(s, g) \approx t_s(s) + t_g(g)$, 以统计方法确定的函数 $t_s(s)$ 和 $t_g(g)$ 可以解释为是根据直接位于炮点与检波点之下的高程或速度变化所导出的函数。Taner与Coburn(1980)曾介绍过一种与此密切相关的地面一致性频率响应模型概念作为静校正问题的一部分,我们将对这种处理办法加以解释和推广。对于数据 $P(s, g, \omega)$, 我们的直观模型是

$$P(s, g, \omega) \approx \frac{1}{1 + c_s e^{i\omega\tau(s)}} \frac{1}{1 + c_g e^{i\omega\tau(g)}} e^{\frac{i\omega}{v} \sqrt{x^2 + 4h^2}} H(h, \omega) Y(y, \omega) F(\omega) \quad (5.6.5)$$

其中,头两个因子代表分裂法Backus滤波;其次的因子代表正常时差校正;因子 $Y(y, \omega)$ 是中心点 y 以下的与深度有关之地层模型;因子 $H(h, \omega)$ 是剩余时差;最后的因子 $F(\omega)$ 是由地层与记录系统二者形成的某种平均滤波。

与分裂法Backus滤波有关的一个很熟悉的问题是,时间延迟 $\tau(s)$ 与 $\tau(g)$ 是以非线性方式引入该模型的。所以使它线性化后,可将该模型推广为

$$P'(s, g, \omega) \approx S(s, \omega) G(g, \omega) H(h, \omega) Y(y, \omega) F(\omega) \quad (5.6.6)$$

现在, S 含有炮点位置上的所有海水层混响影响特征,包括汽枪本身的任何不规则表现在内;与此类似,接收点的各种影响均包含在 G 内;对 P 已经作过正常时差校正,因而也就限定了 P' 。

从理论上说,取其的对数即得出一种线性可加性模型:

$$\ln P'(s, g, \omega) \approx \ln S(s, \omega) + \ln G(g, \omega) + \ln H(h, \omega) + \ln Y(y, \omega) + \ln F(\omega) \quad (5.6.7)$$

P' 的相位,即该对数之虚部,包含着数据内之旅行时间信息,当数据是由一个以上的波至所构成时,这种信息就开始丧失其意义,即使数据的质量良好,相位函数也变成不连续的了。因此,在实际应用时是把注意力限制于式(5.6.7)的实部,它实际上就是关于功率谱之表述。如式(5.6.7)所示的分解,是一个线性问题,或许用叠代方法求解才最好,因为问题涉及到高维数。在根据功率谱重建 S 与 G 时, Morley 利用了 Wiener-Levinson 算法,为计及在海水层中的路程,在滤波因子 S 与 G 中直接令时间域置零。他略去了式(5.6.5)中明显的时差校正项,这样就能照顾到他仅仅利用排列内半侧的事实。

8. 多次波压制方法之置换介质概念

地震学中,地震波波长往往都很长,促使我们忘记了在物理上还可能存在着有定向波动源和定向接收这码事。假设我们已经有了、或以某种方式模拟出了仅向下辐射的震源和仅接

收上行波之接收器；接着再假设，我们已经能够以某种方式把这种震源和接收器向下延拓到海底之下。这样就将能消除掉广泛一类的多次反射，海底多次波和微屈多次波将消失。达到那样的结果可算是一种重要成就了。不过，还有一个次要问题尚留待解决，数据资料现在也许是沿一条不平坦的、但随海底地形而起伏的测线分布，因此还要作最后一步的处理，这一步很容易作，就是要通过某种没有强烈而又混杂的海底反射系数之替代介质向上延拓。以上所述处理过程将称作阻抗置换，它类似于在重力数据换算中利用替代介质，也类似于以某种置换速度 (*replacement velocity*) 使地震记录出现时移 (见3.7节)。

偏移运算是将上行波向下延拓，阻抗置换这种运算则像是将一条只能接收上行波的检波点测线向下延拓。在现实情形中，埋置的各检波器既见有上行波也见有下行波。震源或接收器之方向性表现在用于波场外推的平方根方程所选之符号上。根据互换原理，也可以将炮点向下延拓。与此类似，从物理上说，炮点既向上也向下辐射能量，但是我们将炮点想像成是向上辐射或向下辐射，从数学上说，这不过就是一个符号选择问题。因此，在海底处的四种可能观测排列所得结果以及上行与下行定向炮点和定向接收器的所有可能性，均可据此推演出来。

将所有这种信息通过海底界面进行外推时，要求估计出海底反射系数，这个系数是在将海底以上各种波构成线性组合时作为比例因子参与计算的，进行反射系数估计所隐含的思想可用数学上是等价的两种方式加以表达：

(1) 从上方或下方入射到海底界面的各种波应有在零延迟时间上等于零值的互相关函数；

(2) 从下方入射在该界面的波应有极小功率。

在检波点低于海底以后，你必须开始着手考虑使炮点低于海底。为求助于互换性原理，有必要使炮点与接收点的方向性颠倒反转，这就是为什么需要在处理过程中包括有上行指向之炮点与接收点的辅助观测排列的原因。

习 题

(1) 参阅图5.6-3，回答下列问题：

- 何种图解测定法可证明简单海底多次波之层速度等于微屈多次波之层速度？
- 何种图解测定法可确定沉积层之速度？
- 参照海水层之速度，试推演出Snell参量 p 的数值。
- 试导出沉积层之速度对海水层之速度的数值比

(2) 试考虑已知各层阻抗为 (I_1, I_2, I_3, \dots) 的某种成层介质上所观测到的上行波 U ，以及在阻抗为 (I_1, I_2, I_3, \dots) 的介质之表面上的上行波 U' ，注意其中顶部的地层阻抗已改为 I_2 。

a. 试画出某些多次反射的射线路程，它们均应只存在于第一种介质内，而不应存在于第二种介质内。

b. 假设你能找到一种数学处理方法可将波场 U 转换为波场 U' ，试问从 U' 中消除的什么多次波将是不能用Backus算子来消除的？

c. 试利用《地球物理数据处理基础》一书第8章中所述方法，导出以 U 、 I_1 和 I_2 表示的一个关于 U' 之方程，其中不得涉及 I_3 、 I_4 、 \dots

5.7 剖面成像

野外剖面由一个炮点和沿测线分布的许多接收器得出的地震记录所组成^①。一个共炮点道集剖面的偏移或者许多个相距颇远的共炮点道集剖面的偏移，需要建立与本书迄今所讨论之任何概念、即爆炸反射面与观测排列延拓等概念是完全不同的概念基础，这样一种概念基础是存在的，它的出现时间先于爆炸反射面或观测排列延拓(Claerbout, 1970),而且看来比这些概念还更具有基本意义。我把这老式的成像概念称作 U/D 成像概念。

观测排列延拓概念看来得要求完全复盖炮点检波点空间，爆炸反射面概念则需要有许多相距很近的炮点。另一方面，采用 U/D 成像概念的剖面成像对沿炮点坐标轴的分布密度则没有什么要求。只能用老式概念加以处理的数据组的例子就是声纳浮标，声纳浮标是一种带有无线电传输装置的水听器，把它投掷船外，随着装备有空气枪的勘探船不断驶远，重复起爆激发直至距该水听器的距离过大为止。根据互换原理可以宣称，如此所得数据等价于在一非常长的检波点测线上采用单炮激发所得结果。

尽管技术进步使得沿检波点坐标轴能够有更大的采样密度，我们未必就愿意增大炮点空间内的密度。一天只有廿四小时，而每两炮之间我们必须等待十秒钟才能使回声反射衰减完。所以，给定了一定的勘探面积和一定的工作月数，我们就得以某种不可再削减的炮点密度来完成任务。实际上，采用三维观测我们还愿意空间采样密度要小一点，炮点空间中的采样密度不足对于剖面方法来说不过是个小小障碍。

同爆炸反射面方法与观测排列延拓法不一样， U/D 概念很容易同多次反射的模拟与分析结合起来。实际上，在《地球物理数据处理基础》一书中可以找到能够同时实现偏移和去交混回响的巧妙算法，它原则上可以应用于野外剖面或倾斜叠加。

各种波动方程方法已经隐含暗示了进行风化层校正的一些新途径，迄今尚没有一种途径能广泛为生产实践所接受，它出现得过早，没告诉人们将起较好作用的究竟是双平方根方程DSR办法还是剖面成像办法。

所有这些考虑都说明值得再回顾一下剖面偏移法和 U/D 成像概念，我们可能很容易就见的这些概念或者以这种形式、或者以那种形式重新复兴起来。

1. U/D 成像概念

U/D 成像概念宣称：反射面存在于地层内下行波波至时间与某一上行波波至时间相符一致之处，图5.7-1以图形方式解释了这个概念。

观测排列延拓概念很容易同 U/D 成像概念相混，因为用于描述它们的语句很相似：“炮点向下延拓”听起来就像是“下行波向下延拓”。头一个概念是指只涉及上行波场 $U(s, g, z, t)$ 的计算，第二个概念是指既涉及上行波 $U(x, z, t)$ 又涉及下行波 $D(x, z, t)$ 的计算。 U/D 成像概念不包含特定的震源位置 S ；源可能就是下行平面波。

在剖面偏移法^①中，在理论上下行波通常典型地是作为脉冲处理的，其旅行时间系由解析方法求出或者用射线追踪方法求出。但是，采用前几章所述Fourier变换或有限差分方法，可以按处理上行波的同样方式来处理下行波，这一点并无紧要。上行波可以用直角坐

^①此处的 *profile* (剖面) 一词系专指共炮点排列而言，它与 *section* 一词是有区别的，后者专指时间剖面 (*time section*)。——译者

标系统表示，或者用下面要述及时的时差坐标系统描述。

上行波与下行波的时间相符一致可以用若干方式来定量描述，最直接的方式看来就是着眼于两种波的互相关函数之零延迟时间，在 (x, z) 空间内处处显示出零值延迟时的互相关函数，就可形成映像。

上行波在时间上与一个下行波的最早波至符合一致就是证明存在有一反射面，不过，从原理上说，还可以从这两种波了解到更多信息，上行波对下行波的振幅比就给出了反射系数的信息。

在Fourier变换域内，乘积 $U(\omega, x, z) \bar{D}(\omega, x, z)$ 代表该互相关函数零延迟时的值，反射系数比值则由 $U(\omega, x, z)/D(\omega, x, z)$ 给出。这种比值存在许多困难，不但分母可能为零，而且它在复平面异常区内可能有零点，这种事情发生在下行波虽遵守因果律但不是极小相位的时候（见《地球物理数据处理基础》一书4.6节）。复共轭复数之相位等于该复数倒数之相位，因而比值 U/D 与乘积 $U\bar{D}$ 二者均具有相同之相位，看来你可以创造其他的函数形式，使对 U/D 的理论要求可用 $U\bar{D}$ 的稳定性条件来折衷代替。

Don C. Riley (1974) 曾提出过另一种形式的 U/D 成像原理，即，在下行波初至之前的所有时刻上行波必须为零，这种Riley形式的原理曾在波动方程去混响方法中得到应用。

2. 时差校正坐标系内的偏移

如果地层在所有三维方向真是非均匀的，我们可能很难指望一条地震测线的资料还完全能有什么意义。可是反射地震学通常看来是起作用的，即使只限于一条测线也是如此，这就表明地层的层状模型是一种合理的出发点。因而，正常时差校正通常就是一个良好的起始过程，从数学上说，正常时差校正是对付速度随深度而变动的一种出色工具，但是在存在陡倾角或广角谱 (*wide dip spectrum*) 情形下，其用途将大打折扣。

我早期的偏移程序曾经都是建立在由单个剖面导出的概念基础上，将数据和波动方程变换至某种时差校正坐标系。这种实现偏移的办法很适合于沿检波点坐标轴稀疏采样的资料，当记录道所在地面的倾角变陡时，这时时差校正就提供不了多大好处了。实际上，它倒引进了不受欢迎的复杂性。无论有什么优点或缺点，正常时差校正因其在工业生产领域内近乎普遍通用而使我们不得不注意。

3. 检波点空间内的径向坐标与时差

我们的理论分析将放弃检波点坐标轴 g 而赞同采用以Snell参量 p 表示其特征的径向式坐

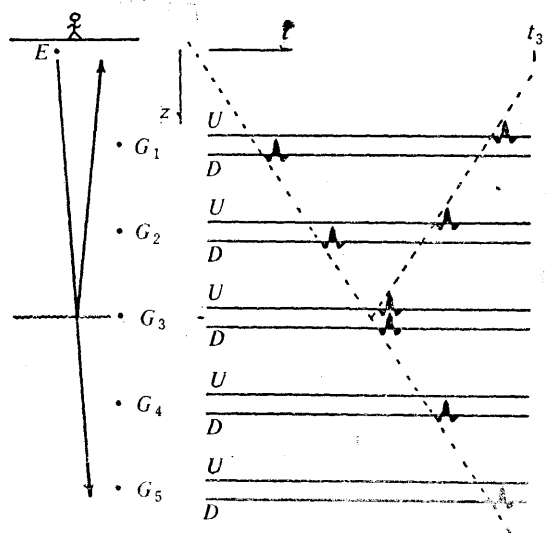


图5.7-1 以埋置检波器观测到的上行波与下行波扰动在时刻 $t=0$ 离开地面，然后在相继渐次增大的各时刻通过埋置地下的各接收器 G_1, G_2, \dots, G_5 而被观测到。在反射面深度 z_s 上，接收器 G_s 既记录到上行波也记录到下行波，二者时间相符一致。较浅些的各接收器亦记录到这两种波，较深的接收器则只记录到 D 。反射面映像基本原理阐明反射面存在于 U 与 D 为时间相符一致之处（据Riley）

①即共炮点道集的偏移。——译者

标轴 (*radial-like axis*)。 (这实际就是说与所应用的数据处理本身没关系, 因为最后的方程变换返回至炮检距空间简单得很)。 现在定义的坐标系统将称作延迟的时差校正Snell记录道坐标系统, 在零倾角地层情形下, 这种坐标系统内的理想数据在被向下延拓时是不改变的, 因而微分方程必须完成的工作量与数据偏离理想情形的程度成比例。 与此类似, 对数据的空间采样的需要程度也随数据偏离理想情形的程度而成比例地增加。 这种坐标系统采用的各符号定义如下:

- p ——Snell射线参量 ($\sin\theta$)/ v ;
- t_p ——由地面开始沿参量为 p 之射线传播的任何单程时间;
- g ——炮点距检波点的地面间距;
- t' ——地面至反射面沿射线的单程时间;
- τ ——地下埋置检波器的旅行时间深度, 沿射线之单程时间;
- t ——地下埋置检波器所记录之旅行时间;
- $v(p, t_p)$ ——新坐标内之分层速度函数 $v'(z)$ 。

坐标系统建立在下列简单陈述的基础上:

- (1) 炮点至检波点之旅行时间为炮点至反射面的旅行时间之二倍再减去检波器之时间深度;
- (2) 射线传播所经水平距离等于对 $v\sin\theta = pv^2$ 的时间积分;
- (3) 射线传播所经垂直距离按计算水平距离的相同方式计算, 但以余弦代替正弦

$$t(t', p, \tau) = 2t' - \tau \quad (5.7.1)$$

$$g(t', p, \tau) = 2p \int_0^{t_p} v(p, t_p)^2 dt_p - p \int_0^\tau v(p, t_p)^2 dt_p \quad (5.7.2)$$

$$z(t', p, \tau) = \int_0^\tau v(p, t_p) \sqrt{1 - p^2 v^2} dt_p \quad (5.7.3)$$

具有恒定 t' 值的面属于反射, 具有恒定 p 值的面属于射线, 具有恒定 τ 值的面是基准面。 可惜, 不可能以显式形式反演上述坐标系统使 (t', p, τ) 成为 (t, g, z) 的一个函数, 然而, 利用微分关系以解析方式进行反演是有可能的, 根据Jacobi矩阵关系, 应有

$$\begin{pmatrix} \partial_{t'} \\ \partial_p \\ \partial_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_p & g_p & z_p \\ t_\tau & g_\tau & z_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_t \\ \partial_g \\ \partial_z \end{pmatrix} \quad (5.7.4)$$

仅只在它们能导致显著简化的场合才进行微分时, 就可得出, Fourier变量的变换方程

$$\begin{pmatrix} -\omega' \\ k_p \\ k_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & g_p & 0 \\ 0 & g_p & z_p \\ -1 & g_\tau & z_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\omega \\ k_g \\ k_z \end{pmatrix} \quad (5.7.5)$$

应注意, 式(5.7.5)是涉及Fourier变量的一个线性变换, 但是系数却包含原有的时间变量和空间变量。 因此, 式(5.7.5)同时处于两种变量域内, 只要假设二阶导数可忽略坐标框架本身的导数, 这种关系式就能有效成立, 这经常是一项宽容的假设, 相当于有几分像球形扩散校正。

要是我们继续在这里讨论非零炮检距情形, 我们可能要陷入繁琐细节的泥潭而不能自拔了。 现在使问题具体化到零炮检距情形, 即令 $p=0$, 于是得

$$\begin{pmatrix} -\omega' \\ k_p \\ k_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2t' - \tau & 0 \\ -1 & 0 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\omega \\ k_g \\ k_z \end{pmatrix} \quad (5.7.6)$$

不妨将式(5.7.6)代入向下延拓检波器时所采用的单平方根方程内,从而把该方程变换成新坐标系统内的一项延迟方程。

4. 关于神奇奥妙之比例因子的历史注释

我首次用波动方程对反射地震资料作的偏移曾是以 U/D 概念为基础,头一个波动方程偏移程序是频率域程序而且是用合成剖面作出来的。由于人们一般都忽视这样的成果,我决心完成一项野外数据的实际试验。频率域方法曾被讥为是“学究气”的,我却发现了我能够用 Z 变换分析中的双线变换把 15° 波动方程转换至时间域。就实践问题而论,共炮点道集偏移程序显然是可以应用于时间剖面的,不过理论证明却并非易事。在那个时期我曾把爆炸反射面概念看作是荒谬的类比,尚未把它当成是导出偏移程序的基础。

以有限差分对第一个零炮检距剖面进行偏移时所曾采用的实际处理办法比后来由Sherwood(Loewenthal等,1976)所介绍且为一般所采用的处理办法要迂迴复杂得多。时差校正坐标系统内的共炮点道集偏移方程(*equation for profile migration*)有许多项,略去所有以炮检距作为系数的那些项(因为你正在试图偏移的是某种零炮检距剖面),给你留下的一个方程将类似于延迟的 15° 外推方程,但存在有一个差别,即 $v\partial_z$ 项有奇妙的比例系数 $[t'/(2t'-\tau)]^2$,这就是我曾采用过的方程。随着旅行时间深度 τ 从零增大至终止深度 t' ,该奇妙的系数缓慢地从 $1/4$ 增大到 1 。

可惜我的导出过程太复杂,以致几乎没什么人能领会它(你要注意,我并没有完全将它包括在这里)。我在1972年发表的论文包括有该导出结果,不过采取的介绍方式能使你通晓概念上比较简单的情形、即地震剖面由下行平面波震源所形成。这种较简单的情形能使你迅速得出偏移方程,但是奇妙的系数不在了,按深度平均之后,该系数平均值为二分之一。有一天,Sherwood曾打电话给我,挑战式地问我为什么该系数不用它的平均值 $1/2$ 来代替,我提不出什么实际理由,今天我也不能回答为什么。所以他放弃了我的褶积导出方法而选取爆炸反射面模型作为假设,从而很容易地获得了所需要的值 $1/2$ 。以后当我和Doherty,Muir及Clayton等的研究成果发展了观测排列延拓概念时,我对这个奇妙的系数就更感到心安理得了。

我的第一本书《地球物理数据处理基础》描述了 U/D 概念如何可以用于处理偏移、速度分析及多次波压制这三种问题,在这三类应用中,仅有零炮检距剖面偏移这一类使波动方程的一套方法成了常规实际处理的一部分, U/D 成像概念迄今依然普遍被遗忘而被Sherwood的爆炸反射面概念所代替。

5.8 未来十年的展望

地震学家在20世纪60年代已经熟悉如何将时间序列最优化理论应用于地震数据了。该种理论可参阅《地球物理数据处理基础》一书。因其处理空间关系的办法过于简单,时间序列方法终于达到了走下坡路的转折点。在70年代,地震学家学会了应用波动方程,这就是本书已经涉及的内容。你能够看出,应用波动方程这件工作尚未结束,可是我们总算已经走过了很长的一段路,也许我们已解决了大多数“一阶”问题,因而剩下的主要是“二阶”问题了,为了使二阶效应能有意义,必须恰当地考虑到所有的一阶现象。

本书论及的一些一阶效应仅是稍微涉及到地震数据中既明显又微妙的不完善性。

1. 数据库问题

我们经常遇到截断 (*truncation*) 问题。记录电缆当然是长度有限的，因而可觉察的波一般都是传播距离完全超出它的，地震勘测本身就具有有限维数。我们也会遇到数据空缺 (*gaps*) 问题，地震数据中可能出现空缺是不可预测的，像汽枪起爆失误或者勘探人员在勘测中途无法接近陆地矿区取数等就是如此。此外，我们还有空间假频问题。由于技术的进步，我们可望能显著减少检波点坐标轴方面的假频，但是炮点坐标轴上的假频将仍存在。一天只有廿四小时，而每次激发我们必须间隔十秒钟，以便回声反射能消失，否则就会重叠。因此，给定一定勘探面积和一定数量的勘探工作月数时，我们在每平方公里内需有一定数量炮点才能完成勘探。就海上资料而言，同数据远离测线分布时出现的那些数据问题相比，沿勘探船航迹路程之测线内的分布间距是不存在什么问题的。

偏移可提供从数据空间至模型空间之映象，这种变换是可逆的（在非耗散子空间内）。当缺失数据时，变换矩阵被分成两部分，一部分作用于已知数据值，另一部分作用于缺失数据值，除了3.5节提到一点以外，本书均忽略缺失部分。虽然3.5节内提出了处理缺失部分的策略，但办法非常费时间，因而我相信它最终将被取代或者被大大改进。

有干扰的数据可定义为不拟合于我们模型的数据，例如，如果用零值代替缺失数据，该资料就不能看作是完整资料而是有干扰的资料。在信噪比已知为零之处，就是数据缺失之处。这问题还同更一般性的噪音模型有关，但是局部相干多维波场的统计处理方法无论在理论上还是实践中均尚未得到很好的发展。

我的预测是，未来十年的主要研究活动将会是力图学会同时处理波场的物理性质和统计性质。

2. 将最优化理论与波动理论重新结合

让我们超出本书窥视一下未来。地震影像典型情形是一种 1000×1000 的平面，这个平面是由一个大约为 1000^2 个相互联系之数据点所组成的体积导出的；处处存在有未知因素，不但在地层模型中有，而且在数据中也有，如噪音、如数据缺失，以及如空间采样密度不充分和数据记录范围有限。为综合解释，我们必须把来自物理学的原理和来自统计学的原理互相结合起来才行。假设以某种神奇的最优化公式能够作到这点，查一查最优化理论就能证明，在经过次数大于未知数个数的若干次叠代计算之后，求解方法肯定是收敛的。从而，一旦我们了解如何恰当地提出问题，问题的求解看来就得要求现行计算机的计算能力提高一百万倍才行，这可真是了不得的问题！

但是，你越考虑这个问题，你越会对它感到兴趣。首先，我们有个最优化问题要解决；其次，既然我们受限制只能进行少数次叠代计算，比如说，只进行三次叠代，那我们就必须在这仅有的三次叠代过程中尽可能地得到更多信息。现在，我们不但有原来的最优化问题，而且还有一个以最优方式求解这个新问题需要解决。为此，我们首先可以利用原始数据内有关联的随机性，然后，在最优化计算过程中，逐次叠代时均以有关联的随机方式修正改变地层模型，直至得出最优解。这第二种最优化问题不仅仅是一个实际问题，在理论水平方面它也是个比较深刻的问题。

3. 扔掉你的纸面上的剖面

目前的地震解释工作往往就是手拿彩色铅笔在计算机产生的图象上点点画画，使其面貌增强清晰程度。地震解释正在进入一个新时期，将要在磁带录像机屏幕上完成解释是这个新时期的特点，所以要如此作的基本原因就是为了一页纸只有二维，而大多数反射数据却是三

维的；现代三维地震勘探实际上是四维数据的记录，录像机屏幕可以把它作为一种电影来表演，操作人员或解释人员可以利用这种电影来实现人机对话。有许多东西我想表演给你看，但是我在一本书内不可能作到这点。地震资料或者甚至一张空白的纸都是有其结构特征的，当移动一个有其结构特征的物体时，你立刻能识别出它来，但是我用本书中的静止图形就不可能使你得到相同印象了。眼睛在两张图形之间作任何运动，是会妨碍眼睛对微小变化的感觉能力的。天文观测人员采用观察不同时间所摄相片的办法来搜索天空的变化，他们每观察完一张就迅速眨一下眼睛，然后再观察下一张，采取这种办法就可得到活动电影的感觉。我们的眼睛是特种专用计算机。活动电影常常是表现“某物来自何处”这类内容，能够使我们注意到一般环境背景中意料不到的东西

大多数地震解释要在叠加剖面上完成，原始数据是三维的，但由于求和过程使其减少了一维。从理论上说，求和过程只是消除了冗余信息而却增强了信噪比，但实际上事情远比这复杂得多，在用人眼肉眼看求和时（只是以加速电影画面移动速度的办法来完成求和），能感觉到东西将会多得多。因此，将会存在两代地震解释人员，一类是注视着他们的录相机屏幕、能够解释叠前资料的那些解释人员，而另一类则只能解释叠后剖面。

参 考 文 献

- Aki, K., and Richards, P.G., 1980, *Quantitative seismology, theory and methods: vol. I and II*, Freeman, San Francisco.
- Anstey, N.A., 1980, *Seismic exploration for sandstone reservoirs*, International Human Resources Development Corporation, Boston.
- Backus, M.M., 1959, Water reverberations — their nature and elimination: *Geophysics*, vol. 24, pp. 233-261.
- Backus, M.M., and Chen, R.L., 1975, Flat spot exploration: *Geophys. Prosp.*, vol. 23, pp. 533-577.
- Balch, A.H., Lee, M.W., Miller, J.J., and Taylor, R.T., 1982, The use of vertical seismic profiles in seismic investigations of the earth: *Geophysics*, vol. 47, pp. 906-918.
- Bally, A.W., 1983, Seismic expression of structural styles — A picture and work atlas: *AAPG studies in geology #15 - vol. 1, 2, and 3*, AAPG, P.O. Box 979, Tulsa, OK 74101
- Baysal, E., Kosloff, D.D., and Sherwood, J.W.C., 1983, Reverse time migration: *Geophysics*, vol. 48, pp. 1514-1524.
- Beresford-Smith, G., and Mason, I.M., 1980, A parametric approach to the compression of seismic signals by frequency transformation: *Geophys. Prosp.*, vol. 28, pp. 551-571
- Berkhout, A.J., 1979, Steep dip finite-difference migration: *Geophys. Prosp.*, vol. 27, pp. 198-213.
- Berkhout, A.J., and van Wulfften Palthe, D.W., 1979, Migration in terms of spatial deconvolution: *Geophys. Prosp.*, vol. 27, pp. 261-291.
- Berkhout, A.J., 1980, *Seismic migration — Imaging of acoustic energy by wave field extrapolation*: Amsterdam/New York, Elsevier/North Holland Publishing Co.
- Berkhout, A.J., and van Wulfften Palthe, D.W., 1980, Migration in the presence of noise: *Geophys. Prosp.*, vol. 28, pp. 372-383.
- Berkhout, A.J., 1981, Wave field extrapolation techniques in seismic migration, a tutorial: *Geophysics*, vol. 46, pp. 1638-1650.
- Berkhout, A.J., and De Jong, B.A., 1981, Recursive migration in three dimensions: *Geophys. Prosp.*, vol. 29, pp. 758-781.
- Berryhill, R.E., 1979, Wave equation datuming: *Geophysics*, vol. 44, pp. 1329-1343
- Bleistein, N., 1984, *Mathematical methods for wave phenomena*, Academic Press
- Bleistein, N., and Cohen, J.K., 1979, Direct inversion procedure for Claerhout's equations: *Geophysics*, vol. 44, pp. 1034-1040.
- Bloxson, H., 1979, *Migration and interpretation of deep crustal seismic reflection data*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-22.

† Ph.D. theses included in this bibliography are available from University Microfilms International, 300 N. Zeeb Road, Ann Arbor, MI 48106, USA.

- Bolondi, G., Rocca, P., and Savelli, S., 1978, A frequency domain approach to two-dimensional migration: *Geophys. Prosp.*, vol. 26, pp. 750-772.
- Bolondi, G., Loinger, E., and Rocca, P., 1982, Offset continuation of seismic sections: *Geophys. Prosp.*, vol. 30, pp. 813-828.
- Brown, D.L., 1983, Applications of operator separation in reflection seismology: *Geophysics*, vol. 48, pp. 288-294.
- Buhl, P., Diebold, J.B., and Stoffa, P.L., 1982, Array length magnification through the use of multiple sources and receiving arrays: *Geophysics*, vol. 47, pp. 311-315.
- Burg, J.P., 1975, *Maximum entropy spectral analysis*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-6.
- Cherry, J.T., and Waters, K.H., 1968, Shear-wave recording using continuous signal methods, Part I - Early development: *Geophysics*, vol. 33, pp. 229-239.
- Cerveny, V., I.A. Molotkov, I. Psencik, 1977, *Ray Method in Seismology*, Univerzita Karlova, Prague
- Chun, J.H., and Jacewitz, C.A., 1981, Fundamentals of frequency domain migration: *Geophysics*, vol. 46, pp. 717-733.
- Claerbout, J.F., 1970, Coarse grid calculations of waves in inhomogeneous media with application to delineation of complicated seismic structure: *Geophysics*, vol. 35, pp. 407-418.
- Claerbout, J.F., 1971, Toward a unified theory of reflector mapping: *Geophysics*, vol. 36, pp. 467-481.
- Claerbout, J.F., and Johnson, A.G., 1971, Extrapolation of time-dependent waveforms along their path of propagation: *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, vol. 26, pp. 285-293.
- Claerbout, J.F., 1971, Numerical holography: *Acoustical Holography*, vol. 3, pp. 273-283.
- Claerbout, J.F., and Doherty, S.M., 1972, Downward continuation of moveout corrected seismograms: *Geophysics*, vol. 37, pp. 741-768.
- Claerbout, J.F., and Muir, F., 1973, Robust modeling with erratic data: *Geophysics*, vol. 38, pp. 826-844.
- Claerbout, J.F., 1976, *Fundamentals of geophysical data processing*: McGraw-Hill (sometimes referred to in the text of this book as FGDP).
- Clayton, R.W., and Engquist, B., 1980, Absorbing side boundary conditions for wave-equation migration: *Geophysics*, vol. 45, pp. 895-904.
- Clayton, R.W., 1981, *Wavefield inversion methods for refraction and reflection data*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-27.
- Clayton, R.W., and McMechan, G.A., 1981, Inversion of refraction data by wave field continuation: *Geophysics*, vol. 46, pp. 860-868.
- Cohen, J.K., and Bleistein, N., 1979, Velocity inversion procedure for acoustic waves: *Geophysics*, vol. 44, pp. 1077-1087.
- Crank, J., and Nicolson, P., 1947, A Practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type: *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, vol. 43, p. 50.
- Dahm, C.G., and Graebner, R.J., 1982, Field development with three-dimensional seismic methods in the Gulf of Thailand - a case history: *Geophysics*, vol. 47, pp. 140-176.
- Deans, S.R., 1983, The Radon transform and some of its applications: John Wiley, pp. 204-217.
- Dent, B., 1983, Compensation of marine seismic data for the effects of highly variable water depth using ray-trace modeling - A case history: *Geophysics*, vol. 48, pp. 910-933.
- Diebold, J.D., and Stoffa, P.L., 1981, The travel time equation, tau-p mapping and inversion of common midpoint data: *Geophysics*, vol. 46, pp. 238-254.
- Diet, J.D., and Fourmann, J.F., 1979, Determination of the shape parameter W in Stolt's frequency domain migration: presented at 49th Annual International Society of Exploration Geophysicists Meeting, New Orleans.
- Doherty, S.M., and Claerbout, J.F., 1978, Structure independent seismic velocity estimation: *Geophysics*, vol. 41, pp. 850-881.
- Doherty, S.M., 1975, *Structure independent seismic velocity estimation*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-4.

- Dohr, G.P., and Stiller, P.K., 1975, Migration velocity determination: Part II. Applications: *Geophysics*, vol. 40, pp. 8-16.
- Embree, P., Burg, J.P., and Backus, M.M., 1963, Wide-band velocity filtering — the pie-slice process: *Geophysics*, vol. 28, pp. 948-974.
- Engquist, B., and Majda, A., 1979, Radiation boundary conditions for acoustic and elastic waves: *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 32, pp. 313-320.
- Erickson, E.L., Miller, D.E., and Waters, K.H., 1968, Shear-wave recording using continuous signal methods, Part II - Later experimentation: *Geophysics*, vol. 33, pp. 240-254.
- Estevez, R., 1977, *Wide-angle diffracted multiple reflections*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-12.
- Estevez, R., and Claerbout, J.F., 1982, Wide-angle diffracted multiple reflections: *Geophysics*, vol. 47, pp. 1255-1272.
- Fenati, D. and Rocca, F. 1984, Seismic reciprocity field tests from the Italian Peninsula: *Geophysics* vol. 49, pp. 1690-1700
- FGDP: see Claerbout, J.F., 1976.
- French, W.S., 1974, Two-dimensional and three-dimensional migration of model-experiment reflection profiles: *Geophysics*, vol. 39, pp. 265-277.
- French, W.S., 1975, Computer migration of oblique seismic reflection profiles: *Geophysics*, vol. 40, pp. 981-980.
- Gabitisch, J.H., 1978, Wave number migration: Application to variable velocity: presented at the 48th Annual International SEG Meeting, San Francisco.
- Gal'perin, E.I., 1974, *Vertical Seismic Profiling*, translated by A.J. Hermon, Society of Exploration Geophysicists, Special Publication No. 12
- Gardner, G.H.F., French, W.S., and Matzuk, T., 1974, Elements of migration and velocity analysis: *Geophysics*, vol. 39, pp. 811-825.
- Garotta, R., and Baikas, F., 1979, Simulation directional acquisition as an aid to migration: presented at the 48th Annual International SEG Meeting, New Orleans.
- Gazdag, J., 1978, Wave equation migration with the phase shift method: *Geophysics*, vol. 43, pp. 1342-1351.
- Gazdag, J., 1980, Wave equation migration with the accurate space derivative method: *Geophys. Prosp.*, vol. 28, pp. 60-70.
- Gazdag, J., 1981, Modeling of the acoustic wave equation with transform methods: *Geophysics*, vol. 46, pp. 854-859.
- Gazdag, J., and Sguazzero, P., 1984, Migration of seismic data by phase shift plus interpolation: *Geophysics*, vol. 49, pp. 124-131.
- Gibson, B., Lamer, K., and Levin, S., 1983, Efficient 3-D migration in two steps: *Geophys. Prosp.*, vol. 31, pp. 1-33.
- Godfrey, R.J., 1979, *A stochastic model for seismogram analysis*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-17.
- Godfrey, R. and Rocca, F., 1981, Zero memory non-linear deconvolution: *Geophys. Prosp.*, vol. 29, pp. 189-223.
- Gonzalez-Serrano, A., 1982, *Wave equation velocity analysis*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-31.
- Gonzalez-Serrano, A., and Claerbout, J.F., 1984, Wave equation velocity analysis: *Geophysics*, vol. 49, pp. 1431-1456
- Gray, W.C., 1979, *Variable norm deconvolution*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-19.
- Hale, D. and Claerbout, J.F., 1983, Butterworth dip filters: *Geophysics*, vol. 48, pp. 1033-1038.
- Hale, I.D., 1983, *Dip-Moveout by Fourier Transform*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-38.
- Hale, I.D., 1984, Dip-moveout by Fourier transform: *Geophysics*, vol. 49, pp. 741-757.
- Hatten, L., Lamer, K., and Gibson, B., 1981, Migration of seismic data from inhomogeneous media: *Geophysics*, vol. 46, pp. 751-737.
- Hemon, Ch., 1972, Equations d'onde et modes, *Geophysical Prospecting*, vol. 26, pp. 790-821

- Herman, A.J., Anania, R.M., Chau, J.H., Jacowitz, C.A., and Pepper, R.E.F., 1982, A fast three-dimensional modeling technique and fundamentals of three-dimensional frequency-domain migration: *Geophysics*, vol. 47, pp. 1827-1844.
- Hilterman, F.J., 1970, Three-dimensional seismic modeling: *Geophysics*, vol. 35, p. 1020.
- Hood, P., 1978, Finite difference and wave number migration: *Geophys. Prosp.*, vol. 26, pp. 773-789.
- Hubral, P., 1977, Time migration - some ray theoretical aspects: *Geophys. Prosp.*, vol. 25, pp. 738-745.
- Hubral, P., 1980, Wavefront curvatures in three-dimensional laterally inhomogeneous media with curved interfaces: *Geophysics*, vol. 45, pp. 905-913.
- Jacobs, A., 1982, *The pre-stack migration of profiles*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-34.
- Jakubowicz, H., and Levin, S., 1983, A simple exact method of 3-D migration: *Geophys. Prosp.*, vol. 31, pp. 34-56.
- Jain, S., and Wren, A.E., 1980, Migration before stack - Procedure and significance: *Geophysics*, vol. 45, pp. 204-212.
- Jones, W.B., and Thron, W.J., 1980, *Continued fractions: encyclopedia of mathematics and its applications*: American Mathematical Society, vol. 11.
- Judson, D.R., Lin, J., Schultz, P.S., and Sherwood, J.W.C., 1980, Depth migration after stack: *Geophysics*, vol. 45, pp. 331-375.
- Kenneth, B.L.N., 1983, *Seismic wave propagation in stratified media*: Cambridge University Press.
- Kjartansson, E., 1979a, *Attenuation of seismic waves in rocks and applications in energy exploration*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-23.
- Kjartansson, E., 1979b, Constant Q - wave propagation and attenuation: *J. Geophys. Res.*, vol. 84, pp. 4737-4748.
- Kosloff, D.D., and Baysal, E., 1983, Migration with the full acoustic wave equation: *Geophysics*, vol. 48, pp. 677-697.
- Larner, K., Chambers, R., Yang, M., Lynn, W., and Wai, W., 1983, Coherent noise in marine seismic data: *Geophysics*, vol. 48, pp. 854-886.
- Larner, K.L., Hatton, L., Gibson, B.S., and Hau, I.C., 1981, Depth migration of imaged time sections: *Geophysics*, vol. 46, pp. 734-750.
- Levin, F.K., 1971, Apparent velocity from dipping interface reflections: *Geophysics*, vol. 36, pp. 510-513.
- Levin, F.K., Bayhi, J.F., Dunkin, J.W., Lea, J.D., et al., 1976, Developments in exploration geophysics, 1969-1974: *Geophysics*, vol. 43, pp. 23-48.
- Levin, S.A., 1984, Discussion On: "Dip limitations on migrated sections as a function of line length and recording time" by H.B. Lynn and S. Deregowski (*Geophysics*, v. 46, p. 1362, October, 1981). *Geophysics*, vol. 49, pp. 1804-1805.
- Loewenthal, D., Lu, L., Roberson, R., and Sherwood, J., 1970, The wave equation applied to migration: *Geophys. Prosp.*, vol. 24, pp. 380-399.
- Lynn, W.S., 1979, *Velocity estimation in laterally varying media*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-21.
- Lynn, W.S., and Claerbout, J.F., 1982, Velocity estimation in laterally varying media: *Geophysics*, vol. 47, pp. 884-897.
- Ma Zaitian, 1981, *Finite difference migration with higher order approximation*: technical report of the China National Oil and Gas Exploration and Development Co.
- Ma Zaitian, 1982, Steep dip finite difference migration: *Oil Geophysical Prospecting*, no. 1, pp. 6-15 (in Chinese).
- Madden, T.R., 1973, Random networks and mixing laws: *Geophysics*, vol. 41, pp. 1104-1125.
- May, B.T., and Covey, J.D., 1981, An inverse method for computing geologic structures from seismic reflections - zero-offset case: *Geophysics*, vol. 46, pp. 268-287.
- Morley, L., 1982, *Predictive techniques for marine multiple suppression*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-29.
- Morley, L., and Claerbout, J.F., 1983, Predictive deconvolution in shot-receiver space: *Geophysics*, vol. 48, pp. 515-531.

- Mair F., and Claerbout, J.F., 1980, Impedance and wave extrapolation: presented at the 42nd Meeting of the European Association of Exploration Geophysicists, Istanbul.
- Ostrander, W.J., 1984, Plane wave reflection coefficients for gas sands at non-normal angles of incidence: *Geophysics*, vol. 49, pp. 1637-1648.
- Ottolini, R., Sword, C., and Claerbout, J.F., 1984, On-line movies of reflection seismic data with description of a movie machine: *Geophysics*, vol. 49, pp. 195-200.
- Ottolini, R., and Claerbout, J.F., 1984, The migration of common midpoint slant stacks: *Geophysics*, vol. 49, pp. 237-249.
- Ottolini, R., 1982, *Migration of reflection seismic data in angle-midpoint coordinates*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-33.
- Pan, P.H., 1983, Case history of the exploration of the Grand Isle 95 Field in the Gulf of Mexico: *Geophysics*, vol. 48, pp. 900-909.
- Pann, K., Eisner, E., and Shin, Y., 1979, A collocation formulation of wave equation migration: *Geophysics*, vol. 44, pp. 712-721.
- Phinney, R.A., Chowdhury, K.R., and Frazer, L.N., 1981, Transformation and analysis of record sections: *J. Geophys. Res.*, vol. 86, pp. 359-377.
- Radon, J., 1917, Ueber die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten, *Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften*, Leipzig, Math. - Phys. Kl. 69, pp. 262-267. for English translation see Deans [1983].
- Rice, R.B., 1962, Inverse convolution filters: *Geophysics*, vol. 27, pp. 4-18.
- Riley, D.C., 1974, *Wave equation synthesis and inversion of diffracted multiple seismic reflections*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-3.
- Riley, D.C., and Claerbout, J.F., 1976, 2-D multiple reflections: *Geophysics*, vol. 41, pp. 592-620.
- Ristow, D., 1980, *Three-dimensional finite-difference migration*: Ph.D. thesis, University of Utrecht, The Netherlands.
- Robinson, E.A., 1983, *Migration of geophysical data*: International Human Resources Development Corporation, Boston.
- Robinson, J.C., and Robbins, T.R., 1978, Dip-domain migration of two-dimensional seismic profiles: *Geophysics*, vol. 43, pp. 77-93.
- Rosenbaum, J.H. and G.F. Boudreaux, 1981, Rapid convergence of some seismic processing algorithms: *Geophysics*, vol. 46, pp. 1667-1672.
- Sangree, J.B., and Widmier, J.M., 1979, Interpretation of depositional facies from seismic data: *Geophysics*, vol. 44, pp. 131-160.
- Sattlegger, J.W., 1975, Migration velocity determination: Part I. Philosophy: *Geophysics*, vol. 40, pp. 1-5.
- Sattlegger, J.W., Stiller, P.K., Echterhoff, J.A., and Hentschke, M.K., 1980, Common offset plane migration (COPMIG): *Geophys. Prosp.*, vol. 28, pp. 859-871.
- Schneider, W.A., Larner, K.L., Burg, J.P., and Backus, M.M., 1964, A new data-processing technique for the elimination of ghost arrivals on reflection seismograms: *Geophysics*, vol. 39, pp. 782-805.
- Schneider, W.A., 1971, Developments in seismic data processing and analysis (1968-1970): *Geophysics*, vol. 36, pp. 1043-1073.
- Schneider, W.A., 1978, Integral formulation in two and three dimensions: *Geophysics*, vol. 43, pp. 49-76.
- Schultz, P. S., 1976, *Velocity estimation by wave front synthesis*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-9.
- Schultz, P.S., and Claerbout, J.F., 1978, Velocity estimation and downward continuation by wavefront synthesis: *Geophysics*, vol. 43, pp. 691-714.
- Schultz, P.S., and Sherwood, J.W., 1980, Depth migration before stack: *Geophysics*, vol. 45, pp. 376-393.
- Schultz, P.S., 1982, A method for direct estimation of interval velocities: *Geophysics*, vol. 47, pp. 1657-1671.
- Seungbush, R.L., 1983, *Seismic exploration methods*: International Human Resources Development Corporation, Boston.

- Sheriff, R.F., 1980, *Seismic stratigraphy*: International Human Resources Development Corporation, Boston.
- Sherwood, J.W.C., Adams, H., Blum, C., Judson, D., Jin Lin, and Meadours B., 1976, Developments in filtering seismic data: presented at the 46th Annual International SEG Meeting, Houston.
- Sherwood, J.W.C., Schultz, P.S., and Judson, J.R., 1976, *Some recent developments in migration before stack*: released by Digicon Inc.
- Slotnick, M.M., 1959, *Lessons in seismic computing*: Tulsa, Society of Exploration Geophysicists.
- Stolt, R., 1978, Migration by Fourier transform: *Geophysics*, vol. 43, pp. 23-48.
- Taner, M.T., and Koehler, F., 1969, Velocity spectra — digital computer derivation and applications of velocity functions: *Geophysics*, vol. 34, pp. 859-881.
- Taner, M.T., and Koehler, F. (undated), *Wave equation migration*: released by Seiscom Delta Inc., Houston.
- Taner, M.T., 1980, Long-period sea-floor multiples and their suppression: *Geophys. Prosp.*, vol. 28, pp. 30-48.
- Taner, M.T., and Koehler, F., 1981, Surface consistent corrections: *Geophysics*, vol. 46, pp. 17-22.
- Taner, M.T., and Coburn, K.W., 1980, *Surface consistent estimation of source and receiver response functions*: presented at the 50th Annual International SEG Meeting, Houston.
- Tatham, R.H., and Stoffa, P.L., 1976, V_p/V_s — A potential hydrocarbon indicator: *Geophysics*, vol. 41, pp. 837-849.
- Tatham, R.H., 1982, V_p/V_s and lithology: *Geophysics*, vol. 47, pp. 336-344.
- Temme, P., 1981, A comparison of common-midpoint, single-shot, and plane-wave depth migration: *Geophysics*, vol. 49, pp. 1896-1907.
- Thorson, J., 1984, *Velocity stack and slant stack inversion methods*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEP-39.
- Treitel, S., Gutowski, P.R., and Wagner, D.E., 1982, Plane wave decompositions of seismograms: *Geophysics*, vol. 47, pp. 1375-1401.
- Trorey, A.W., 1970, A simple theory for seismic diffractions: *Geophysics*, vol. 35, pp. 762-784.
- Trorey, A.W., 1977, Diffractions for arbitrary source-receiver locations: *Geophysics*, vol. 42, pp. 1177-1182.
- Tufekci, D., Claerbout, J.F. and Rasperic, Z., 1981, Spectral balancing in the time domain: *Geophysics*, vol. 46, pp. 1182-1188.
- Waters, K.H., 1981, *Reflection seismology, a tool for energy resource exploration* (second edition): Wiley, New York.
- Wiggins, R.A.; Larner, K.L., and Wisecup, R.D. 1976, Residual statics analysis as a general linear inverse problem: *Geophysics*, vol 41, pp. 922-938.
- Yilmaz, O., 1979, *Pre-stack partial migration*: Ph.D. thesis, Stanford University, SEI-18.
- Yilmaz, O., and Claerbout, J.F., 1980, Pre-stack partial migration: *Geophysics*, vol. 45, pp. 1753-1779.
- Yilmaz, O., and Cumro, D., 1983, *Worldwide Assortment of Field Seismic Records*, released by Western Geophysical Company of America, Houston
- Ziolkowski, A., 1984, *Deconvolution* International Human Resources Development Corporation, Boston.
- Zoeppritz, K., 1919, Erdbebenwellen VIII B: Über Reflexion und Durchgang seismischer Wellen durch Unstetigkeitsflächen: *Göttinger Nachr.*, vol. 1, pp. 66-84.